



اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار

حسین عبده تبریزی

میثم رادپور



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



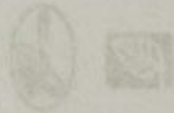
باز نشر :

اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار

رویکرد ارزش در معرض ریسک

تألیف و ترجمه‌ی

میثم رادپور، حسین عبده تبریزی



مؤسسه تخصصی بورس و اوراق بهادار
انجمن تخصصی بورس و اوراق بهادار
مؤسسه تخصصی بورس و اوراق بهادار

کتابخانه تخصصی بورس و اوراق بهادار
انجمن تخصصی بورس و اوراق بهادار
مؤسسه تخصصی بورس و اوراق بهادار



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



باز نشر:

سرشناسه: رادپور، میثم، ۱۳۶۱ -

عنوان و نام پدیدآور: اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار؛ رویکرد ارزش در معرض ریسک /

تألیف و ترجمه‌ی میثم رادپور، حسین عبده تبریزی.

مشخصات نشر: تهران: آگاه، پیشبرد، ۱۳۸۸.

مشخصات ظاهری: ۴۲۱ ص.

شابک: 978-964-416-313-5

وضعیت فهرست‌نویسی: فیبا

یادداشت: کتابنامه.

موضوع: مدیریت ریسک.

موضوع: مدیریت ریسک مالی.

شناسه افزوده: عبده تبریزی، حسین، ۱۳۳۰ -

رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۸ الف۸/۱۵ HD۶۱/۱

رده‌بندی دیویی: ۶۵۸/۱۵۵

شماره کتابشناسی ملی: ۱۸۴۰۰۹۸



میثم رادپور و حسین عبده تبریزی

اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار

رویکرد ارزش در معرض ریسک

چاپ یکم: پاییز ۱۳۸۸، آماده‌سازی، حروف‌نگاری و نظارت بر چاپ: دفتر نشر آگاه

(حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی: میثم رادپور، طراحی جلد: محمودرضا لطیفی؛ ناظر چاپ: هومن بخشی)

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: طیف‌نگار

شمارگان: ۱،۱۰۰ نسخه

همه‌ی حقوق چاپ و نشر این کتاب محفوظ است

انتشارات پیشبرد

خیابان انقلاب، روبه‌روی سینما سپیده، شماره ۱۳۹۸

تلفن: ۶۶۴۸۷۷۱۲

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۶۷۲۱-۱۹-۷

مؤسسه‌ی انتشارات آگاه

خیابان انقلاب، بین فروردین و اردیبهشت، شماره ۱۳۴۰

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۴۱۶-۳۱۳-۵

info@agahpub.ir

www.agahbookshop.ir



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



باز نشر:



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

دیباچه

این کتاب به اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار می‌پردازد. مؤلفان با تکیه بر دانسته‌ها و تجربیات خود و با جستجوی مراجع و مآخذ مختلف، مطالب مفصلی را به‌منظور تشریح موضوع یاد شده گردآوری کرده‌اند. این جستجو طیف وسیعی از متون فارسی و انگلیسی و حتی پایان‌نامه‌های فارغ‌التحصیلان ایرانی را شامل می‌شود. آنچه در یازده فصل کتاب گرد آمده است، با توجه به نیازهای خواننده فارسی‌زبان است. هدف فقط دستیابی به مخاطبان دانشجو و دانش‌پژوهان نبوده است؛ مطالب این کتاب به‌گونه‌ای طرح‌ریزی شده که مدیران نیز مخاطب ما هستند؛ مدیرانی که به‌طور دائمی در کشوری در حال توسعه دست به‌گریبان ریسک‌اند و نیاز دارند که ریسک فعالیت خود را به اطلاعات کمی بدل کنند و در پی کنترل و کاهش ریسک عملیات خود باشند.

به‌علت پیچیدگی مسأله کمی‌سازی ریسک، کتاب حاضر شامل طیف وسیعی از روابط و معادلات ریاضی، توابع آماری، مدل‌های اقتصادسنجی و نیز مدل‌های مطرح در زمینه دانش اقتصاد و مالی است. یکی از اهداف خاص مؤلفان در تدوین این کتاب آماده‌سازی دانشجویان و دانش‌پژوهان برای خواندن و درک مقالات مجله‌های معتبر داخلی و بین‌المللی در رشته‌های مدیریت مالی، اقتصاد و سایر رشته‌های مرتبط است. چنین مقالاتی عمدتاً شامل روابط و مدل‌های نسبتاً پیچیده است و درک مطالب آن‌ها بدون فراگیری پیش‌زمینه‌های لازم، طاقت‌فرسا به‌نظر می‌رسد. کتاب حاضر با معرفی مدل‌های متنوع و رایج در زمینه ریسک‌های مالی و با پرداختن به فنون پیشرفته آماری و استفاده گسترده از روابط ریاضی دانش‌پژوهان را برای درک جنبه‌های فنی چنین مقالاتی مجهز می‌کند. همچنین این کتاب با پرداختن به مسائل و موضوعات مختلف کمی‌سازی ریسک می‌تواند



راهنمای خوبی برای طرح عناوین مقالات و پایان‌نامه‌های دانشجویان در رشته‌های مرتبط باشد.

مؤلفان کتاب به مدد بهره‌گیری از تجارب و دانسته‌های خود در زمینه اندازه‌گیری انواع ریسک‌های مالی، دیدگاه جامع خود را در گوشه و کنار این کتاب عرضه داشته‌اند. مباحث این کتاب حتی‌الامکان به‌گونه‌ای مطرح شده که علاوه بر ریسک بازار به سایر ریسک‌ها نیز قابل‌تعمیم است. مبانی کمی‌سازی و مدیریت ریسک‌های اعتباری، نقدینگی، عملیاتی و ... بر اساس ریسک بازار است و بنابراین، این کتاب می‌تواند به‌عنوان مرجعی عمومی برای مطالعه ریسک مورد‌ملاحظه قرار گیرد.

بیشتر مباحث مطرح شده در این کتاب به‌طرز گسترده‌ای تشریح شده و تا حد توان از آوردن مطالب مبهم و غیرقابل فهم جلوگیری شده است. دلایل توسعه مدل‌ها، پیش‌فرض‌ها و شرایط استفاده از آن‌ها، نحوه تخمین پارامترها و مزایا و محدودیت‌های کاربرد مدل‌ها با دقت و صفاپذیری ارائه شده است. اغلب مدل‌های کمی همراه با مثال‌هایی است که نحوه استفاده از آن‌ها را نشان می‌دهد. همچنین، مؤلفان برای افزایش قابلیت درک مباحث یادشده، جداول و نمودارهای متعددی ارائه کرده‌اند که بسیاری از آن‌ها بر پایه داده‌های بورس اوراق بهادار تهران است.

به رغم این که بخش عمده مطالب کتاب نگاشته مؤلفان است، اما حجم استفاده از متون انگلیسی مرجع و انعکاس ترجمه آن‌ها در کتاب به قدری بوده است که شایسته دانستیم از عنوان «تألیف و ترجمه» استفاده کنیم.

مسئولیت میثم رادپور عمدتاً متوجه نگاشتن بخش‌های کمی کتاب بوده است. او است که می‌باید از صحت مطالب کمی و فرمول‌ها اطمینان یافته باشد. مسئولیت حسین عبده تبریزی بیشتر متوجه صحت مفاهیم، انتخاب معادل‌ها، روانی مطالب، پیوند و توالی مطالب هر فصل و پیوستگی مباحث فصل‌های مختلف و نگارش جمع‌بندی‌ها بوده است. به رغم این تقسیم کار، بدیهی است که هر دو مؤلف در قبال صحت آنچه به روی کاغذ آمده، به اتفاق مسؤول‌اند.

درخواست مؤلفان/مترجمان از خوانندگان نقد کتاب و ارائه راهنمایی به آنان است. عاجزانه تقاضا می‌کنیم که اشتباهات کتاب را به ما گوشزد بفرمایید تا اگر به چاپ‌های بعدی رسید آن موارد را با ذکر نام شما اصلاح نماییم.

در نهایت از تمام کسانی که ما را در تهیه این کتاب یاری داده‌اند، خصوصاً آقای علی رسولی‌زاده‌ای، مهندس احسان رفیعی، مهندس حامد لهراسبی و آقایان ابوالفضل داوودآبادی، پدرام جهانگیری و امیر اشقاب تشکر می‌کنیم.

میثم رادپور، حسین عبده تبریزی





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فهرست مطالب

فصل اول: کلیات ریسک

۱۸.....	مقدمه.....
۱۹.....	مفهوم ریسک.....
۲۰.....	مدیریت ریسک.....
۲۳.....	انواع ریسک.....
۲۴.....	ریسک‌های اساسی مؤسسات مالی.....
۲۶.....	ریسک بازار.....
۲۷.....	ریسک اعتباری.....
۲۹.....	ریسک نقدینگی.....
۳۰.....	ریسک عملیاتی.....
۳۱.....	ریسک سیستماتیک و غیرسیستماتیک.....
۳۲.....	سنجه‌های ریسک.....
۳۵.....	سنجه‌های تلاطم.....
۳۵.....	دامنه تغییرات.....
۳۶.....	متوسط قدر مطلق انحرافات.....
۳۷.....	متوسط مجذور انحرافات.....
۳۷.....	انحراف معیار.....



۳۸	سنجه‌های حساسیت
۳۸	دیرش
۳۸	تحدب
۳۸	ضریب بتا
۳۹	سنجه‌های ریسک نامطلوب
۳۹	تاریخچه سنجه‌های ریسک نامطلوب
۴۱	نیم‌سنجه‌های ریسک
۴۲	سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک
۴۲	تاریخچه ارزش در معرض ریسک
۴۴	بحران‌های مالی، الزامات قانونی و ارزش در معرض ریسک
۴۶	عمومیت ارزش در معرض ریسک
۴۷	اهمیت ارزش در معرض ریسک
۴۸	خلاصه فصل
۴۹	منابع

فصل دوم: ارزش در معرض ریسک

۵۲	مقدمه
۵۲	تعریف
۵۴	فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک
۵۵	گام اول: تعیین درون‌دادها
۵۶	مرحله اول: تعیین موجودی‌های سبد دارایی
۵۶	مرحله دوم: شناسایی عوامل ریسک
۵۸	گام دوم: فرآیند نگاشت و فرآیند استنباط
۵۸	مرحله اول: فرآیند نگاشت
۶۰	مرحله دوم: فرآیند استنباط
۶۱	گام سوم: فرآیند انتقال
۶۴	گام چهارم: محاسبه مقدار سنجه ارزش در معرض ریسک

۶۵	مؤلفه‌های ریسک
۷۸	داده‌ها
۷۹	داده‌های سود/زیان
۷۹	برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال سود/زیان
۸۱	داده‌های زیان/سود
۸۱	برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال زیان/سود
۸۳	داده‌های مبتنی بر بازده حسابی
۸۴	برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال بازده حسابی
۸۶	داده‌های مبتنی بر بازده هندسی
۸۸	برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال بازده هندسی
۹۰	نگاشت بازده سبد دارایی
۹۱	سطح اطمینان و افق زمانی
۹۴	مزیت‌های ارزش در معرض ریسک
۹۸	محدودیت‌های ارزش در معرض ریسک
۱۰۲	نتیجه‌گیری
۱۰۲	منابع

فصل سوم: سنجه‌های منسجم ریسک

۱۰۶	مقدمه
۱۰۶	قواعد انسجام و کاربردهای آن
۱۱۱	ریزش موردانتظار
۱۱۶	سطح اطمینان و دوره نگهداری
۱۱۸	مقایسه ارزش در معرض ریسک و ریزش موردانتظار
۱۱۹	سنجه‌های ریسک طیفی
۱۲۴	نتیجه‌گیری

منابع..... ۱۲۵

فصل چهارم: مدل‌سازی ریسک

مقدمه..... ۱۲۸

توزیع شرطی در مقابل توزیع غیرشرطی..... ۱۲۹

فرآیند مدل‌سازی ریسک..... ۱۳۱

مدل‌های پیش‌بینی بازده..... ۱۳۳

مدل گشت تصادفی..... ۱۳۳

مدل شاخصی شارپ..... ۱۳۵

مدل‌های میانگین متحرک..... ۱۳۷

برآورد پارامترها..... ۱۳۹

مدل‌های خودرگرسیون..... ۱۳۹

برآورد پارامترها..... ۱۴۰

مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک..... ۱۴۴

برآورد پارامترها..... ۱۴۵

مدل عمومی شکل‌گیری بازده قیمت‌ها..... ۱۴۶

مدل‌های پیش‌بینی تلاطم، کوواریانس و ماتریس واریانس-کوواریانس..... ۱۴۷

مدل‌های پیش‌بینی تلاطم..... ۱۴۸

مدل میانگین متحرک ساده..... ۱۴۸

مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی..... ۱۵۱

برآورد ضریب هموارسازی..... ۱۵۳

مدل‌های تلاطم تصادفی..... ۱۵۴

ناهمسانی واریانس..... ۱۵۵

روند توسعه مدل‌های ARCH و GARCH..... ۱۵۸

مدل‌های ARCH و GARCH..... ۱۵۹

برآورد پارامترها..... ۱۶۴

نسخه‌های دیگر مدل خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته..... ۱۶۶



فهرست مطالب ۹

۱۷۲	تلاطم ضمنی
۱۷۳	مزیت‌های تلاطم ضمنی
۱۷۴	محدودیت‌های تلاطم ضمنی
۱۷۵	مدل‌های پیش‌بینی کوواریانس‌ها و همبستگی‌ها
۱۷۶	مدل میانگین متحرک ساده
۱۷۸	مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی
۱۷۸	مدل خودرگرسیون‌ی مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته
۱۷۹	کوواریانس‌ها و همبستگی‌های ضمنی
۱۸۰	برخی دام‌های مربوط به برآورد همبستگی
۱۸۰	پیش‌بینی ماتریس‌های کوواریانس
۱۸۱	ماتریس معین مثبت و ماتریس نیمه‌معین مثبت
۱۸۲	برآورد واریانس-کوواریانس تاریخی
۱۸۲	میانگین متحرک با اوزان نمایی چندمتغیره
۱۸۳	خودرگرسیون‌ی مشروط بر ناهمسانی واریانس چندمتغیره
۱۸۵	رویکردهای مدل‌سازی ریسک
۱۸۷	نتیجه‌گیری
۱۸۸	منابع

فصل پنجم: رویکردهای پارامتریک

۱۹۲	مقدمه
۱۹۲	مشخصه‌ها و مفروضات
۱۹۳	مدل‌های پارامتریک
۱۹۴	مدل‌های متداول پارامتریک
۱۹۴	ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نرمال
۱۹۷	معایب فرض نرمال
۱۹۸	ارزش در معرض ریسک t
۲۰۰	ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال



۲۰۳	مدل‌های تلاطم تصادفی
۲۰۵	مدل‌های متنوع پارامتریک
۲۰۵	توزیع بیضوی و توزیع هذلولی
۲۰۶	مدل‌های نرمال مرکب
۲۰۹	مدل‌های جهش-انتشار
۲۱۰	مدل باکس-کاکس
۲۱۱	توزیع خطای تعمیم‌یافته
۲۱۱	توزیع‌های خانوادهٔ جانسون، خانوادهٔ پیرسون، چوله-t و لاندای تعمیم‌یافته
۲۱۲	تقریب کورنیش-فیشر
۲۱۴	مدل‌های پارامتریک ارزش در معرض ریسک سبد دارایی
۲۱۵	رویکرد واریانس-کوواریانس چندمتغیرهٔ نرمال
۲۱۶	رویکردهای واریانس-کوواریانس غیرنرمال
۲۱۶	توزیع‌های چندمتغیرهٔ t
۲۱۷	توزیع‌های چندمتغیرهٔ بیضوی
۲۱۷	رویکرد هال-وایت جهت انتقال به نرمال بودن
۲۱۹	محدودیت‌های رویکرد پارامتریک
۲۲۱	نتیجه‌گیری
۲۲۲	منابع

فصل ششم: نظریهٔ ارزش فرین

۲۲۶	مقدمه
۲۲۶	ارزش فرین
۲۲۹	نظریهٔ تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین
۲۳۳	تخمین پارامترها
۲۳۳	روش حداکثر درست‌نمایی
۲۳۵	روش رگرسیون

۲۳۷.....	روش نیمه پارامتریک
۲۳۹.....	انتخاب نمونه ارزش‌های فرین
۲۳۹.....	محاسبه صدک‌های توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین
۲۴۰.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک
۲۴۳.....	رویکرد فراتر از آستانه
۲۴۷.....	تحلیل داده‌ها پیش از برآورد
۲۴۹.....	نمودار صدک- صدک
۲۵۰.....	تابع میانگین فزونی
۲۵۱.....	نمودار هیل
۲۵۲.....	برآورد پارامترها
۲۵۳.....	روش حداکثر درست‌نمایی
۲۵۴.....	روش رگرسیون
۲۵۵.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک
۲۵۸.....	نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین در مقابل فراتر از آستانه
۲۵۸.....	تکامل رویکردهای ارزش فرین
۲۵۹.....	ارزش فرین شرطی
۲۶۰.....	عدم‌وجود استقلال زمانی
۲۶۱.....	نظریه ارزش فرین چندمتغیره
۲۶۲.....	نتیجه‌گیری
۲۶۵.....	منابع

فصل هفتم: رویکردهای ناپارامتریک

۲۶۸.....	مقدمه
۲۶۸.....	مشخصه‌ها و مفروضات
۲۶۹.....	شبیه‌سازی داده‌های تاریخی
۲۷۰.....	شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی

۲۷۲.....	شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ.....
۲۷۳.....	شبیه‌سازی تاریخی موزون.....
۲۷۴.....	شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان.....
۲۷۷.....	شبیه‌سازی تاریخی با استفاده از تخمین چگالی ناپارامتریک.....
۲۷۸.....	هیستوگرام.....
۲۷۹.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک.....
۲۸۱.....	برآوردکننده ساده.....
۲۸۳.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک.....
۲۸۶.....	برآوردکننده کرنل.....
۲۸۸.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک.....
۲۹۱.....	مزایا و معایب رویکردهای ناپارامتریک.....
۲۹۴.....	نتیجه‌گیری.....
۲۹۵.....	منابع.....

فصل هشتم: رویکردهای نیمه پارامتریک

۲۹۸.....	مقدمه.....
۲۹۸.....	رویکردها.....
۲۹۹.....	شبیه‌سازی تاریخی موزون.....
۲۹۹.....	شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با تلاطم.....
۳۰۱.....	شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با همبستگی.....
۳۰۵.....	شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده.....
۳۰۷.....	تخمین چگالی ناپارامتریک.....
۳۰۸.....	مسأله انتخاب تابع کرنل و عرض بند.....
۳۱۰.....	محاسبه ارزش در معرض ریسک.....
۳۱۵.....	برآوردکننده‌های کرنل متغیر.....
۳۱۵.....	عملکرد نظری و تجربی برآوردکننده‌های کرنل.....

شبکهٔ عصبی ۳۱۶

نتیجه‌گیری ۳۱۷

منابع ۳۱۸

فصل نهم: شبیه‌سازی مونت کارلو

مقدمه ۳۲۲

تاریخچهٔ شبیه‌سازی مونت کارلو ۳۲۳

فرآیند شبیه‌سازی مونت کارلو ۳۲۴

روش‌های تحلیلی درمقابل شبیه‌سازی مونت کارلو ۳۲۵

کاربرد شبیه‌سازی مونت کارلو در مالی ۳۳۱

مزایا و معایب شبیه‌سازی مونت کارلو ۳۳۳

نتیجه‌گیری ۳۳۵

منابع ۳۳۵

فصل دهم: تجزیهٔ ریسک

مقدمه ۳۳۸

ریسک‌های افزایشی و اجزاء ۳۳۸

ارزش در معرض ریسک افزایشی ۳۳۹

برآورد ارزش در معرض ریسک افزایشی ۳۴۱

رویکرد قبل و بعد ۳۴۱

رویکرد تحلیلی ۳۴۲

معایب رویکرد گارمن ۳۴۶

ارزش در معرض ریسک اجزاء ۳۴۷

محدودیت‌های ارزش در معرض ریسک اجزاء ۳۴۹

موارد استفادهٔ ارزش در معرض ریسک اجزاء ۳۵۰

کندوکاو ریسک‌ها ۳۵۱

گزارش‌دهی ارزش در معرض ریسک اجزاء ۳۵۱

۳۵۳.....تجزیهٔ سنجه‌های منسجم ریسک

۳۵۴.....نتیجه‌گیری

۳۵۵.....منابع

فصل یازدهم: پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک

۳۵۸.....مقدمه

۳۵۸.....پس‌آزمایی چیست؟

۳۵۹.....اهمیت پس‌آزمایی

۳۶۰.....الزامات سرمایه و پس‌آزمایی

۳۶۱.....رویکردهای پس‌آزمایی

۳۶۴.....رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد

۳۶۴.....آزمون کوپیک

۳۶۶.....آزمون کریستوفرسن

۳۶۷.....آزمون پوشش غیرشرطی

۳۶۹.....آزمون استقلال

۳۷۱.....آزمون پوشش شرطی

۳۷۳.....آزمون اختلاف شرط‌بندی

۳۷۵.....آزمون انگل و منگانلی

۳۷۶.....رویکرد پیش‌بینی چگالی

۳۷۷.....آزمون‌های مبتنی بر تبدیل روزن‌بلات

۳۸۰.....آزمون‌های مبتنی بر تبدیل برکویتز

۳۸۲.....رویکرد مقایسه‌ای

۳۸۷.....پس‌آزمایی با موقعیت‌ها و داده‌های جایگزین

۳۸۷.....پس‌آزمایی با موقعیت‌های جایگزین

۳۸۸.....پس‌آزمایی با داده‌های جایگزین

۳۸۸.....نتیجه‌گیری

فهرست مطالب ۱۵

منابع..... ۳۹۰

نمایه..... ۳۹۳

فهرست برابری واژگان - فارسی به انگلیسی..... ۴۰۳



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر:

فصل اول

کلیات ریسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

سرمایه‌گذاران به‌هنگام اخذ تصمیمات سرمایه‌گذاری به‌طور هم‌زمان ریسک و بازده حاصل از گزینه‌های مختلف را مد نظر قرار می‌دهند. ریسک و بازده اگر تنها ابعاد تأثیرگذار در زمینه تصمیمات سرمایه‌گذاری نباشد، بدون شک مهمترین آن‌ها به شمار می‌رود. در واقع آن‌چه که در دانش مالی از آن به‌عنوان رفتار عقلایی¹ تعبیر می‌شود، چیزی جز توجه صرف به این دو بعد به‌هنگام تجزیه و تحلیل فرصت‌های سرمایه‌گذاری نیست. در ادبیات مالی و اقتصادی به‌وضوح عنوان می‌شود، فرد عاقل کسی است که به‌دنبال دستیابی به سطح معینی از بازده با تحمل حداقل ریسک ممکن است. به‌عبارتی دیگر، وی خواستار دستیابی به حداکثر بازده در سطح معینی از ریسک است. بنابراین، ریسک جزء جدانشدنی بازده است و نمی‌توان در مورد بازده سرمایه‌گذاری بدون توجه به ریسک مترتب بر آن صحبت نمود. به‌بیانی دیگر، ریسک صفت بازده است و نمی‌توان هیچ موصوفی را صرف‌نظر از صفتش تشریح کرد.

اگر ریسک و بازده دارای با عنوان متغیر مد نظر قرار گیرد، تفاوت عمده‌ای بین آن‌ها قابل تشخیص است. بازده متغیری کمی و ریسک متغیری کیفی است. بدیهی است که شناسایی، تجزیه و تحلیل و اندازه‌گیری متغیرهای کمی به مراتب ساده‌تر از متغیرهای کیفی است. اندازه‌گیری یک کیفیت و بیان آن در قالب یک کمیّت کاری بس دشوار و

1. rational behavior



مستلزم دقت و تلاشی و صفاپذیر است. به همین دلیل است که هنوز هم تلاش جهت کمی‌سازی ریسک و جستجو برای آرایه‌مدل‌های دقیق‌تر و منطقی‌تر ادامه دارد. پس از دستیابی به هدف کمی‌سازی ریسک، هدف بعدی تعبیر و تفسیر کمیت‌ها در جهت کنترل و مدیریت ریسک است. تعبیر و تفسیر درست کمیت‌های ریسک، رهنمودهای مؤثری در جهت مدیریت بهینه ریسک و اخذ تصمیمات سازگار با اهداف و استراتژی‌های سازمان فراهم می‌آورد.

بنابراین، مسأله اندازه‌گیری و مدیریت ریسک در هم تنیده شده است. به گفته یکی از صاحب‌نظران، تا اندازه‌گیری نکنیم، نمی‌توانیم مدیریت کنیم. تمرکز اصلی این کتاب نیز دقیقاً همین دو مسأله است. فصل اول را با کلیات ریسک آغاز می‌کنیم. این فصل در واقع مقدمه‌ای برای کل کتاب است.

مفهوم ریسک

هر یک از محققان از واژه ریسک، تعریف خاص موردنظر خود را با اقامه دلایل و مباحث گسترده مطرح کرده‌اند. البته، در علوم انسانی و به‌خصوص علوم مدیریت، این تنوع نظر عادی به نظر می‌رسد. با این وجود، می‌توان ادعا کرد در همه این تعاریف، موقعیت‌های توأم با ریسک سه عامل مشترک دارد:

- عمل یا اقدام بیش از یک نتیجه به بار می‌آورد.
- تا زمان ملموس شدن نتایج، از حصول هیچ‌یک از آن‌ها آگاهی قطعی در دست نیست.
- حداقل یکی از نتایج ممکن‌الوقوع، پیامدهای نسبتاً نامطلوبی به همراه دارد.

پس، عدم اطمینان^۱ از نتایج عمل و قرارگرفتن در معرض این عدم اطمینان از مهم‌ترین مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده انواع ریسک‌هاست. در برخی موارد، به‌طور کلی در مورد چگونگی نتایج آینده، اطلاعی در دست نداریم و در موارد دیگر با فرض آشنایی با گزینه‌های مختلف نتایج آتی، بر پایه تجربه و حدس، تقریب‌هایی در مورد امکان وقوع هر یک به‌دست می‌آوریم. در حالت‌هایی خاص نیز مشروط به حاضر بودن پیش‌فرض‌هایی که آن حالت خاص را ساخته است، می‌توان با استفاده از فنون آماری و قوانین احتمالات، با دقت نسبی،

1. uncertainty

شناخت دقیق‌تری از احتمال وقوع این نتایج به دست آورد. بدیهی است با حرکت از سوی عدم اطمینان کامل نتایج به طرف عدم اطمینان نسبی آن‌ها، میزان ریسک نیز کمتر می‌شود. این واقعیت با ادراک متعارف ما نیز هم‌خوانی دارد، چراکه هرچه آینده برای ما روشن‌تر و عدم اطمینان‌های آن کمتر باشد، خود را در معرض ریسک و خطر کمتری می‌بینیم و برعکس.

تمام مؤسسات انتفاعی و غیرانتفاعی، از کارگاه‌های کوچک گرفته تا شرکت‌های بزرگ، به نوعی با ریسک روبرویند. هر جا برای یک انتخاب، گزینه‌های گوناگون وجود داشته باشد و آن گزینه‌ها با آثار و نتایج مختلف همراه باشد، ریسک وجود دارد. به خصوص، اگر حداقل یکی از این نتایج، اثرات نامطلوبی نسبت به سایر رویدادها داشته باشد.

برای مؤسسات مالی، ریسک از مفهوم وسیع‌تری برخوردارست. محور فعالیت‌های بسیاری از بنگاه‌های مالی مانند مؤسسات بیمه و صندوق‌های بازنشستگی بر کنترل ریسک استوار است. برای چنین مؤسساتی، این مفهوم به قدری مهم است که در بسیاری از موارد، حتی دخالت‌های مستقیم قانونی از سوی قانون‌گذاران را به همراه دارد. نمونه بارز آن، تعیین حداقل میزان ذخیره قانونی بانک‌ها از سوی بانک مرکزی است که یکی از سه ابزار بسیار مهم برای کنترل سیستم بانکی است.

مدیریت ریسک^۱

هدف مدیریت ریسک کنترل پیامدهای نامطلوب ناشی از تحمل ریسک و همچنین اطمینان یافتن از دستیابی به فواید پذیرش ریسک است. این امر مستلزم آن است که ریسک را شناسایی و برای مدیریت آن تصمیمات هوشیارانه اتخاذ کنیم. سهل‌انگاری در مدیریت ریسک، عواقب نامطلوب و مهمی به لحاظ مالی و اعتباری بر جای می‌گذارد. حتی اگر تأثیر پیامدهای عدم مدیریت ریسک جدی هم نباشد، بی‌توجهی به آن می‌تواند باعث انحراف از مسیر اصلی امور شود و موجب شود تا به جای صرف وقت در مسائل اصلی تجارت، عمده انرژی و امکانات خود را صرف مقابله با تبعات عدم مدیریت ریسک نماییم. توجه شایسته به مدیریت ریسک، نیازمند داشتن چارچوبی مطمئن برای آن است. این چارچوب نه تنها شامل فرآیندهای شناسایی، اندازه‌گیری و مدیریت ریسک می‌شود، بلکه سازوکاری فراهم می‌آورد

1. risk management

که به ما امکان می‌دهد در رابطه با تغییرات ریسک در طول زمان، رویه‌های مدیریت بحران و طرح‌های محدودکننده عوامل مسبب ریسک که قبلاً پیش‌بینی نشده است، بازخور دریافت نماییم.

به بیانی دقیق‌تر می‌توان گفت مدیریت ریسک فرآیندی است که در آن مدیران به شناسایی، اندازه‌گیری و تصمیم‌گیری در مورد ریسک‌ها و نظارت بر انواع ریسک‌های مطرح برای بنگاه می‌پردازند. مثلاً، برای این که وضعیت مؤسسه در محدوده‌ای نگه داشته شود که پاسخگوی معیارهای نقدینگی موردنیاز یا موردنظر مشتریان، اعتباردهندگان^۱ و مقام ناظر^۲ باشد، مدیران ناچارند تخمین‌هایی از مقدار ضرر بالقوه ارایه کنند. در مرحله بعدی، باید سازوکارهایی برای کنترل مقدار ریسک برقرار کنند و همچنین مشوق‌هایی برای ریسک‌پذیری عاقلانه سرمایه‌گذاران عرضه نمایند.

مدیریت ریسک فرآیندی است برای رفع نیازهای یادشده از طریق:

- تعیین ریسک‌های عمده‌ای که مؤسسه در معرض آن‌ها قرار دارد.
- به‌دست‌آوردن معیارهای منسجم، قابل‌فهم و عملی برای تخمین ریسک‌ها.
- تصمیم‌گیری در مورد این که کدام‌یک از ریسک‌ها قابل‌تحمل است؛ کدام‌یک باید کاهش یابد؛ از کدام‌یک باید اجتناب شود و همچنین تعیین ابزار مالی مورد نیاز.
- برقراری رویه‌های لازم جهت تعیین جایگاهی که مؤسسه از لحاظ ریسک^۳ باید به آن دست یابد.

طبعاً با افزایش ریسک مؤسسات مالی، مدیریت ریسک مالی نیز اهمیت بیشتری می‌یابد. عدم‌ثبات سیاسی و اقتصادی در جهان کنونی و به‌دنبال آن ایجاد تغییرات سریع در محیط فعالیت شرکت‌ها، ریسک مؤسسات مالی را دوچندان کرده است. به‌علاوه، تجربه‌های تلخ بعضی کشورها مانند کشورهای آسیای جنوب شرقی در دهه قبل و به‌ویژه بروز بحران سال ۲۰۰۸ که نتیجه مستقیم عدم‌مدیریت ریسک بوده، توجه بیشتر مدیران و قانون‌گذاران را نسبت به مقوله ریسک برانگیخته است. در حقیقت، بحران مالی سال ۲۰۰۸ و در پی آن بروز مشکلات گسترده اقتصادی و اجتماعی و ورشکستگی‌های پی‌درپی و

1. creditors
2. regulator
3. risk position

ناتوانی مؤسسات مالی در ایفای تعهدات خود باعث شده است که اکنون اندازه‌گیری و کنترل ریسک، در کانون توجه مؤسسات مالی قرار گیرد. این وقایع بر اهمیت روزافزون مدیریت ریسک دلالت دارد که از نتایج واضح آن، افزایش توجه مدیران به مطالعه در حوزه ریسک است. بدیهی است انجام شایسته هر یک از وظایف مدیریت ریسک، نیازمند استفاده از ابزار قدرت‌مند و مبتنی بر مبانی علمی است.

یکی از مهم‌ترین اجزای مدیریت ریسک، اندازه‌گیری ریسک^۱ است. ریسک مفهومی کیفی است و به عدم اطمینان نسبت به انتظارات اشاره دارد. این عدم اطمینان، نگرانی‌هایی را نسبت به آینده برای سرمایه‌گذار ایجاد می‌نماید. تا زمانی که این عدم اطمینان کمی نشود، قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی ریسکی به صورت معمماً باقی می‌ماند، چراکه ریسک موجود در دارایی‌های مالی از عوامل تعیین‌کننده نرخ بازده موردنظر سرمایه‌گذاران است و این نرخ در عین حال تعیین‌کننده قیمت دارایی‌های مالی است. اندازه‌گیری و کمی کردن ریسک از دیرباز ذهن ریاضی‌دانان، مدیران و سیاست‌گذاران را به خود مشغول کرده است. سیاست‌گذاران برای وضع سیاست‌های منصفانه و کاملاً شفاف درباره ریسک و همچنین جهت نظارت بر حسن اجرای آن‌ها، به مقادیر کمی ریسک نیازمندند. مدیران به دنبال ایجاد توازن بین ریسک و بازده سرمایه‌گذاری هستند. ریاضی‌دانان هم در صددن این نیازها را با تدوین ابزارهای قوی و در عین حال ساده ریاضی پاسخ دهند.

به‌منظور نیل به هدف اندازه‌گیری ریسک، ابزار مختلفی در حیطة ریاضیات و مهندسی مالی به‌ویژه در سال‌های اخیر تدوین شده است. اهمیت توسعه چنین ابزارهایی تا بدانجاست که برخی روش‌های اندازه‌گیری ریسک، از ساده‌ترین مدل‌های آماری گرفته تا پیچیده‌ترین معادلات، جایزه نوبل را نصیب مبدعان خود کرده است.

افزایش پیچیدگی ابزار و بازارهای مالی در طی زمان، خلق سنج‌های پیچیده‌تر را به دنبال داشته است. جدول (۱-۱) شامل فهرست مهم‌ترین ابزار تدوین شده در طی ۷۰ سال گذشته برای اندازه‌گیری ریسک است.

سال تولد	ابزارهای مدیریت ریسک
----------	----------------------

1. risk measurement



۱۹۳۸	دیرش اوراق قرضه ^۱
۱۹۵۲	مدل میانگین-واریانس مارکویتز ^۲
۱۹۶۳	مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای ^۳
۱۹۶۶	مدل‌های چندعاملی ^۴
۱۹۷۳	مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله بلک-شولز ^۵
۱۹۸۸	دارایی‌های ریسک موزون برای بانک‌ها ^۶
۱۹۹۲	آزمون استرس ^۷
۱۹۹۳	ارزش در معرض ریسک ^۸
۱۹۹۴	ریسک‌متریکس ^۹
۱۹۹۷	کریدیت‌متریکس ^{۱۰}
۲۰۰۰	مدیریت جامع ریسک بنگاه اقتصادی ^{۱۱}

جدول (۱-۱): سیر تحول ابزارهای تحلیلی مدیریت ریسک

انواع ریسک

تمامی بنگاه‌ها در معرض دو گروه کلی از ریسک، یعنی ریسک‌های تجاری^{۱۲} و غیرتجاری^{۱۳} اند. ریسک‌های تجاری، ریسک‌هایی است که از بطن کسب و کار شرکت و فعالیت‌های آن ناشی می‌شود. این ریسک‌ها به بازار محصولات و خدماتی بستگی دارد که بنگاه در آن فعالیت می‌کند و شامل نوآوری‌ها در فن‌آوری، طراحی خدمات و محصولات و بازاریابی آن‌ها می‌شود. فعالیت‌های تجاری هر بنگاه در معرض ریسک‌های کلان اقتصادی

1. bond duration
2. Markowitz mean-variance model
3. capital asset pricing model (CAPM)
4. multifactor models
5. Black-Scholes option pricing model
6. risk-weighted assets for banks
7. stress testing
8. value at risk (VaR)

۹. ریسک‌متریکس، (RiskMetrics) مجموعه‌ای از فنون خاص برای اندازه‌گیری ریسک بازار است.

۱۰. کریدیت‌متریکس، (CreditMetrics) مدلی خاص برای اندازه‌گیری ریسک اعتباری است.

11. enterprise wide risk management (EWRM)
12. business risks
13. nonbusiness risks

نیز قرار دارد. این ریسک‌ها از چرخه‌های اقتصادی و یا حتی از تغییر سیاست‌های پولی و مالی دولت ناشی می‌شود.

ریسک‌های غیرتجاری شامل تمامی ریسک‌ها غیر از ریسک‌های تجاری است. ریسک استراتژیک از این جمله است که حاصل جابجایی‌های اساسی در محیط‌های اقتصادی یا سیاسی است. سلب مالکیت و ملی‌شدن بنگاه‌ها از نمونه‌های این ریسک است.

ریسک‌های مالی^۱ در حیطه ریسک‌های غیرتجاری قرار می‌گیرد. این ریسک‌ها ناشی از تقبل زیان‌های احتمالی در بازارهای مالی است. می‌توان به‌منظور تمرکز بنگاه‌ها بر اموری که در آن‌ها تسلط دارند، ریسک‌های مالی را بهینه کرد. برخلاف بنگاه‌های صنعتی، وظیفه اصلی مؤسسات مالی، مدیریت فعال ریسک‌های مالی است. مدیریت ریسک‌های مالی به طراحی و اجرای رویه‌هایی اشاره دارد که به کنترل ریسک‌های مالی منجر می‌شود. از آنجا که تمرکز این کتاب بر ریسک‌های مالی و نوع خاص آن یعنی ریسک بازار است، به جای شرح بیشتر ریسک‌های دیگر، به بررسی ریسک مالی می‌پردازیم.

ریسک‌های اساسی مؤسسات مالی

یکی از مهم‌ترین اهداف مؤسسات مالی افزایش بازدهی است، اما این مسأله غالباً به‌قیمت افزایش ریسک (به معنی عدم اطمینان در دستیابی به بازده موردانتظار) برای مؤسسه تمام شود. بنابراین، مدیران ریسک در مؤسسات مالی به‌دنبال آن اند که بین ریسک و بازده توازن ایجاد کنند؛ توازنی که در نهایت به بیشینه‌سازی ثروت سهام‌داران بیانجامد. بدیهی است این هدف بدون شناخت اقسام ریسک‌های حاکم بر فعالیت‌های مؤسسات مالی ممکن نیست.

در صفحه بعد فهرستی از ریسک‌هایی را ملاحظه می‌کنید که اغلب مؤسسات مالی در خلال فعالیت‌های خود با آن‌ها دست و پنجه نرم می‌کنند.

نام	توصیف
-----	-------

1. financial risks

ریسک عدم وصول تسهیلات اعطایی و عدم ایفای تعهدات از جانب طرف قرارداد	ریسک اعتباری ^۱
ریسک نقدشوندگی مطالبات مشتریان به صورت آنی و نیاز بانک به تبدیل فوری دارایی‌ها به پول نقد	ریسک نقدینگی ^۲
ریسک کاهش ارزش دارایی‌ها به علت نوسان نرخ بهره	ریسک نرخ بهره ^۳
ریسک کاهش ارزش دارایی‌ها و پرداخت‌ها به علت تغییر نرخ‌ها و قیمت‌های بازار	ریسک بازار ^۴
ریسک مؤسسه ناشی از نتایج فعالیت‌های مربوط به دارایی‌ها یا پرداخت‌های اقتضایی	ریسک خارج ترازنامه ^۵
ریسک ناشی از تغییر ارزش دارایی‌ها یا بدهی‌های ارزی به علت تغییر نرخ ارز	ریسک نرخ ارز ^۶
ریسک عدم بازپرداخت مشتریان خارجی به علت دخالت دولت‌های خارجی	ریسک حاکمیت ^۷
ریسک ناشی از عدم وجود سرمایه مکفی برای جبران کاهش ارزش دارایی‌ها	ریسک ناتوانی در پرداخت ^۸

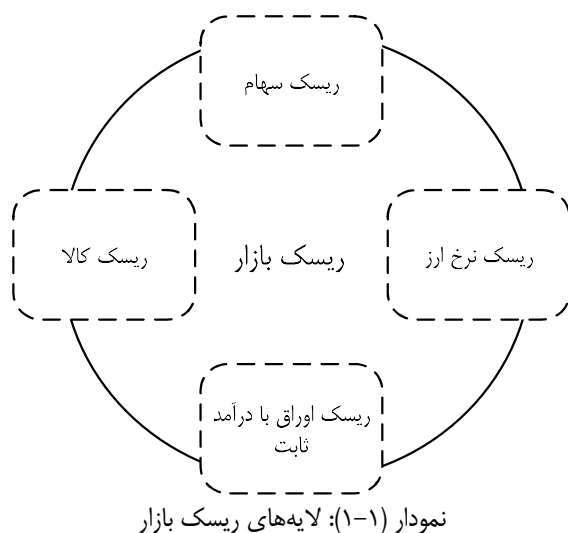
جدول (۱-۲): فهرست ریسک‌های مطرح برای مؤسسات مالی

در جدول فوق، فهرست نسبتاً بلندی از انواع ریسک‌های مالی ارائه شده است. دشواری کار با چنین فهرست بلندبالایی از ریسک ما را بر آن می‌دارد که با ترکیبی از آن‌ها کار کنیم. مثلاً، ریسک نرخ ارز را می‌توان در ریسک بازار خلاصه نمود. به علاوه، چون به راحتی نمی‌توانیم مرز میان تمامی این ریسک‌ها را روشن کنیم، استفاده از همه آن‌ها امری غامض است. به همین دلیل، در ادامه به تعدادی از ریسک‌ها اشاره می‌کنیم که مهم‌ترین عوامل توجه‌کننده تالاطم^۹ یا نوسان بازده در مؤسسات مالی‌اند. این ریسک‌ها شامل ریسک بازار، اعتباری، نقدینگی و عملیاتی است. مؤسسات مالی با این ریسک‌ها آشنا ترند و برای آن‌ها سیستم‌های کنترل و مدیریت بیشتری تدارک دیده‌اند.

1. credit risk
2. liquidity risk
3. interest rate risk
4. market risk
5. off-balance-sheet risk
6. foreign exchange risk
7. sovereign risk
8. insolvency risk
9. volatility

ریسک بازار

ریسک بازار، ریسک زیان ناشی از حرکات^۱ یا نوسان‌های غیرمنتظره قیمت‌ها یا نرخ‌های بازار است؛ با این تعریف می‌توان آن را از سایر انواع ریسک‌ها مثل ریسک اعتباری و عملیاتی تمیز داد. در عین حال، ریسک بازار را نمی‌توان به‌طور کامل از چنین ریسک‌هایی تفکیک نمود، چراکه گاهی اوقات آن ریسک‌ها منشأ ریسک بازارند. به‌عنوان مثال، رویدادهای اعتباری^۲ ممکن است به تغییر قیمت اوراق قرضه منجر شده و بدین ترتیب محرک زیان‌های ناشی از ریسک بازار شود. رویدادهای عملیاتی^۳ نیز ممکن است به زیان‌های بازار منجر شود. اقدامات سفته‌بازانه معامله‌گری در بانک بارینگز^۴ که به صفر شدن ارزش سهم آن بانک منجر شد، مثال خوبی در این زمینه است. لایه‌های مختلفی از ریسک بازار وجود دارد. در نمودار زیر لایه‌بندی‌ای از ریسک بازار ارائه شده است.



1. movements
2. credit events
3. operational events
4. Barings bank

در این نمودار، خطوط نقطه‌چین گویای تأثیرپذیری ریسک بازار از دیگر منابع ریسک است. لایه‌های مختلف ریسک بازار عبارت است از:

- ریسک سهام: لایه‌ای از ریسک بازار است که به موقعیت‌های بازار سهام مربوط می‌شود.
- ریسک اوراق بهادار با درآمد ثابت: ریسک‌هایی است که به موقعیت ابزار با درآمد ثابت، مانند اوراق قرضه و ابزار حساس به نرخ بهره^۱ مانند تاخت نرخ بهره^۲ مربوط می‌شود.
- ریسک نرخ ارز: ریسک‌های مربوط به موقعیت‌های خارجی و نرخ‌های متقابل ارز است.
- ریسک کالا^۳: ریسک‌هایی است که به موقعیت‌های مؤسسه در ارتباط با کالاهایی چون فرآورده‌های کشاورزی، انرژی، فلزات و مشابه این‌ها مربوط می‌گردد.

ریسک بازار به لحاظ کمی به دو صورت بیان می‌شود. ریسک مطلق^۴ که با واحد پولی سنجیده می‌شود و ریسک نسبی^۵ که نسبت به شاخصی معین اندازه‌گیری می‌شود. صورت اول بر تلاطم بازده کل تمرکز می‌کند. صورت دوم، ریسک را بر اساس خطای ردگیری^۶ یا انحراف از یک شاخص اندازه می‌گیرد. ارزش در معرض ریسک مثالی برای ریسک مطلق و ضریب بتا نمونه‌ای از ریسک نسبی است.

ریسک اعتباری

ریسک اعتباری از این واقعیت ریشه می‌گیرد که طرف قرارداد^۷ نتواند یا نخواهد تعهداتش را انجام دهد. تأثیر این ریسک با هزینه ریالی ناشی از نکول^۸ طرف قرارداد سنجیده می‌شود.

1. interest-sensitive instrument
2. interest rate swap
3. commodity risk
4. absolute risk
5. relative risk
6. tracking error
7. counterparty
8. default

زیان‌های ناشی از ریسک اعتباری ممکن است قبل از وقوع واقعی نکول از جانب طرف قرارداد، ایجاد شود. بنابراین، ریسک اعتباری را می‌توان به‌عنوان زبانی محتمل تعریف کرد که در اثر یک رویداد اعتباری اتفاق می‌افتد. رویداد اعتباری زمانی واقع می‌شود که توانایی طرف قرارداد در انجام تعهداتش تغییر کند. با این تعریف، تغییر ارزش بازار بدهی به‌خاطر تغییر رتبه‌بندی اعتباری (یا تغییر آگاهی بازار از توانایی طرف قرارداد نسبت به انجام تعهداتش) را نیز می‌توان به‌عنوان ریسک اعتباری در نظر گرفت. این مورد، تا حدی بین ریسک اعتباری و ریسک بازار همپوشانی ایجاد می‌کند.

اوراق قرضه، وام و اوراق مشتقه همگی ریسک اعتباری دارند. برای اوراق مشتقه مانند قراردادهای تاخت^۱، ریسک اعتباری بسیار کمتر است، زیرا عموماً قرارداد به‌گونه‌ای تنظیم می‌شود که ارزش اولیه آن صفر باشد. اما، این قراردادها زمانی با ریسک اعتباری همراه می‌شود که قرارداد به‌نفع یک طرف ارزشمند شود و طرف مقابل از انجام تعهداتش در سررسید قصور نماید. بنابراین، اندازه‌گیری ریسک اعتباری در قراردادهای تاخت شامل تحلیل رابطه ریسک بازار و ریسک اعتباری است.

ریسک اعتباری شامل ریسک حاکمیت هم می‌شود. این ریسک به‌عنوان مثال زمانی آشکار می‌شود که کشورها روی نرخ تبدیل ارز اعمال کنترل کنند و طرفین قرارداد نتوانند به تعهدات خود وفادار بمانند. در حالی که ریسک نکول معمولاً مختص شرکت‌ها و اشخاص است، ریسک حاکمیت به کشورها مربوط می‌شود.

یک حالت خاص ریسک اعتباری، ریسک تسویه^۲ است. این ریسک زمانی تحقق می‌یابد که مقرر باشد دو پرداخت در یک روز جابه‌جا شود، اما بعد از این که یک طرف قرارداد پرداخت خود را انجام داد، طرف مقابل مرتکب نکول شود. در روز تسویه، مبلغ در معرض نکول طرف قرارداد به میزان کل پرداخت است، در حالی که در روزهای قبل، این مقدار فقط به اندازه خالص ارزش دو پرداخت می‌باشد.

ریسک تسویه در معاملات ارز محسوس‌تر است، چراکه شامل مبادله ارزهای مختلف در ساعت‌های مختلف روز می‌شود. در این مورد، تأخیر در پرداخت، حتی در طول یک روز نیز نکول تلقی می‌شود. وقتی بانک هر شتات^۳ در ۱۹۷۴ در کشور آلمان ورشکسته شد،

-
1. swap contracts
 2. settlement risk
 3. Herstat bank



تعدادی از پرداخت‌ها را از یک طرف دریافت کرده بود، اما قبل از این که پرداخت‌های متقابل را انجام دهد، مرتکب نکول شده بود. این واقعه نشان‌گر بی‌ثباتی معاملات در سیستم بانکی جهانی بود. این بی‌ثباتی‌ها در تأسیس کمیته^۱ بال^۱ برای نظارت بر بانک‌ها در سطح جهانی بسیار مؤثر بود. کمیته^۱ بال، ۱۵ سال بعد از این واقعه، شرط کفایت سرمایه را برای سیستم بانکی تصویب کرد.

ریسک نقدینگی

ریسک نقدینگی دو صورت دارد: ریسک نقد شونددگی دارایی‌ها^۲ و ریسک نقدینگی تأمین وجوه^۳. ریسک نقد شونددگی دارایی‌ها که با نام ریسک نقدینگی بازار-محدصول^۴ هم شناخته می‌شود، زمانی بروز می‌کند که معامله با قیمت رایج بازار قابل اجرا نباشد و علت آن ممکن است حجم یا اندازه^۵ موقعیت خرید یا فروش نسبت به معاملات عادی باشد. این ریسک در میان طبقات مختلف دارایی‌ها و نیز در زمان‌های مختلف، بسته به شرایط بازار تغییر می‌کند. بعضی دارایی‌ها مانند ارزهای اصلی یا اوراق قرضه^۶ خزانه، بازار پرمعمق دارند و موقعیت‌ها اغلب به راحتی، با تلاطم کوچکی در قیمت نقد می‌شود. در سایر موارد، مانند قراردادهای مشتقه در بازارهای فرابورس یا اوراق بهادار بازارهای نوظهور، هر معامله ممکن است به سرعت قیمت‌ها را متأثر کند و صف خرید یا فروش پیدا شود. البته، این موضوع به حجم موقعیت هم بستگی دارد.

ریسک نقدینگی تأمین وجوه یا ریسک جریان نقدی^۵ به عدم توانایی در تأمین وجوه برای پرداخت تعهدات برمی‌گردد. این وضعیت ممکن است مؤسسه را مجبور کند دارایی‌های خود را فوراً به وجه نقد تبدیل کند و بدین ترتیب ضرر روی کاغذ به ضرر واقعی تبدیل می‌شود. این موضوع بویژه در مورد سبد دارایی‌هایی^۶ که با وام تأمین مالی شده است، به هنگام مواجهه با اختلال تأدییه^۷ و وثیقه^۷ از جانب طلبکاران، به معضل بدل می‌شود.

1. Basel Committee
2. assets liquidity risk
3. funding liquidity risk
4. market-product liquidity risk
5. cash flow risk
6. portfolios
7. margin call



ریسک جریان نقدی زمانی به ریسک نقدینگی بازار-محصول مرتبط می‌شود که سبد مؤسسه شامل دارایی‌هایی با نقد شوندگی پایین باشد و مؤسسه ناچار باشد برای تأمین تعهدات خود این دارایی‌ها را به قیمتی پایین‌تر از قیمت عادلانه بازار به فروش رساند. بنابراین، اگر ذخیره وجه نقد کافی نباشد، ممکن است در شرایطی که ارزش بازار دارایی‌ها سقوط کرده است، الزام به پرداخت وجوه نقد و ایفای تعهدات، مؤسسه را به نقد کردن اجباری سبد دارایی در قیمت‌های پایین‌آمده وادار نماید. این چرخه قبول ضرر که با دریافت اخطار تأدییه وثیقه شدیدتر می‌شود، گاهی به مارپیچ مرگ تعبیر می‌گردد.

ریسک عملیاتی

کمیت بال، به‌عنوان مرجع بین‌المللی در زمینه تعریف مفاهیم رایج در صنعت بانکداری، ریسک عملیاتی را به‌صورت زیر تعریف کرده است:

ریسک زیان ناشی از فرآیندهای داخلی، افراد و سیستم‌های غیردقیق (ناکافی) یا معیوب یا ریسک زیان ناشی از حوادث خارجی را گویند.^۱

ریسک‌های عملیاتی ممکن است به ریسک‌های اعتباری و بازار منجر شود. به‌عنوان مثال، یک اشتباه عملیاتی در معامله مانند عدم انجام تسویه می‌تواند به‌طور هم‌زمان ریسک ریسک اعتباری و بازار ایجاد کند، چراکه همانند نکول اعتباری، قیمت‌های بازار را متأثر می‌سازد.

قیمت‌گذاری مشتقه‌های پیچیده هم مشکلات عملیاتی بالقوه‌ای ایجاد می‌کند. ریسک مدل^۲ از خطر اشتباه در مدل قیمت‌گذاری موقعیت‌ها ناشی می‌شود. مثلاً، معامله‌گری که از مدل عمومی قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله استفاده می‌کند، اگر در پیاده‌سازی مدل یا تخمین پارامترها اشتباه کند، در معرض ریسک مدل است. متأسفانه، ریسک مدل بسیار بی‌سر و صداست و به همین دلیل شناسایی و ارزیابی آن چندان ساده نیست. ارزیابی این ریسک به اطلاع دقیق از رویه مدل‌سازی نیاز دارد. برای مقابله با ریسک مدل، باید مدل‌ها را با استفاده از قیمت‌های بازار یا قیمت‌های شبیه‌سازی شده، مورد ارزیابی مستقل قرار داد.

1. Basel II, (June 2004).

2. model risk

بهترین راه مقابله با ریسک عملیاتی حصول اطمینان از اعتبار سیستم‌ها و مدل‌ها، تفکیک شفاف مسئولیت‌ها، اعمال کنترل‌های داخلی قوی و پیاده‌سازی برنامه‌های اقتضایی دوره‌ای است. اندازه‌گیری ریسک عملیاتی برای متخصصان کمی سازی ریسک چالش بزرگی محسوب می‌شود. در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی در جهت توسعه مدل‌های ریسک عملیاتی صورت گرفته است و در آینده شاهد مدل‌های دقیق‌تر و در عین حال پیچیده‌تری خواهیم بود.

ریسک سیستماتیک^۱ و غیرسیستماتیک^۲

تقسیم‌بندی دیگری از ریسک‌های مالی قابل‌ارایه است که به فراگیر یا اختصاصی بودن عوامل ایجاد تلاطم برمی‌گردد. در تحلیل مدرن سرمایه‌گذاری^۳، منابع ریسک، به‌عنوان عوامل موجد تلاطم در بازده دارایی‌ها، به دو گروه کلی تقسیم‌بندی می‌شود:

دسته اول، عواملی است که کلیه اوراق بهادار را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ نرخ بهره، تورم و نرخ ارز جزو این دسته عوامل است. به ریسکی که به‌واسطه این عوامل به‌وجود می‌آید، ریسک سیستماتیک یا تنوع‌ناپذیر^۴ می‌گویند. دسته دوم، عواملی است که تنها بر یک یا چند ورقه بهادار خاص اثر می‌گذارد. اعتصاب کارکنان شرکت، آتش‌سوزی در یکی از واحدها و فوت یکی از افراد کلیدی سازمان مثال‌هایی از این عوامل است. ریسکی که به‌واسطه این عوامل به‌وجود می‌آید، به ریسک غیرسیستماتیک یا تنوع‌پذیر^۵ معروف است. ریسک غیرسیستماتیک را می‌توان با استفاده از فنون تنوع‌بخشی^۶ کاهش داد. بدین ترتیب، ریسک کل یک دارایی را می‌توان به‌صورت حاصل جمع ریسک قابل‌اجتناب^۷ و غیرقابل‌اجتناب^۸ در نظر گرفت:

1. systematic risk
2. nonsystematic risk
3. modern investment analysis
4. nondiversifiable risk
5. diversifiable risk
6. diversification techniques
7. avoidable risk
8. unavoidable risk

ریسک کل = ریسک قابل اجتناب (غیرسیستماتیک) + ریسک غیرقابل اجتناب (سیستماتیک)

از آنجا که عوامل سیستماتیک از شرایط کلی بازار و عوامل غیرسیستماتیک از شرایط خاص یک شرکت ناشی می‌شود، می‌توان ریسک کل دارایی را به صورت زیر بیان کرد:

ریسک کل = ریسک مختص شرکت + ریسک بازار

سنجه‌های ریسک

تاکنون صاحب‌نظران سنجه‌های^۱ مختلفی برای اندازه‌گیری ریسک معرفی کرده‌اند که هر یک به جنبه‌ای از مقولهٔ عدم‌اطمینان اشاره دارد و بعضاً مکمل یکدیگرند. معیارهای اندازه‌گیری ریسک اول بار با مطالعهٔ شاخص‌های پراکندگی آماری تعیین شد و پس از آن سنجه‌های جدیدتری مانند دیرش، ضریب بتا و ارزش در معرض ریسک توسعه یافت. تلاش‌ها برای طراحی ابزار اندازه‌گیری ریسک از نیمهٔ اول قرن بیستم آغاز شد. مکالی^۲ در سال ۱۹۳۸، دیرش^۳ را به‌عنوان سنجهٔ ریسک معرفی کرد که ابزاری ساده و در عین حال کارآمد برای سنجش ریسک اوراق بهادار با درآمد ثابت است. ادامهٔ بررسی‌های مکالی به شناسایی رابطهٔ غیرخطی ارزش اوراق بهادار با درآمد ثابت و نرخ بهرهٔ بازار منتهی شد و معیار تحدب^۴ به‌عنوان شاخصی مکمل برای محاسبهٔ ریسک این اوراق معرفی گردید. در سال ۱۹۵۲، مارکوویتز^۵ با ارائهٔ مدلی کمی جهت انتخاب سبد دارایی‌ها، برای اولین بار مقولهٔ ریسک را در کنار بازده مدنظر قرار داد. وی انحراف‌معیار را به‌عنوان سنجهٔ ریسک در نظر گرفت. شاگرد او ویلیام شارپ^۶، شاخص بتا را برای اندازه‌گیری تغییرات نسبی ارزش هر

-
1. measures
 2. Macaulay
 3. duration
 4. convexity
 5. Markowitz
 6. William Sharpe



سهم در قبال تغییرات نسبی ارزش بازار با معرفی خط مشخصات^۱ ارایه کرد. وی با طراحی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، مدیریت علمی سبد دارایی را پایه‌گذاری نمود. بعد از دهه ۱۹۷۰ و افزایش روزافزون ریسک در جنبه‌های مختلف تصمیمات مالی، توجه مدیران بیش از پیش به اندازه‌گیری و مدیریت ریسک جلب شد. در این دوران، کنترل ریسک به‌عنوان عاملی برای ایجاد ارزش بیشتر مورد توجه قرار گرفت و نرخ‌های بازدهی تعدیل شده بر اساس ریسک^۲، ملاک ارزیابی‌ها قرار گرفت.

برخی نظریه‌های قدیمی که به‌علت زمان‌بر بودن و پیچیدگی‌های محاسباتی کنار گذاشته شده بود، هم‌زمان با پیدایش ابررایانه‌ها مجدداً مطرح شد. ریسک نامطلوب^۳ از جمله این نظریه‌ها بود که قبلاً توسط پیشگامان علم مالی مطرح شده بود و در سال ۱۹۹۶ جانی دوباره یافت و تحقیقات مفصلی در آن مورد انجام گرفت که چالش‌های آن هنوز هم ادامه دارد.

در سال ۱۹۹۳، مؤسسه جی. پی. مورگان^۴ مدل ارزش در معرض ریسک را معرفی کرد. این معیار که تمامی انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می‌کرد، برای استفاده‌کنندگان بسیار جذاب به‌نظر آمد و هر روز به کاربردهای آن افزوده شد. به‌دنبال آن، روش‌های محاسباتی پیچیده‌ای همانند فرآیندهای تصادفی^۵ و شبیه‌سازی برای افزایش دقت مدل‌های این سنجه توسعه یافت.

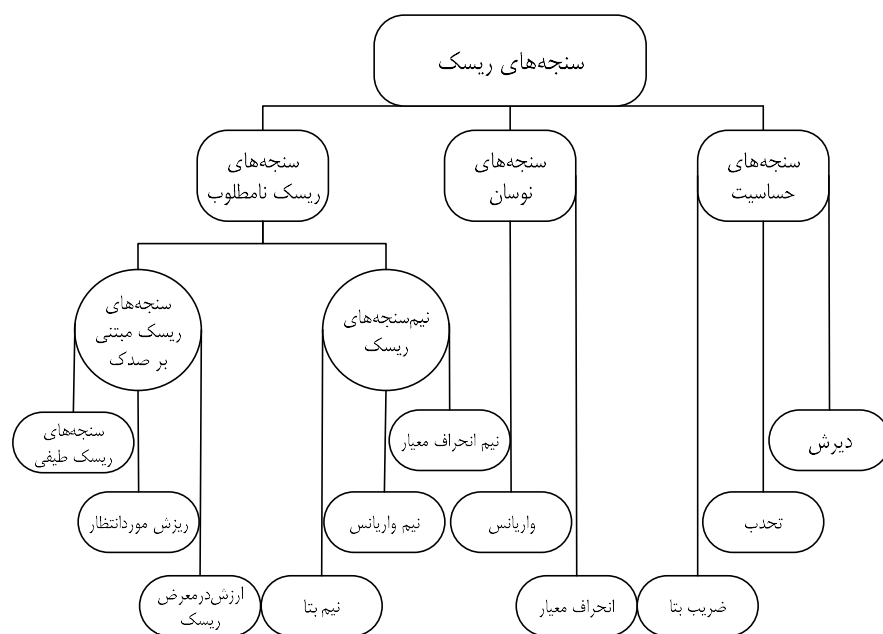
با توجه به تاریخچه تحقیقات و تلاش‌های به‌عمل آمده در جهت اندازه‌گیری ریسک و پیشرفت‌هایی که در هر دوره به‌وقوع پیوسته است، می‌توان گروه‌بندی‌ای از سنجه‌های ریسک ارایه داد که بر نحوه اندازه‌گیری ریسک استوار است:

- سنجه‌های تلاطم^۶: این سنجه‌ها، پراکندگی یک متغیر را در اطراف میانگین و یا پارامتر تصادفی دیگر اندازه‌گیری می‌کند. واریانس و انحراف‌معیار دو نمونه از این سنجه‌هاست.

1. characteristic line
2. risk-adjusted returns
3. downside risk
4. J. P. Morgan
5. stochastic processes
6. volatility measures

- سنجه‌های حساسیت^۱: موضوع اندازه‌گیری این سنجه‌ها تغییرات متغیر وابسته بر اثر تغییرات متغیر مستقل است. دیرش و ضریب بتا و ضریب بتا دو نمونه از این سنجه‌هاست.
- سنجه‌های ریسک نامطلوب^۲: این سنجه‌ها برعکس سنجه‌های تلاطم، تنها بر بخش مخرب ریسک تمرکز دارد و تلاطم‌های زیر سطح میانگین و یا متغیر هدف را محاسبه می‌کند. نیم‌واریانس، نیم‌بتا و ارزش در معرض ریسک از این نوع سنجه‌هاست.

نمودار زیر گروه‌بندی یادشده را به نمایش می‌گذارد.



نمودار (۱-۲): گروه‌بندی سنجه‌های ریسک

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید سنجه‌های ریسک نامطلوب، به دو زیرگروه تقسیم‌بندی شده است. این زیرگروه‌ها شامل نیم‌سنجه‌های ریسک^۳ و سنجه‌های ریسک

1. sensitivity measures
2. downside risk measures
3. semi risk measures

مبتنی بر صدک^۱ است. تمرکز کتاب حاضر، بر سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک است. ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار^۲ و سنجه‌های ریسک طیفی^۳ مثال‌هایی از این سنجه‌هاست.

در این جا، به معرفی برخی از معروف‌ترین و پرکاربردترین سنجه‌های ریسک در قالب گروه‌بندی ارائه شده می‌پردازیم؛ در انتهای فصل و نیز در ادامه این کتاب روی موضوع مورد علاقه، یعنی سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک، خصوصاً ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار متمرکز می‌شویم.

سنجه‌های تلاطم

همان‌طور که گفتیم، این سنجه‌ها تلاطم‌های متغیر تصادفی را اندازه‌گیری می‌کند. اغلب نقطه‌ای دلخواه مانند میانگین به‌عنوان مبنای محاسبه تلاطم در نظر گرفته می‌شود. دامنه تغییرات، متوسط قدرمطلق انحرافات، واریانس و انحراف معیار نمونه‌هایی از این سنجه‌هاست.

دامنه تغییرات

طبق تعریف، تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار از صفت متغیر مورد مطالعه را دامنه یا طول فاصله تغییرات گویند و آن را با R نشان می‌دهند:

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (1-1)$$

سنجه مزبور مشخصه پراکندگی صفت متغیر را به‌خوبی نمایان نمی‌کند، چراکه از مجموعه مشاهدات، تنها به بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مشاهده اکتفا می‌کند و عملاً مجموعه‌ای از اطلاعات را نادیده می‌گیرد. این سنجه برای محاسبه تلاطم نرخ بازدهی دارایی‌های مالی نیز معیار مناسبی نیست، زیرا بازارهای مالی گاهی با رکود و گاهی با رونق

1. quantile-based risk measures
2. expected shortfall
3. spectral risk measures

مواجه است و در صورت انتخاب یکی از دوره‌های رکود یا رونق، عدد محاسبه شده قابل اتکا نخواهد بود و عملاً سایر نرخ‌های بازدهی را در محاسبه ریسک منظور نمی‌کند.

متوسط قدر مطلق انحرافات^۱

دامنه تغییرات تعریفی بسیار تقریبی از پراکندگی به دست می‌دهد، چرا که تنها به دو عضو از مجموعه مشاهدات توجه دارد. بنابراین، سنجه دیگری لازم است که علاوه بر احتساب پراکندگی، کلیه مشاهدات را شامل شود. بدین منظور، ابتدا انحراف انفرادی تک تک مشاهدات از میانگین حسابی محاسبه می‌شود:

$$d_i = X_i - \bar{X} \quad (2-1)$$

سپس، برای این که مشخصه موردنظر تمامی مشاهدات را در برگیرد، حاصل جمع کلیه انحرافات انفرادی محاسبه می‌شود. البته، به علت این که مجموع اعداد منفی و مثبت در این حاصل جمع قرینه‌اند و یکدیگر را خنثی می‌کنند، خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0 \quad (3-1)$$

به همین منظور، از علامت قدر مطلق استفاده می‌شود تا پراکندگی، مستقل از علامت ظاهر شود. در آخرین مرحله نیز میانگین حسابی قدرمطلق انحرافها محاسبه می‌شود. سنجه به دست آمده متوسط قدر مطلق انحرافات نامیده می‌شود:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n} \quad (4-1)$$

این شاخص، علامت مشاهدات را منظور نمی‌کند و با استفاده از تابع قدر مطلق، تمامی مشاهدات را به عدد مثبت تبدیل می‌کند. بنابراین، نرخ‌های بازدهی منفی به مثبت تبدیل شده و عملاً این سنجه میزان پراکندگی را کمتر از واقعیت نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، تابع قدر مطلق تنها بر برخی از مشاهدات اثر می‌گذارد و نسبت به اعداد مثبت خنثی است.

1. mean absolute deviation

متوسط مجذور انحرافات^۱

چون حاصل جمع انحرافات مشاهدات از میانگین برابر صفر است، در متوسط قدر مطلق انحرافات از قدر مطلق مشاهدات استفاده می‌شود. روش دیگر برای نادیده گرفتن علامت مشاهدات، استفاده از مجذور آنهاست. سنجۀ حاصل از این روش، متوسط مجذور انحرافات (واریانس^۲) است که در مباحث آماری از خانواده گشتاورها محسوب شده و خواص مفیدی از آن ذکر شده است. در این جا تنها به بیان رابطه ریاضی آن بسنده می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (5-1)$$

انحراف معیار^۳

در محاسبه واریانس برای جلوگیری از صفر شدن حاصل جمع انحرافات مشاهدات از میانگین، از مجذور انحرافات استفاده می‌شود. در عین حال، برای مقایسه مشاهدات با مشخصه پراکندگی، باید هر دو کمیت از یک درجه باشد. بر این اساس، از واریانس جذر گرفته می‌شود. این شاخص جدید، انحراف معیار نام دارد.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (6-1)$$

بنابراین، معیار مناسب‌تر محاسبه ریسک بر اساس تعاریف آماری، انحراف معیار است. ذکر این نکته ضروری است که پیش فرض استفاده از واریانس و انحراف معیار، وجود توزیع نرمال برای صفت متغیر است، چرا که در این توزیع، انحراف معیار به عنوان شاخص پراکندگی تعریف می‌شود. لذا، اگر متغیر تصادفی از توزیع نرمال و یا دست کم توزیع متقارن برخوردار نباشد، انحراف معیار شاخص مناسب پراکندگی نخواهد بود. انحراف معیار محاسبه شده بدین روش همان انحراف معیار تاریخی است. انحراف معیار تاریخی برای ارزیابی وضعیت گذشته تلاطم‌های بازده مفید است، ولی نمی‌توان از آن

-
1. mean squared deviation
 2. variance
 3. standard deviation

به‌عنوان برآورد مناسبی از ریسک کل یک ورقه بهادار یا مجموعه‌ای از اوراق بهادار برای دوره‌های زمانی آتی استفاده نمود. چنانچه توزیع بازده اوراق بهادار نرمال باشد، انحراف‌معیار اطلاعات مفیدی در مورد تلاطم بازده فراهم می‌آورد.

سنجه‌های حساسیت

این سنجه‌ها، حساسیت متغیر تصادفی موردنظر را در قبال تغییرات متغیر تصادفی دیگری اندازه‌گیری می‌کند. یعنی، تغییرات متغیر موردنظر به‌عنوان تابعی از متغیری مستقل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. دیرش، تحذب و ضریب بتا نمونه‌هایی از سنجه‌های حساسیت است.

دیرش

می‌دانیم که زمان‌بندی دریافت جریان‌های نقدی در اوراق بهادار با درآمد ثابت، بر ریسک و در نتیجه بر بازدهی این اوراق تأثیرگذار است. مفهوم دیرش نیز به زمان‌بندی جریان‌های نقدی اشاره دارد. این سنجه با آرایه شاخصی برای دوره بازافت جریان‌های نقدی، ریسک تغییر قیمت اوراق قرضه را در قبال نوسان نرخ بهره اندازه‌گیری می‌کند.

تحذب

تحذب نیز مانند دیرش، سنجه حساسیت قیمت اوراق بهادار با درآمد ثابت در مقابل نرخ بهره است. دیرش به تغییرات قیمت در قبال تغییرات نرخ بهره با فرض خطی بودن این ارتباط اشاره دارد. اما، تغییرات نرخ بهره و تغییرات قیمت رابطه غیرخطی دارد. تحذب به اندازه‌گیری انحنای این رابطه غیرخطی می‌پردازد.

ضریب بتا

ضریب بتا حساسیت بازده سهم را نسبت به بازده یک شاخص، مثلاً شاخص سهام، اندازه می‌گیرد و بر این اساس، نحوه شکل‌گیری بازده قیمت‌ها را بر اساس تلاطم‌های شاخص توجیه می‌کند. ضریب بتا فرآیند محاسبه مدل ریسک و بازده مارکویتز را تسهیل

می‌کند، چرا که محاسبات این فرآیند به‌علت پیچیدگی و زمان‌بر بودن، تا قبل از رواج ابررایانه‌ها، مقرون به‌صرفه نبوده است.

در این جا به بررسی بیشتر سنجه‌های تلاطم و حساسیت نمی‌پردازیم. در این زمینه کتاب‌های مدونی وجود دارد که جواب‌گوی نیازهای علاقه‌مندان است. در ادامه توجه شما را به گروه خاصی از سنجه‌های ریسک یعنی سنجه‌های ریسک نامطلوب جلب کنیم.

سنجه‌های ریسک نامطلوب

بنا به تعریف، ریسک نامطلوب احتمال تلاطم‌های منفی بازدهی در آینده است. در این بخش ابتدا به تاریخچه سنجه‌های ریسک نامطلوب و سپس به معرفی و تشریح برخی سنجه‌های موجود در این گروه می‌پردازیم.

تاریخچه سنجه‌های ریسک نامطلوب

ریسک نامطلوب از حوزه‌های پیشرفت دهه ۹۰ در خصوص سنجه‌های اندازه‌گیری ریسک است. مبدعان این روش، رام و فرگوسن^۱ و همچنین کاپلان و سیگل^۲ بوده‌اند. مفهوم ریسک از هنگامی که در متون مالی وارد شد، با ریسک نامطلوب هم‌زاد بود. هنگامی که مارکویتز در سال ۱۹۵۲ مقاله خود را در مورد ریسک و بازده با عنوان معیارهای انتخاب سبد بهینه‌داری منتشر کرد، روی^۳ نیز مقاله‌ای در همین زمینه منتشر کرد. مقاله وی نیز در خصوص به‌دست‌آوردن روشی عملی برای انتخاب بهترین ترکیب ریسک و بازده بود. روی معتقد بود سرمایه‌گذاران ابتدا به دنبال امنیت اصل سرمایه خود و سپس به دنبال کسب حداقل بازده قابل قبول خواهند بود. به عقیده وی، سرمایه‌گذاران بیش از آن که به حداکثر سود بیندیشند، در فکر حداقل کردن ریسک اند. وی حداقل بازدهی قابل قبول را سطح بحرانی^۴ نامید و روش خود را بر اساس حفظ سطح بحرانی بازدهی برای سرمایه‌گذار طراحی کرد. روی بیان داشت که سرمایه‌گذاران به دنبال نوعی سرمایه‌گذاری خواهند بود که

-
1. Rom and Ferguson
 2. Kaplan and Siegel
 3. Roy
 4. disaster level (critical level)



احتمال وقوع بازدهی کمتر از سطح بحرانی را حداقل سازد. در این شرایط، سرمایه‌گذار باید نسبت بازدهی به تلاطم را به حداکثر برساند:

$$\text{Max} \left(\frac{E(r) - d}{\sigma} \right)^{(Y-1)}$$

در این رابطه، d سطح بحرانی و یا حداقل بازدهی فرضی سرمایه‌گذار است؛ $E(r)$ بازده موردانتظار و σ انحراف‌معیار می‌باشد.

رئی مقاله خود را سه ماه بعد از مارکویتز منتشر کرد و به همین علت نام مارکویتز به‌عنوان طراح نظریه سبد دارایی ماندگار شد. مارکویتز در سال ۱۹۸۷ بیان داشت اگر هدف رئی طراحی مدلی برای انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از موازنه ریسک-بازده بوده، نظریه سبد دارایی را باید به نام رئی خواند، چراکه مارکویتز در سال ۱۹۵۶ به تکمیل و ارایه مدل اصلی خود بر اساس ریسک نامطلوب پرداخت. در واقع، کارهای رئی مقدمه‌ای برای توسعه مدل‌های محاسبه ریسک نامطلوب بود.

در سال ۱۹۵۹، مارکویتز به مزایای استفاده از روش ریسک نامطلوب اشاره کرد. وی به این نتیجه رسید که سرمایه‌گذاران به دو علت به دنبال کمینه‌کردن ریسک نامطلوب هستند: اول این که سرمایه‌گذاران ابتدا به امنیت اصل سرمایه می‌اندیشند و دوم این که اگر توزیع متغیر تصادفی (نرخ بازدهی) از نوع نرمال نباشد، استفاده از مدل ریسک نامطلوب، مناسب خواهد بود. او بعدها در سال ۱۹۹۱ نیز هنگام دریافت جایزه نوبل برای ارایه نظریه سبد دارایی و مدل میانگین-واریانس، به این مسأله اشاره کرد.

بر این اساس، هنگامی که توزیع نرخ بازدهی نرمال باشد، واریانس و ریسک نامطلوب هر دو جوابی صحیح به‌دست می‌دهد، در حالی که اگر توزیع بازدهی دارایی از نوع نرمال نباشد، استفاده از واریانس برای محاسبه ریسک روشی صحیح نیست. این در حالی است که تحقیقات زیادی فرض نرمال بودن نرخ بازدهی را رد کرده است. تحقیقات اولیه‌ای که توسط فاما و مندلبروت به انجام رسید، حاکی از وجود چولگی^۱ در توزیع بازدهی می‌باشد.^۲

1. skewness

2. Fama (1963). Mandelbrot (1963).



همان گونه که قبلاً گفتیم، سنجه‌های ریسک نامطلوب را می‌توان به دو گروه کلی نیم‌سنجه‌های ریسک و سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک تقسیم‌بندی نمود. اکنون به تشریح هر کدام از این طبقات می‌پردازیم.

نیم‌سنجه‌های ریسک

مارکویتز دو روش برای محاسبه ریسک نامطلوب پیشنهاد کرد. روش اول، نیم‌واریانس است که از میانگین مجموع مجذور انحرافات پایین‌تر از میانگین نرخ بازدهی به‌دست می‌آید و به آن نیم‌واریانس بازده میانگین^۱ یا نیم‌واریانس زیرمیانگین^۲ نیز می‌گویند. روش دوم، استفاده از نیم‌واریانس است که از میانگین مجموع مجذور انحرافات پایین‌تر از نرخ بازدهی هدف حاصل می‌شود و به آن نیم‌واریانس بازده هدف^۳ یا نیم‌واریانس زیرهدف^۴ می‌گویند. روابط محاسباتی این دو سنجه به‌صورت زیر است:

$$SV_M = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^k (Max[0, (E(r) - r_i)])^2 \quad (8-1)$$

$$SV_T = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^k (Max[0, (T - r_i)])^2 \quad (9-1)$$

که SV_M نیم‌واریانس زیرمیانگین و SV_T نیم‌واریانس زیرهدف می‌باشد؛ k تعداد مشاهدات، $E(r)$ بازده موردانتظار و T نرخ بازدهی هدف است. برای هدف‌گذاری بازدهی می‌توان از معیارهای مختلفی از جمله نرخ بازده بدون ریسک، الگوبرداری از بازده سایر دارایی‌ها مانند سبد بازار و یا هر معیار هدف‌گذاری دیگری استفاده کرد.

مارکویتز در سال ۱۹۵۹ مدل واریانس را برای سهولت در انجام محاسبات معرفی کرد، چراکه در مدل نیم‌واریانس، باید ماتریس نیم‌کوواریانس نیز محاسبه شود و در مجموع حجم اطلاعات مورد نیاز آن دو برابر مدل واریانس می‌باشد. برر سی تحقیقات انجام‌گرفته نشان

-
1. mean return semivariance
 2. below-mean semivariance
 3. target return semivariance
 4. below-target semivariance

می‌دهد که از دیدگاه محققان علم مالی، این سنجه‌ها دارای رجحان نسبی است. کویرک و مائو^۱ نشان دادند که سرمایه‌گذاران به‌لحاظ رفتاری و تمایلات فردی، بیشتر بر ریسک نامطلوب تمرکز دارند تا ریسکی که کلیه تلاطم‌ها را در تعریف داشته باشد.

در خصوص توانایی نیم‌واریانس برای تبیین چگونگی توزیع احتمالات، ابهاماتی وجود دارد. اگر توزیع بازدهی دارایی از نوع نرمال باشد، سنجه نیم‌واریانس عددی را به‌دست می‌دهد که دقیقاً نصف واریانس است. در غیر این صورت، یعنی اگر حاصل تقسیم نیم‌واریانس بر واریانس عددی غیر از 0.5 شود، در توزیع احتمالات متغیر تصادفی، چولگی وجود دارد. اگر چولگی توزیع احتمالات عددی منفی باشد، احتمال رخداد بازده کوچک‌تر نسبت به بازده بزرگ‌تر بیشتر است. برعکس، اگر چولگی توزیع احتمالات عددی مثبت باشد، بازده‌های بزرگ‌تر با احتمال بیشتری حادث خواهد شد.

سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک

به‌جرات می‌توان گفت معروف‌ترین سنجه موجود در این گروه، ارزش در معرض ریسک است. این سنجه ریسک موضوع اصلی کتاب حاضر است و اغلب مطالب فصل‌های بعدی در مورد معرفی این سنجه، رویکردهای مربوط به آن و نحوه آزمون اعتبار آن می‌باشد. در این فصل تنها به بیان تاریخچه و اهمیت این سنجه ریسک بسنده می‌کنیم؛ تعریف و نحوه اندازه‌گیری آن را به فصل‌های بعدی واگذار می‌کنیم.

دیگر سنجه‌های موجود در این گروه، ریزش موردانتظار و سنجه‌های ریسک طیفی است؛ این سنجه‌ها به‌طور خاص در فصل سوم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تاریخچه ارزش در معرض ریسک

عبارت «ارزش در معرض ریسک» تا اوایل دهه ۱۹۹۰ وارد ادبیات مالی نشده بود، اما نقطه آغازین توجه به ارزش در معرض ریسک به سال‌ها پیش بازمی‌گردد، یعنی به حدود سال ۱۹۲۲ که در آن سال بورس اوراق بهادار نیویورک برای اولین بار به‌طور غیررسمی سرمایه شرکت‌های عضو را موضوع آزمون قرار داد.

1. Quirk and Mao

البته، مفهوم ارزش در معرض ریسک اول بار توسط بامول در سال ۱۹۶۳ یعنی سه دهه قبل از کاربست وسیع آن، به‌هنگام بررسی مدلی با عنوان «معیار حد اطمینان عایدی موردانتظار»^۱ پیشنهاد شد.^۲ در عین حال، در نگاه کلی‌تر می‌توان گفت که «مدل‌های ایمنی»^۳ استادان مالی‌ای چون ری^۴ در سال ۱۹۵۲ و تلسر^۵ در سال ۱۹۵۵ مقدمه شکل‌گیری مدل‌های ارزش در معرض ریسک بوده است.

تیل گولدیمان را می‌توان مبدع عبارت ارزش در معرض ریسک به حساب آورد.^۶ در اواخر دهه ۸۰، او مدیر بخش تحقیقات بانک جی. پی. مورگان بود. گروه مدیریت ریسک باید در مورد این مسئله تصمیم می‌گرفت که آیا سرمایه‌گذاری بدون ریسک در قرصه بلندمدت و تولید درآمد پایدار را انتخاب کند یا با سرمایه‌گذاری در ارز و سهام، ارزش بازار سهام خود را ثابت نگه دارد. بانک به این نتیجه رسید که ریسک ارزش^۷ از ریسک درآمد^۸ مهم‌تر است. این امر باعث شد که بانک یک گروه تحقیقاتی را برای پژوهش در زمینه ریسک بسیج کند. در آن زمان به مدیریت صحیح ریسک مشتقه‌ها توجه زیادی می‌شد. گروه سی^۹ که نماینده جی. پی. مورگان هم در آن حضور داشت، سلسله مباحث بهترین روش مدیریت ریسک را آغاز کردند. عبارت «ارزش در معرض ریسک» در ژوئیه ۱۹۹۳ راه خود را در گزارش گروه سی پیدا کرد. این اولین بار بود که عبارت ارزش در معرض ریسک به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گرفت. اسامی دیگر ارزش در معرض ریسک، سرمایه در معرض ریسک^{۱۰} و دلارهای در معرض ریسک^{۱۱} بود که برای مدتی کاربرد داشت و زودتر از عبارت ارزش در معرض ریسک در ادبیات ظاهر شد. با توجه به تاریخچه یادشده، اعتقاد عمومی در ادبیات مالی بر این است که ارزش در معرض ریسک رویکردی جدید برای اداره و کنترل ریسک است.

1. expected-gain confidence limit criterion
2. Bamoul (1963).
3. safety models
4. Roy (1952).
5. Telser (1955).
6. Guldimann (2000).
7. value risk
8. earning risk
9. Group of Thirty (G-30)
10. capital at risk
11. dollars at risk



بحران‌های مالی، الزامات قانونی و ارزش در معرض ریسک

آزادسازی و حذف مقررات زاید در اقتصاد کشورهای صنعتی در اواخر دهه هفتاد میلادی و اضمحلال نظام نرخ ثابت ارز در ابتدای آن دهه باعث شد تا بازارهای مالی با نوسان‌های بیشتری در متغیرهای قیمتی به‌ویژه نرخ‌های ارز مواجه گردد. همچنین، بروز شوک‌های نفتی به دفعات (شوک ۱۹۷۳، شوک اوایل دهه ۸۰ و شوک ۲۰۰۸) به دنبال خود جهش قیمت‌ها و نوسان‌های شدید در نرخ‌های بهره را در پی داشت. پیدایش اتحادیه‌های پولی و روند جهانی شدن اقتصاد، باعث شد تا سرایت‌پذیری بحران‌های مالی از بازاری به بازارهای دیگر بسیار افزایش یابد و این به معنای افزایش تلاطم در بازارهای مالی به‌هم‌پیوسته است. از سوی دیگر، افت شدید قیمت سهام در بسیاری از بازارهای سرمایه در زمان‌های مختلف به زیان‌های قابل توجه برای عوامل فعال در آن بازارها منجر شد. به‌عنوان مثال، موارد زیر قابل توجه است:

- سقوط ۲۳ درصدی بازارهای سهام آمریکا در سال ۱۹۲۸ با زیانی بالغ بر ۱,۰۰۰ میلیارد دلار.
- بروز بحران مالی ژاپن در سال ۱۹۸۹ به دلیل تشکیل حباب در بازار بورس با زیانی بالغ بر ۲,۷۰۰ میلیارد دلار.
- بحران مالی شرق آسیا در سال ۱۹۹۷ با زیانی معادل ۷۵٪ سرمایه انباشته سهام در کشورهای اندونزی، کره، مالزی و تایلند.
- نکول در بازار مالی روسیه در سال ۱۹۹۸ ناشی از ورشکستگی یک نهاد بزرگ مالی و تبدیل آن به بحران بین‌المللی.
- بحران مالی سال ۲۰۰۸ ناشی از نکول در بازار وام‌های رهنی آمریکا.

همچنین، تغییرات پیش‌بینی‌نشده سیاست‌های پولی توسط بانک‌های مرکزی، می‌تواند نوعی مولد ریسک در بازار مالی باشد، چنان‌که افزایش ناگهانی نرخ بهره توسط فدرال رزرو آمریکا در سال ۱۹۹۴، به زیانی بالغ بر ۱,۵۰۰ میلیارد دلار در بازارهای مالی جهان منجر شد.



در خصوص مقایسه نسبی ابعاد زیان مالی ناشی از ریسک در سیستم بانکی کشورهای مختلف، می‌توان به موارد درج شده در جدول (۳-۱) اشاره داشت که توسط فیلیپ جوریون و بر اساس داده‌های بانک جهانی گردآوری شده است.^۱

کشور و زمان وقوع	علت	هزینه بر حسب درصد GDP	هزینه بر حسب میلیارد دلار
ژاپن ۱۹۹۰	نوسان‌های قیمت، نکول وام‌ها	۱۴٪	۵۵۰
چین ۱۹۹۰	ناتوانی ۴ بانک دولتی بزرگ در پرداخت	۴۷٪	۴۹۸
آمریکا ۱۹۸۴-۱۹۹۱	ورشکستگی ۱۴۰۰ مؤسسه پس‌انداز و وام و ۱۳۰۰ بانک	۲٪/۷	۱۵۰
کره ۱۹۹۸	تجدیدساختار بانک‌ها	۲۸٪	۹۰
مکزیک ۱۹۹۵	تجدیدسرمایه ۲۰ بانک	۱۷٪	۷۲
آرژانتین ۱۹۸۲-۱۹۸۰	انحلال ۷۰ مؤسسه مالی	۵۵٪	۴۶
تایلند ۱۹۹۷	بحران سیستم بانکی	۳۳٪	۳۶
اسپانیا ۱۹۸۵-۱۹۷۷	ملی شدن ۲۰ بانک	۱۷٪	۲۸
مالزی ۱۹۹۷	بحران سیستم بانکی	۳۵٪	۲۵
سوئد ۱۹۹۴-۱۹۹۱	تأمین مالی ۵ بانک بزرگ	۴٪	۱۵
ونزوئلا ۱۹۹۴	ناتوانی بانک‌ها در پرداخت	۲۰٪	۱۴
فرانسه ۱۹۹۵-۱۹۹۴	معوق شدن تسهیلات تکلیفی بانک بزرگ کشور	۰٪/۷	۱۰
نروژ ۱۹۹۳-۱۹۸۷	دولتی شدن ۳ بانک بزرگ کشور	۸٪	۸
اسرائیل ۱۹۸۳-۱۹۷۷	بحران سیستم بانکی	۳۰٪	۸
شیلی ۱۹۸۳-۱۹۸۱	انحلال ۸ مؤسسه مالی	۴۱٪	۸
فنلاند ۱۹۹۳-۱۹۹۱	بحران در مؤسسات پس‌انداز	۸٪	۷
استرالیا ۱۹۹۲-۱۹۸۹	تجدیدسرمایه دو بانک بزرگ	۲٪	۶

جدول (۳-۱): زیان‌های مالی ناشی از ریسک در سیستم بانکی کشورهای مختلف بر اساس داده‌های بانک جهانی

علاوه بر این‌ها، بحران مالی سال ۲۰۰۸ و ورشکستگی پی‌درپی تعدادی از بزرگ‌ترین و معروف‌ترین بانک‌ها و دیگر نهادهای مالی، موجی از عدم‌اطمینان را به داخل بازارهای

1. Jorion (2000), p. 36.

مالی سرازیر نمود. طی آخرین گزارش بانک جهانی در آوریل ۲۰۰۹، بحران اخیر ۴۰ هزار میلیارد یورو از دارایی‌های مالی جهان را نابود کرده است.

رخداد بحران‌های مالی در طی زمان، ظهور قوانین و مقررات جدید را به دنبال داشته است. مثلاً، در سال ۱۹۸۸ نمایندگان ارشد سیستم بانکی کشورهای گروه ۱۰ که مؤسسان اولیه کمیته بال محسوب می‌شوند، توافقنامه‌ای موسوم به بال را به منظور ارایه چارچوبی جهت تعیین کفایت سرمایه بانک‌ها پیشنهاد کردند. این توافقنامه دارای ایرادهایی بود که یکی از آن‌ها عدم توجه به ریسک بازار در تعیین کفایت سرمایه بانک‌ها بود.

در پاسخ به انتقادات صنعت بانکداری از شیوه استاندارد، کمیته بال در سال ۱۹۹۵ گزینه‌ای جدید موسوم به «چارچوب مدل‌های داخلی»^۱ را به عنوان جایگزین روش استاندارد معرفی نمود که برای اولین بار به بانک‌ها اجازه می‌داد از مدل‌های تدوین شده خود، به طور مستقل برای اندازه‌گیری ریسک (با هدف تعیین میزان ذخیره سرمایه لازم برای پوشش ریسک) استفاده کنند. بر این اساس، در سال ۱۹۹۶ کمیته بال مجموعه مقررات بال را به منظور لحاظ کردن ریسک بازار اصلاح نمود. این اصلاحیه که در پایان سال ۱۹۹۷ به اجرا درآمد، لزوم نگهداری سرمایه برای پوشش ریسک بازار را بر مبنای یکی از دو رویکرد استاندارد و یا مدل‌های داخلی مورد تأکید قرار داد. بر اساس رویکرد اخیر، بانک‌ها می‌توانند ریسک بازار را با استفاده از روش ارزش در معرض ریسک اندازه‌گیری کنند که روشی استاندارد و پذیرفته شده به منظور اندازه‌گیری و کنترل ریسک است و از جایگاه ویژه‌ای در استانداردهای بین‌المللی برخوردار شده است. از آن به بعد، ارزش در معرض ریسک به عنوان سنج‌های استاندارد برای تعیین ریسک بازار و به دنبال آن الزامات کفایت سرمایه بانک‌ها درآمد.

مزیت‌های ارزش در معرض ریسک، سایر مؤسسات مالی را نیز بر آن داشت تا از آن به عنوان سنج مناسب اندازه‌گیری ریسک بازار استفاده کنند. این مؤسسات از یک سو برای برآوردن الزامات کفایت سرمایه و نیز الزامات گزارش‌دهی و از طرفی دیگر، برای اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار از ارزش در معرض ریسک استفاده می‌کنند.

عمومیت ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک، جای خود را برای اندازه‌گیری انواع ریسک‌ها باز کرده است. این سنج، مختص اندازه‌گیری ریسک بازار نیست، بلکه هر جا سخن از ریسک باشد،

1. internal models framework

می‌توان آن را در قالب ارزش در معرض ریسک، کمی کرد. در حیطه ریسک اعتباری به ارزش در معرض ریسک اعتباری^۱ برمی‌خوریم؛ ریسک عملیاتی را می‌توان با ارزش در معرض ریسک عملیاتی^۲ کمی کرد؛ وقتی با ریسک نقدینگی سر و کار داریم، نقدینگی در معرض ریسک^۳ را می‌توان به عنوان سنجه ریسک معرفی کرد؛ جریان نقدی در معرض ریسک^۴ سنجه‌ای برای اندازه‌گیری عدم اطمینان موجود در جریان‌های نقدی است؛ نگرانی‌های مربوط به درآمدهای مؤسسه را می‌توان با استفاده از درآمد در معرض ریسک^۵ کمی کرد. به همین ترتیب، عدم اطمینان موجود در هر متغیری را می‌توان با استفاده از سنجه ارزش در معرض ریسک اندازه‌گیری نمود. تعریف سنجه ارزش در معرض ریسک برای اندازه‌گیری انواع ریسک‌ها بدون تغییر است، اما هر ریسکی بسته به ویژگی‌هایی که دارد، چالش‌های جدیدی را برای برآوردن این تعریف پیش روی قرار می‌دهد.

اهمیت ارزش در معرض ریسک

تمرکز ما بر ارزش در معرض ریسک به علت توجه غیرقابل انکار محققان، تحلیل‌گران، سرمایه‌گذاران، مؤسسات مالی، نهادهای نظارتی و دیگر فعالان موجود در بازار به این سنجه می‌باشد. دیگر کمتر کتابی را در زمینه اندازه‌گیری و مدیریت ریسک می‌توان یافت که از این سنجه به عنوان ابزاری مهم در مدیریت ریسک نام نبرده و یا لااقل از مفهوم آن جهت کمی‌سازی ریسک استفاده نکرده باشد.

در این کتاب، ما از ارزش در معرض ریسک برای اندازه‌گیری ریسک بازار استفاده می‌کنیم، ولی وسعت کاربرد این سنجه چنان است که راه خود را برای کمی‌سازی انواع دیگر ریسک‌ها نیز باز کرده است. به طور خلاصه می‌توان گفت که عوامل زیر باعث افزایش اهمیت ارزش در معرض ریسک شده است:

- توصیه کمیته بال به بانک‌ها در جهت استفاده از ارزش در معرض ریسک برای سنجش ریسک با هدف تعیین میزان ذخیره سرمایه لازم برای پوشش ریسک.

1. credit value at risk (CVaR)
2. operational value at risk (OVaR)
3. liquidity at risk (LaR)
4. cash flow at risk (CFaR)
5. income at risk (IaR)

- الزامات قانونی از جانب مقامات ناظر بر بازار سرمایه و از جمله کمیسیون بورس اوراق بهادار^۱ آمریکا به تهیه اطلاعات کمی ریسک بازار از طریق ارزش در معرض ریسک به‌عنوان یکی از گزینه‌های افشا.
- زبان‌های بی‌شمار و قابل ملاحظه در نتیجه کاستی رویه‌های مدیریت ریسک و ناکامی در کشف اشتباهات در قیمت‌گذاری اوراق مشتقه (نات‌وست و یواس‌بی^۲)، در نظر گرفتن ریسک اضافی (پراکتراندگمبل و اورنج‌کانتی^۳)، و کلاه‌برداری (بارینگز و سامیتومو^۴).
- ویژگی‌ها و مزیت‌های ارزش در معرض ریسک نسبت به سایر سنجه‌های ریسک.

مورد اخیر به تفصیل در فصل بعدی بررسی می‌شود.

خلاصه فصل

این فصل را با تعریف ریسک و مدیریت ریسک آغاز کردیم و سپس به تعریف انواع ریسک‌های تجاری و غیرتجاری پرداختیم. در ادامه، چهار ریسک مهم حاکم بر فعالیت‌های مؤسسات مالی یعنی ریسک بازار، اعتباری، نقدینگی و عملیاتی مورد بررسی قرار گرفت. سپس، یک گروه‌بندی کلی از سنجه‌های ریسک تحت عناوین سنجه‌های حساسیت، تلاطم و سنجه‌های ریسک نامطلوب ارائه کردیم و سنجه‌های موجود در هر کدام از این گروه‌ها را مختصراً تشریح نمودیم. سپس، جایگاه ارزش در معرض ریسک را به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از سنجه‌های ریسک نامطلوب و به‌طور مشخص‌تر، زیرمجموعه‌ای از سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک مشخص کردیم. در ادامه فصل، ضمن توضیح عمومیت استفاده از ارزش در معرض ریسک، تداول استفاده از آن را در سنجش انواع ریسک مورد تأکید قرار دادیم. در نهایت، با ارایه شواهدی مبنی بر استفاده روزافزون از این سنجه برای اندازه‌گیری ریسک بازار و سایر ریسک‌ها، مطالب این فصل را خاتمه دادیم.

-
1. Security Exchange Commission (SEC)
 2. NatWest and USB
 3. Proctor & Gamble and Orange County
 4. Barings and Sumitomo



منابع

۱. بابک لطفعلی‌ای (۱۳۸۵)، پایان‌نامه: استفاده از معیار ارزش در معرض خطر برای محاسبه ریسک سبد سهامی بانک صنعت و معدن، شرکت‌های زیر مجموعه و شرکت‌های عضو بورس اوراق بهادار تهران، دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف، استاد راهنما: دکتر احمد شربت اوغلی.
۲. دکتر رضا راعی و علی سعیدی (۱۳۸۳)، مباحث مهندسی مالی و مدیریت ریسک، انتشارات سمت.
۳. محمد اقبال‌نیا (۱۳۸۴)، پایان‌نامه: طراحی مدلی برای مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مفهوم ارزش در معرض خطر، دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی، استاد راهنما: دکتر محمد اسماعیل فدایی‌نژاد.
۴. مؤسسه عالی بانکداری ایران (۱۳۸۵)، معرفی مفهوم ارزش در معرض خطر و کاربرد آن در اندازه‌گیری ریسک بانک.

5. Alexander, G. J., Baptisa, A. M. (2002), "Economic implication of using mean-VaR model for portfolio selection," *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol. 26, No. 7, pp. 1159-1193.
6. Bamoul, W. J. (1963), "An expected-gain confidence limit criterion for portfolio selection," *Journal of Management Science*, Vol. 10, No. 1, pp.174-182.
7. Basel II: *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework*, (June 2004).
8. Banniga, S. (2001), *Financial Modeling Using Excel and VBA*, MIT Press, Second Edition.
9. Campbell, R., Huisman, R., and Koedijk, K. (2001), "Optimal portfolio selection in a VaR framework," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 25, No. 9, pp. 1789-1804.



10. Fama, E. F. (1963), "Mandelbrot and the stable paretian hypothesis," *Jornal of Business*, Vol. 36, No. 4, pp. 420-429.
11. Guldumann, T. (2000), "The story of RiskMetrics," *Risk13*, (January), pp.56-58.
12. Holton, G. A. (2004), *Value-at-Risk: Theory and Practice*, Academic Press.
13. Jorion, P. (2000), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, McGraw-Hill Professional, Second Edition.
14. Kevin Dowd (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
15. Lan-Chih, H., Burrige, P., Cadle, J. and Theobald, M. (2000), "Value at risk: Applying extreme approach to Asian markets in the recent financial turmoil," *Pacific Basin Finance Journal*, Vol. 8, No. 2, pp. 249-275.
16. Mandelbrot, B. (1963), "The variation of certain speculative prices," *The Journal of Business*, Vol. 36, No.4, pp. 394-419.
17. Moosa, I. A. and Bollen, B. (2002), "A benchmark for measuring bias in estimated daily value at risk," *International Review of Financial Analysis*, Vol. 11, No, 1, pp. 85-100.
18. Roy, A. D. (1952), " Safety First and the Holding of Assets," *Econometrica*, Vol. 20, No. 3, pp. 11-17.
19. Telser, L. G. (1955), "Safety-First and Hedging," *Review of Economic Studies*, Vol. 23, pp.1-16.



فصل دوم

ارزش در معرض ریسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



باز نشر :

مقدمه

در این فصل به بررسی ارزش در معرض ریسک به عنوان سنجۀ ریسک بازار می‌پردازیم. ارزش در معرض ریسک پیش از آن که سنجۀ ریسک باشد، یک مفهوم است و دقیقاً به همین دلیل، رویکردها و روش‌های متعددی برای محاسبه و اندازه‌گیری آن توسعه یافته است. در هر کدام از این رویکردها و روش‌ها سعی بر این است تا به نوعی این مفهوم برآورده شود. در این فصل ابتدا به تعریف ارزش در معرض ریسک می‌پردازیم و پس از ارزیابی فرآیند محاسبه آن، محاسبات و معایب این سنجه را تشریح می‌کنیم. در فصل‌های بعدی، پس از بررسی فرآیند مدل‌سازی ریسک و آشنایی با مفاهیم و ابزارهای مورد نیاز، به رویکردها و مدل‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک می‌پردازیم.

تعریف

ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود. به عبارتی دیگر، Var بدترین زیان مورد انتظار را تحت شرایط عادی بازار و طی یک دوره زمانی مشخص و در سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد. Var به این سؤال پاسخ می‌دهد که با x درصد احتمال و طی افق زمانی تعیین شده، حداکثر چه میزان از ارزش دارایی یا سبد دارایی‌ها در معرض



ریسک قرار دارد. برای مثال، ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹ درصد برای بازه زمانی ۱۰ روزه، گویای این است که حداکثر زیان مورد انتظار طی ۱۰ روز بعدی تنها یک بار در هر صد نمونه از مقدار ارزش در معرض ریسک فراتر می‌رود. به بیانی دیگر می‌توان گفت که VaR کاهش در ارزش بازار دارایی یا سبد دارایی است که می‌توان انتظار داشت طی یک فاصله زمانی معین و با یک احتمال خاص، از عدد معینی فراتر نمی‌رود.

تصور کنید ارزش روز سبدي از اوراق بهادار برابر ۱۰۰ میلیون تومان است و با ضریب اطمینان ۹۵٪ مطمئنیم که حداکثر کاهش ارزش این سبد طی هفته آینده ۶۰ میلیون تومان است. بدین ترتیب، ارزش در معرض ریسک این سبد دارایی برای هفته آینده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد، ۶۰ میلیون تومان پیش‌بینی می‌شود. به عبارتی ساده‌تر، از ۱۰۰ میلیون تومان ارزش سبد دارایی، به احتمال ۹۵ درصد، حداکثر ۶۰ میلیون تومان آن در معرض ریسک قرار دارد. یعنی، می‌توان گفت که در سطح اطمینان ۹۵٪، ارزش سبد اوراق بهادار در دوره آتی (هفته آینده) از ۴۰ میلیون تومان کمتر نمی‌شود. البته، بر اساس اهداف مدیریت ریسک و ویژگی‌های سبد دارایی می‌توان دوره‌های بزرگ‌تر و یا کوچک‌تری را انتخاب کرد و حداکثر زیان سبد دارایی را در دوره مورد نظر بررسی نمود.

از نظر ریاضی می‌توان ارزش در معرض ریسک را به صورت زیر نشان داد:

$$\Pr\{p_0 - P_1 \geq VaR\} \leq \alpha^{(1-2)}$$

و یا

$$\Pr\{P_1 - p_0 \leq -VaR\} \leq \alpha^{(2-2)}$$

که ارزش سبد دارایی در زمان صفر و p_1 ارزش سبد در زمان ۱ می‌باشد. α نیز سطح خطای آماری است. رابطه فوق بیان می‌کند که احتمال این که کاهش ارزش سبد دارایی در دوره آتی، بیش از ارزش در معرض ریسک باشد، حداکثر برابر α است. به عبارتی دیگر، احتمال این که زیان سبد دارایی در دوره آتی کمتر از ارزش در معرض ریسک باشد، $1 - \alpha$ است. اگر تابع توزیع تجمعی^۱ ارزش سبد دارایی در دوره آتی را با $F(p)$ نشان دهیم، معکوس آن یعنی $F_p^{-1}(\alpha)$ نشان دهنده صدک‌های ارزش سبد دارایی در دوره پیش

1. cumulative distribution function (CDF)

روی است. بدین ترتیب، ارزش در معرض ریسک سبد دارایی از طریق رابطه (۳-۲) به دست می‌آید.

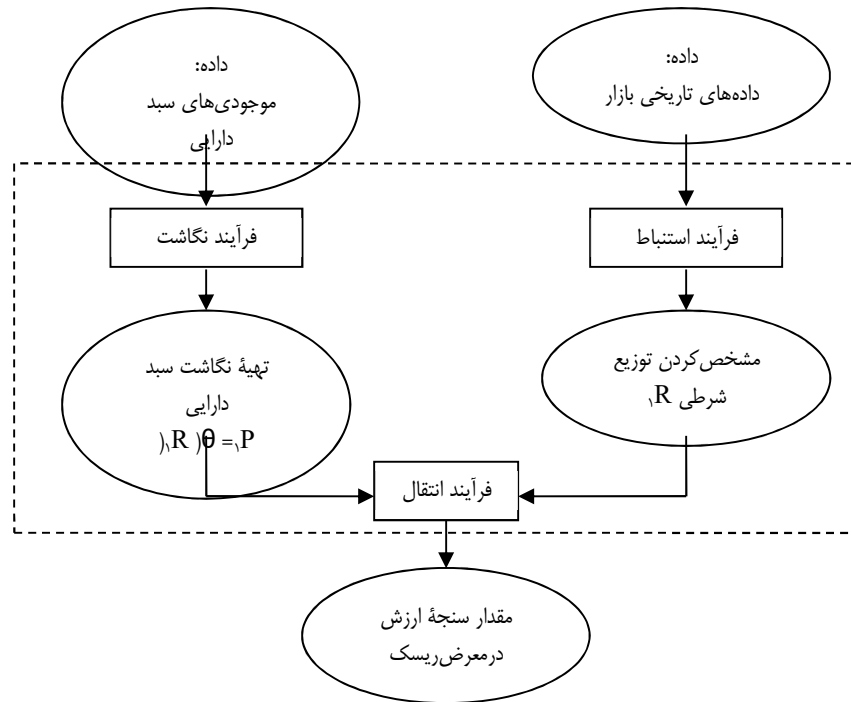
$$VaR = p_0 - F_p^{-1}(\alpha) \quad (3-2)$$

که $F_p^{-1}(\alpha)$ صدک آلفای^۱ توزیع ارزش سبد دارایی می‌باشد.

فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک

این فرآیند شامل مجموعه گام‌های لازم برای محاسبه ارزش در معرض ریسک است. درک کامل این فرآیند بسیار مهم است، چراکه منعکس‌کننده مفهوم ارزش در معرض ریسک است و اهداف و ویژگی‌های آن را بدون اعمال ساده‌سازی‌های اضافی، ارایه می‌نماید. محصول اولیه این فرآیند، تخمین توزیع احتمال ارزش سبد دارایی برای دوره آتی است. سپس، با استفاده از این توزیع احتمال، ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌شود. بنابراین، برای این که بتوانیم ریسک بازار سبد دارایی را برآورد کنیم، به تخمین توزیع احتمال ارزش سبد دارایی برای دوره پیش‌بینی یا دوره نگهداری مورد نظر نیازمندیم. این توزیع احتمال می‌تواند از توزیع‌های شناخته‌شده آماری باشد و یا صرفاً دربرگیرنده ارزش‌های مختلف سبد دارایی و احتمال تخمینی رخداد آن‌ها در دوره آتی باشد و هیچ توزیع مشخص آماری را به ذهن متبادر نکند. مفهوم ارزش در معرض ریسک با توزیع احتمال ارزش سبد دارایی گره خورده است، به طوری که فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک بازار برای سبد دارایی معادل فرآیند تخمین توزیع احتمال ارزش سبد دارایی در دوره آتی است. در ادامه با تشریح فرآیند محاسبه VaR ، به عمق مفهوم ارزش در معرض ریسک بازار^۲ پی می‌بریم. این فرآیند، در واقع فرآیند تخمین توزیع احتمال ارزش سبد دارایی در دوره آتی است. به نمودار صفحه بعد توجه کنید:

-
1. α -quantile
 2. market value at risk (MVaR)



نمودار (۱-۲): فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک

در این نمودار، گام‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک بازار ارایه شده است. کادر نقطه‌چین شامل فرآیندهایی است که ورودی‌ها را به مقدار ارزش در معرض ریسک تبدیل می‌کند. فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک شامل چهار گام است که در ادامه به تشریح هریک از آنها می‌پردازیم.

گام اول: تعیین درون‌دادها

گام اول، استخراج داده‌های مورد نیاز برای محاسبه ارزش در معرض ریسک می‌باشد. این گام شامل دو مرحله است. در یکی از مراحل داده‌های سبد دارایی و در مرحله دیگر داده‌های بازار فراهم می‌شود. هیچ‌کدام از این مراحل بر دیگری تقدم ندارد و مستقل از یکدیگرند.

مرحله اول: تعیین موجودی‌های سبد دارایی^۱

مرحله اول شامل استخراج موجودی‌های سبد دارایی است. موجودی‌های سبد دارایی شامل تعداد واحدهای هر کدام از دارایی‌های موجود در سبد دارایی است. سبد دارایی مورد بررسی ممکن است شامل سهام، اوراق قرضه، اختیار معامله، پیمان آتی و یا حتی دارایی‌های غیر مالی مانند فلزات گران قیمت، املاک، مستغلات و غیره باشد. ما در این جا بردار موجودی‌های سبد دارایی را با ω نشان می‌دهیم. این بردار یک بردار سطری است. بنابراین، اگر سبد دارایی ما شامل ۱۰۰ واحد از دارایی الف و ۵۰ واحد از دارایی ب باشد، ω به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega = (100 \quad 50)$$

مرحله دوم: شناسایی عوامل ریسک^۲

عامل ریسک، متغیری تصادفی است که طی فاصله زمانی $[0, 1]$ مقداری به خود می‌گیرد و ارزش بازار سبد دارایی را در زمان ۱ متأثر می‌سازد. یک بردار ریسک^۳ که با Q_1 نمایش می‌دهیم، برداری تصادفی از عوامل ریسک در زمان ۱ است. یک عامل ریسک خاص و دو بردار ریسک نقشی اساسی در محاسبه Var بازی می‌کنند. ما به آن‌ها اسامی و علامت‌های خاصی نسبت می‌دهیم. آن‌ها عبارتند از:

- P_1 : ارزش آتی سبد دارایی (عامل ریسک)
- S_1 : بردار دارایی^۴ (بردار ریسک)
- R_1 : بردار کلیدی^۵ (بردار ریسک)

ارزش آتی سبد دارایی (P_1) گویای ارزش بازار در زمان یک است. فرض می‌شود سبد دارایی در خلال دوره $[0, 1]$ ثابت است و هیچ خرید و فروشی بر روی آن انجام نمی‌شود. البته، این موضوع مانع خرید و فروش مدیران سبد دارایی نیست و تنها گویای این است که

-
1. portfolio holdings
 2. risk factors
 3. risk vector
 4. asset vector
 5. key vector

فرآیند یادشده، ریسک بازار سبب دارایی را بر اساس اجزای آن در زمان صفر به دست می‌دهد. ما ارزش بازار سبب دارایی را در زمان صفر با D_n نشان می‌دهیم. بردار دارایی (S_T) ، برداری است که اعضای آن شامل ارزش دارایی‌های تشکیل‌دهنده سبب دارایی در زمان یک است.

همان‌گونه که بعداً خواهیم گفت، برای استخراج توزیع ارزش سبب دارایی، ابتدا باید مستقیماً یک توزیع احتمال شرطی^۱ را برای یک بردار عوامل ریسک (مانند نرخ ارز و نرخ بهره کوتاه‌مدت) مشخص نمود. به این عوامل ریسک، عوامل کلیدی^۲ می‌گویند. در واقع این عوامل، عناصر بردار کلیدی (R_1) است. گاهی اوقات ارزش دارایی‌ها را به‌عنوان عوامل کلیدی در نظر می‌گیریم.

حال که با عوامل ریسک آشنا شدیم، به تشریح نحوه شناسایی آن‌ها می‌پردازیم. در این مرحله برای ارایه برآوردی از توزیع احتمال ارزش آتی سبب دارایی، باید عوامل ایجادکننده تلاطم در ارزش را شناسایی کنیم. این عوامل همان عوامل ریسک است. عموماً فاکتورهای محرک قیمت اوراق بهادار عبارتند از: قیمت سهام، نرخ مبادله ارز، قیمت کالاها و نرخ‌های بهره. می‌توانیم این عوامل را از طریق مطالعه نظریه‌های اقتصادی و مالی شناسایی کنیم. مدل تک شاخصی^۳، شاخص سهام بورس اوراق بهادار را به‌عنوان عامل ایجاد تلاطم در ارزش دارایی‌ها معرفی می‌کند. در شکل پیچیده‌تر مدل‌های عاملی^۴، از چندین عامل ریسک به‌عنوان عوامل ایجاد تلاطم در ارزش دارایی‌های مالی یاد می‌شود. این عوامل ممکن است بر اساس ویژگی‌های سبب دارایی‌ها متنوع باشد، اما برخی از مهم‌ترین آن‌ها شامل شاخص صنعت، نرخ بهره، نرخ تورم، تولید ناخالص داخلی و حتی قیمت کالاهای استراتژیک مثل طلا و نفت است. نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ^۵ نیز به شکل مشابهی عمل می‌کند، اما در این نظریه، عوامل ریسک معرفی نمی‌شود و شناسایی آن‌ها به‌عهده کاربران گذاشته می‌شود.

1. conditional probability distribution
2. key factors
3. single index model
4. factor models
5. arbitrage pricing theory (APT)

گام دوم: فرآیند نگاشت^۱ و فرآیند استنباط^۲

این گام نیز شامل دو مرحله است. در یکی از مراحل مبادرت به پیاده‌سازی فرآیند نگاشت می‌کنیم و در مرحله بعد به فرآیند استنباط روی می‌آوریم. در این جا برخلاف مراحل گام اول که نسبت به هم تقدم و تأخری ندارند، ابتدا فرآیند نگاشت را به پایان می‌رسانیم و سپس به سراغ فرآیند استنباط می‌رویم.

مرحله اول: فرآیند نگاشت

در ریاضیات، نگاشت مترادف تابع است. در زمینه ارزش در معرض ریسک، منظور از نگاشت، تابعی است که بردارهای خاص ریسک را به یکدیگر ارتباط می‌دهد. اگر Q_1 و \dot{Q}_1 بردارهای ریسک در زمان یک باشد، تابع نگاشت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q_1 = \varphi(\dot{Q}_1) \quad (۴-۲)$$

ما φ را تابع نگاشت^۳ می‌نامیم. نگاشت سبب دارایی^۴ آن نگاشتی است که ارزش یک سبب دارایی را به صورت تابعی از یک بردار ریسک مثل Q_1 تعریف می‌کند.

$$P_1 = \varphi(Q_1) \quad (۵-۲)$$

نگاشتهای سبب دارایی نقشی ساده ولی غیرقابل اجتناب در استخراج توزیع احتمال ارزش سبب دارایی بازی می‌کند. همان‌طور که گفتیم، p_1 را به عنوان ارزش بازار سبب دارایی در زمان یک تعبیر می‌کنیم. از نظر ریاضی تعریف p_1 از دو راه برایمان امکان پذیر است:

۱. می‌توانیم مستقیماً یک توزیع شرطی برای p_1 مشخص کنیم.
۲. می‌توانیم p_1 را به عنوان تابعی از یک بردار تصادفی تعریف کنیم.

-
1. mapping process
 2. inference process
 3. mapping function
 4. portfolio mapping

روش اول به سختی قابل توجیه است. سبد دارایی‌ها و بازارها عموماً از پیچیدگی بالایی برخوردارند. بنابراین، تعیین مستقیماً یک توزیع شرطی برای P_1 مشکل است. به ناچار P_1 را بر اساس راه دوم تعیین می‌کنیم که به نگاشت سبد دارایی می‌انجامد.

$$P_1 = \omega S_1 \quad (۶-۲)$$

مطابق آن چه گفته شد، S_1 را به عنوان بردار دارایی تعریف می‌کنیم. برای تکمیل تعریف P_1 باید S_1 را به لحاظ ریاضی تعریف کنیم. همانند P_1 دو راه برای تعریف S_1 داریم:

۱. می‌توانیم مستقیماً یک توزیع شرطی برای S_1 مشخص کنیم.
۲. می‌توانیم S_1 را به عنوان تابعی از یک بردار تصادفی تعریف کنیم.

استفاده از هر دو راه امکان‌پذیر است. می‌توانیم همین جا متوقف نشویم و به جای تعریف مستقیماً یک توزیع مشترک^۱ برای S_1 ، آن را به صورت نگاشتی از بردار تصادفی دیگری (R_1) تعریف کنیم. در صورت استفاده از روش دوم داریم:

$$S_1 = \varphi(R_1) \quad (۷-۲)$$

بدون توجه به این که چند نگاشت صورت می‌گیرد، نهایتاً P_1 باید به عنوان تابعی از یک بردار تصادفی تعریف شود که مستقیماً توزیع مشترک آن را تعیین می‌کنیم. این بردار تصادفی، بردار کلیدی R_1 است. رابطه زیر، تابع نگاشتی را نشان می‌دهد که P_1 را توسط θ به بردار کلیدی‌اش مربوط می‌سازد.

$$P_1 = \theta(R_1) \quad (۸-۲)$$

این رابطه، نگاشت سبد دارایی است و در نمودار صفحه بعد به صورت شماتیک نشان داده شده است.

1. joint distribution

$$\theta$$

$$\mathbf{R}_1 \xrightarrow{\varphi} \mathbf{S}_1 \xrightarrow{\omega} P_1$$

نمودار (۲-۲): نگاهت سبد دارایی

اگر ارزش دارایی‌ها به‌عنوان عوامل کلیدی مورد استفاده قرار گیرد، نقش دوگانه‌ای هم به‌عنوان بردار دارایی و هم به‌عنوان بردار کلیدی بازی می‌کند. در این صورت:

$$P_1 = \omega \mathbf{S}_1$$

که همان رابطه (۲-۶) است.

در این جا نه تنها نگاهت‌های سبد دارایی، بلکه رویه کلی ساخت آن‌ها را نیز تشریح کردیم. مطابق آن چه گفتیم، نگاهت‌های سبد دارایی با بردار دارایی (\mathbf{S}_1) و بردار موجودی‌ها (ω) آغاز می‌شود و در ادامه ممکن است بر اساس بردار کلیدی \mathbf{R}_1 نگاهتی از \mathbf{S}_1 به‌عمل بیاید.

مرحله دوم: فرآیند استنباط

بعد از تکمیل فرآیند نگاهت، فرآیند استنباط را در پیش می‌گیریم. به خاطر داریم که در مرحله دوم از گام اول، به شناسایی عوامل ریسک پرداختیم. در فرآیند نگاهت، برخی از این عوامل در بردار کلیدی ریسک یعنی \mathbf{R}_1 ظاهر می‌شود. علامت ۱ نشانگر مقدار عامل ریسک در زمان یک است. از آنجا که این عوامل متغیرهای قابل مشاهده مالی‌اند، برای آن‌ها باید داده‌های تاریخی موجود باشد. هدف از فرآیند استنباط، مشخص نمودن توزیع عوامل کلیدی ریسک مشروط بر اطلاعات موجود در زمان صفر است. به‌بیانی دیگر طی رویه استنباط، یک توزیع شرطی برای \mathbf{R}_1 مشخص می‌کنیم و ممکن است این کار را از طریق انحراف معیارها و همبستگی‌های عناصر \mathbf{R}_1 و یا از طرق دیگری انجام دهیم. مثلاً، اگر بردار عوامل کلیدی ریسک شامل نرخ بهره کوتاه‌مدت و تغییرات قیمت طلا باشد، در فرآیند استنباط باید توزیع مشترک این دو متغیر را بر اساس اطلاعات تاریخی موجود، استخراج کنیم.

فرآیند استنباط به شکل‌های مختلفی انجام می‌گیرد. این فرآیند حتی می‌تواند شامل فرضی ساده در مورد توزیع مشترک عوامل کلیدی ریسک باشد. در عمل برای دستیابی به یک توزیع منطقی، تحلیل سری زمانی به همراه نظریه‌های مالی به کار گرفته می‌شود.

گام سوم: فرآیند انتقال^۱

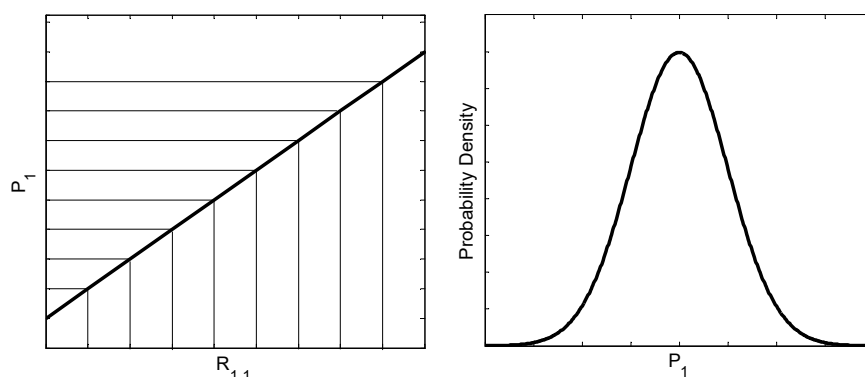
به یاد داریم که هدف نهایی ما از طی فرآیندهای نمودار (۱-۲) دستیابی به توزیع احتمال ارزش سبد دارایی در دوره آتی است. اکنون بهتر است مروری بر کیفیت تحقق این هدف داشته باشیم:

فرآیند نگاشت، نحوه تأثیرپذیری سبد دارایی از عوامل کلیدی ریسک را مد نظر قرار می‌دهد و فرآیند استنباط با نحوه تعیین توزیع این عوامل کلیدی سروکار دارد. بدیهی است نگاشت سبد دارایی به خودی خود نمی‌تواند بگوید که سبد دارایی چقدر ریسکی است، چراکه حاوی هیچ‌گونه اطلاعاتی راجع به تلاطم بازار نیست و این بدان معناست که به‌تنهایی نمی‌تواند از شکل توزیع ارزش سبد دارایی خبر دهد. مشخصات توزیع مشترک عوامل کلیدی ریسک هم به خودی خود برای انجام این کار کافی نیست. از آن‌جا که این توزیع به‌خودی‌خود مستقل از ترکیب سبد دارایی است، در مورد ریسک سبد چیزی برای گفتن ندارد. بنابراین، تا این‌جا به توزیع ارزش سبد دارایی دست نیافته‌ایم، ولی می‌دانیم که نگاشت سبد دارایی و توزیع مشترک عوامل کلیدی ریسک هر کدام قسمتی از جورچین ما را تکمیل می‌کنند. فرآیند انتقال با برقراری پل ارتباطی بین این دو تکه از جورچین، به بازی خاتمه می‌دهد.

در فرآیند انتقال باید به‌نوعی اطلاعات بازار موجود در ویژگی‌های توزیع R_1 را از طریق اطلاعات موجود در نگاشت سبد دارایی پالایش کنیم. در واقع با طی این فرآیند، توزیع مشترک عوامل ریسک را در قالب تابع نگاشت سبد دارایی به‌دست می‌آوریم و بدین ترتیب به برآوردی از توزیع احتمال ارزش سبد دارایی در زمان یک (دوره آتی) دست می‌یابیم. به بیانی ساده‌تر، با طی این فرآیند، توزیع شرطی p_1 را مشخص می‌کنیم. برای درک بیشتر این فرآیند دو مثال ساده ارائه می‌کنیم:

1. transformation process

فرض کنید ارزش یک سبد دارایی به یک عامل کلیدی ($R_{1,1}$) بستگی دارد. توجه داشته باشید که اندیس اول به معنی شماره عامل کلیدی و اندیس دوم به معنی زمان آن می‌باشد. توزیع این عامل کلیدی را نرمال در نظر بگیرید. همچنین فرض کنید که تابع نگاشت (θ)، یک چندجمله‌ای خطی است. این وضعیت در نمودارهای زیر نشان داده شده است.

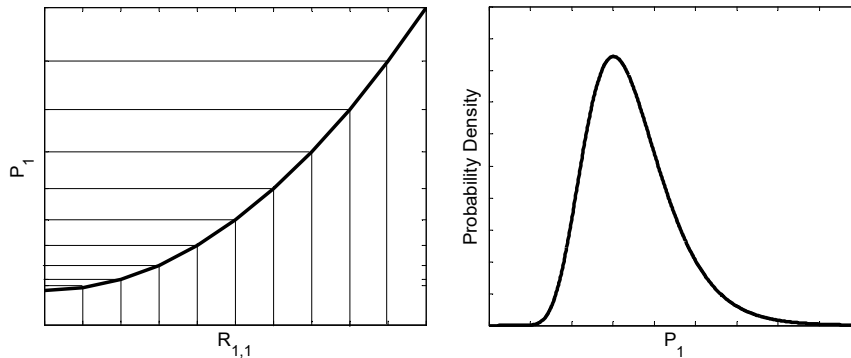


نمودار (۲-۳): فرآیند انتقال برای تابع نگاشت خطی

نمودار سمت چپ نمایانگر تابع نگاشت (θ) است. در این نمودار مقادیری با فواصلی هم‌اندازه از $R_{1,1}$ انتخاب شده و مقادیر متناظر در P_1 به دست آمده است. مشخص است که مقادیر حاصل در P_1 نیز دارای فواصلی هم‌اندازه است و این بدان معنی است که θ هیچ‌گونه اعوجاجی^۱ ایجاد نمی‌کند. از آنجا که توزیع $R_{1,1}$ نرمال شرطی است، P_1 نیز همان‌گونه که در نمودار سمت راست مشخص است، دارای توزیع نرمال شرطی است.

در مثال دوم سبدهای را در نظر بگیرید که شامل یک اختیار خرید است. فرض کنید دارایی تعهدشده تنها دارای یک عامل کلیدی یعنی $R_{1,1}$ می‌باشد. برای اجتناب از معرفی عوامل کلیدی دیگر، نرخ‌های بهره و تالاطم ضمنی را ثابت در نظر بگیرید. به نمودارهای صفحه بعد توجه کنید.

1. distortion



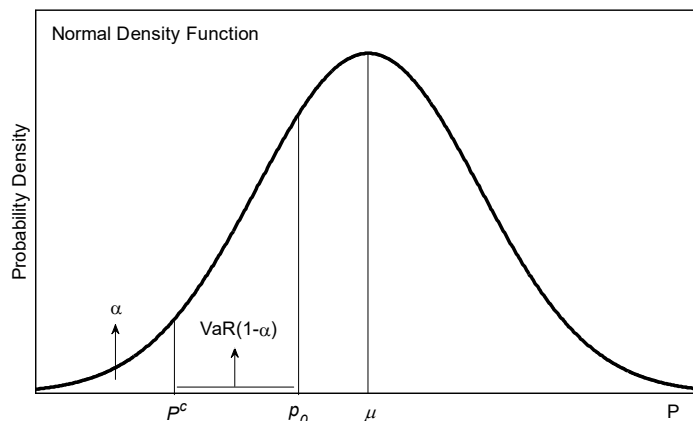
نمودار (۲-۴): فرآیند انتقال برای تابع نگاشت غیرخطی

نمودار سمت چپ نمایانگر تابع نگاشت اختیار معامله است که از رابطه قیمت گذاری بلک-شولز اقتباس شده است. مقادیری با فواصل هم اندازه در $R_{1,1}$ به مقادیری با فواصل هم اندازه در p_1 منجر نمی شود. از آنجا که $R_{1,1}$ دارای توزیع نرمال شرطی است، p_1 دارای توزیع غیرنرمال شرطی است. نمودار سمت راست گویای این مسأله است. وجه تسمیه فرآیند انتقال بدین دلیل است که در خلال آن، ویژگی های توزیع عوامل کلیدی ریسک از مجرای تابع θ به ارزش سبد دارایی در زمان یک، منتقل می گردد. بدون اجرای فرآیند انتقال، بر اساس تابع θ و عوامل ریسک موجود در آن، تنها به مقدار مورد انتظار ارزش آتی سبد دارایی دست می یابیم. فرآیند انتقال، با انتقال ویژگی های تابع توزیع مشترک عوامل ریسک به ارزش مورد انتظار سبد دارایی، عدم اطمینان این مقدار مورد انتظار را ارایه می کند. در این فرآیند جهت مشخص نمودن توزیع شرطی p_1 ، از نظریه احتمال و نیز روش های انتگرال گیری عددی^۱ از جمله روش مونت کارلو^۲ استفاده می شود. تعیین مشخصات توزیع p_1 می تواند به شکل های مختلفی مانند تابع چگالی احتمال^۳، تابع مشخصات^۴، پارامترهای معینی از توزیع p_1 ، خلق نمونه ای از توزیع p_1 و غیره ظاهر شود.

1. numerical integration
2. Monte Carlo method
3. probability density function (PDF)
4. characteristic function

گام چهارم: محاسبه مقدار سنجۀ ارزش در معرض ریسک

حاصل فرآیندهایی که تا به این‌جا تشریح شد، توزیع ارزش سبد دارایی‌هاست. با داشتن این توزیع، محاسبه ارزش در معرض ریسک کار چندان دشواری نیست. فرض کنید تابع توزیع ارزش سبد دارایی همانند نمودار زیر به دست آمده است.



نمودار (۲-۵): توزیع ارزش نرمال و ارزش در معرض ریسک

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، صرفاً به خاطر راحتی انجام محاسبات، از توزیع نرمال برای نمایش توزیع ارزش آتی سبد دارایی استفاده شده است. در نظر گرفتن توزیع نرمال برای ارزش سبد، فرضی خاص تلقی می‌شود، چراکه فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک هیچ توزیع خاصی را بر ارزش سبد دارایی تحمیل نمی‌کند. VaR در سطح اطمینان $1 - \alpha$ و با فرض نرمال بودن توزیع ارزش سبد دارایی، از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR = p_0 - F_p^{-1}(\alpha) = p_0 - P^C \quad (۲-۹)$$

که P^C ارزش بحرانی سبد دارایی، μ میانگین ارزش سبد دارایی، σ انحراف معیار ارزش سبد دارایی و z_α مقدار معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. بدیهی است که هرگز به پارامترهای واقعی توزیع ارزش سبد دارایی دسترسی

نداریم، اما می‌توانیم آن‌ها را برآورد کنیم. این برآوردها \bar{x} و s است که از آن‌ها به ترتیب جای μ و σ در رابطه (۲-۹) استفاده می‌کنیم.

مؤلفه‌های ریسک^۱

نگرانی‌های ما راجع به آینده در دو حالت کاهش می‌یابد. اول این که بدانیم عوامل ریسک به چه صورتی حرکت می‌کنند و دوم این که بدانیم چه قدر در معرض خطرات ناشی از تحرکات عوامل ریسک قرار داریم. بنابراین، ریسک دارای دو مؤلفه است:

- عدم اطمینان^۲
- در معرض بودن^۳

فرض کنید لباس‌های شیک خود را پوشیده‌اید و از بابت بارش احتمالی باران نگرانید. بخشی از ریسک موجود در خیس شدن لباس‌هایتان به عدم اطمینان شما از وقوع بارندگی برمی‌گردد. بخش دیگری از ریسک به این امر مربوط می‌شود که آیا شما در فضای باز هستید و یا در مکانی مسقف. به عبارتی دیگر، نمی‌دانید آیا باران می‌بارد یا نه و نیز نمی‌دانید آیا در معرض بارندگی قرار دارید یا خیر. اگر مطمئن باشید که باران نمی‌بارد، ریسک خیس شدن شما از بین می‌رود و نیز اگر در خانه باشید، ریزش باران بی‌اهمیت می‌گردد.

درک این دو مفهوم در فهم فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک بسیار مؤثر است. به همین دلیل، مثال‌های بیشتری ارائه می‌کنیم.

تصور کنید از رودخانه کم‌عمقی عبور می‌کنید که دارای کروکدیل است. خطر عبور از رودخانه را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: شما در معرض خطر زخمی شدن سطحی، عمیق و یا حتی مرگ قرار دارید و نمی‌دانید که کدام یک از این حالات واقع خواهد شد. همچنین از این که آیا مورد حمله کروکدیل قرار می‌گیرید یا نه، دچار عدم اطمینان هستید. اگر بدانید که کروکدیل به شما حمله نمی‌کند، ریسک شما تا حد صفر کاهش می‌یابد و نیز

-
1. risk components
 2. uncertainty
 3. exposure

اگر بدانید که در معرض کدام‌یک از حالت‌ها یعنی زخمی‌شدن سطحی، زخمی‌شدن عمیق و یا مرگ قرار دارید باز هم ریسک کمتری متوجه شما خواهد بود.

نگرانی از وقوع زمین‌لرزه به دو قسمت قابل تقسیم است. اول این که آیا زلزله می‌آید یا خیر. دوم این که شما چقدر در معرض صدمات حاصل از آن مانند ریزش آوار قرار دارید. اگر از وقوع زمین‌لرزه خبر داشته باشید، نگرانی شما کاهش می‌یابد و اگر در مکانی امن مثل پناهگاه باشید، باز هم کمتر نگران زمین‌لرزه خواهید بود.

شاخص سهام یکی از عوامل تشریح‌کننده تلاطم‌های بازده سهام است، به طوری که مدل تک‌شاخصی از آن به عنوان تنها عامل مهم یاد می‌کند. حالا فرض کنید مدیر سبد دارایی شرکت سرمایه‌گذاری‌ای به این مدل اعتقاد دارد. او از تلاطم‌های شاخص سهام در روزهای آتی نامطلع بوده و احساس عدم اطمینان می‌کند. وی همچنین از این جهت که سبد سهام شرکت چه میزان در معرض افت بازده (ناشی از تلاطم‌های شاخص سهام) قرار دارد، نامطمئن است.

خروجی فرآیندهای نگاشت و استنباط، منعکس‌کننده دو مؤلفه ریسک است. تابع نگاشت (θ)، «در معرض بودن» را منعکس می‌کند. توزیع شرطی بردار کلیدی (R_I)، منعکس‌کننده عدم اطمینان است. بنابراین، عدم اطمینان در فرآیند استنباط ظاهر می‌گردد. فرآیند انتقال این دو مؤلفه را با هم ترکیب می‌کند تا به طریقی توزیع شرطی p_1 مشخص شود. سپس از مشخصات این توزیع برای تعیین مقدار سنجۀ ارزش در معرض ریسک استفاده می‌شود که در واقع خروجی نهایی نمودار (۱-۲) است.

در حیطه ریسک اعتباری نیز به وضوح می‌توان دو مؤلفه ریسک را در مدل‌های مربوطه مشاهده کرد. در این جا نیز احتمال^۱ و اثر^۲ رویدادهای اعتباری به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد. احتمال نکول^۳ و ام‌گیرنده نمایان گر عدم اطمینان و زیان مشروط بر نکول^۴ نیز گویای «در معرض بودن» است.

در ادبیات ریسک عملیاتی نیز مفاهیم مشابهی یافت می‌شود. جهت مدل‌سازی این ریسک در مؤسسات مالی عموماً این سؤال مطرح می‌شود که فراوانی و شدت^۵ رویدادهای

-
1. probability
 2. effect
 3. probability of default (PD)
 4. loss given default (LGD)
 5. severity

زیان بار^۱ چقدر است. استخراج توزیع فراوانی و شدت رویدادهای زیان بار به ترتیب متناظر با فرآیند استتباط و فرآیند نگاهشت در ریسک بازار است. توزیع فراوانی رویدادهای زیان بار منعکس کننده عدم اطمینان ما از وقوع آنهاست و توزیع شدت رویدادهای زیان بار نیز ناظر بر مقدار منابعی است که در معرض زیان قرار دارد. مثلاً، ریسک ناشی از اشتباه در انجام سفارشات خرید و فروش را در نظر بگیرید. فراوانی این حادثه زیان بار برای یک دوره معین، همان عدم اطمینان است و زیانهای مالی و اعتباری بالقوه ناشی از این اشتباهات، همان «در معرض بودن» می باشد. در ادامه فرآیند مدل سازی ریسک عملیاتی، جهت دستیابی به توزیع زیان^۲، توزیع فراوانی و شدت رویدادهای زیان بار را در هم می پیچند. این فرآیند متناظر با فرآیند انتقال در ریسک بازار است. در نهایت سنجه ریسک مورد نظر (مثلاً، ارزش در معرض ریسک عملیاتی) بر اساس این توزیع استخراج می گردد.

در ادامه، برای درک بیشتر فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک مثالی جامع ارایه می کنیم.

مثال (۱-۲): پیاده سازی فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک

فرض کنید سبدهی شامل ۱۰۰ عدد سهم یک، ۲۰۰ عدد سهم دو و ۳۰۰ عدد فروش قرضی^۳ سهم سه می باشد. با این داده ها، مرحله اول از گام اول را کامل می کنیم. اعداد ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ همان موجودی های سبد دارایی در زمان صفر است. بنابراین، بردار سطری موجودی ها، به صورت زیر خواهد بود:

$$\omega = (100 \ 200 \ -300)$$

همان گونه که در مرحله شناسایی عوامل ریسک گفتیم، ارزش آتی سبد دارایی، عامل ریسک است و نیز می دانیم که این ارزش تابعی از قیمت های آتی اوراق بهادار موجود در آن می باشد. یعنی قیمت های بازار اوراق بهادار موجود در سبد دارایی یا همان بردار دارایی به عنوان عامل تشریح کننده تلاطم های ارزش آن می باشد. بنابراین، قیمت بازار این سه ورق بهادار، سه عامل ریسک سبد دارایی ماست. تصور کنید که شما شاخص سهام را به عنوان مهم ترین عامل اثر گذار بر قیمت های بازار اوراق بهادار موجود در سبد دارایی خود می دانید.

-
1. loss events
 2. loss distribution
 3. short sale

به این ترتیب مرحله دوم از گام اول را با شناسایی پنج عامل ریسک، یعنی ارزش آتی سبد دارایی، قیمت‌های بازار اوراق موجود در سبد دارایی و شاخص سهام پشت سر می‌گذاریم. بدیهی است که امکان معرفی تعداد بیشتری عامل ریسک وجود دارد ولی در این جا برای جلوگیری از پیچیدگی محاسبات به همین پنج عامل اکتفا می‌کنیم. حالا نوبت به فرآیند نگاهت می‌رسد. مطابق توضیحات گذشته، نتیجه می‌گیریم که استخراج مستقیم توزیع ارزش سبد دارایی در زمان یک قابلیت توجیه ندارد. بنابراین، ارزش سبد دارایی را به‌عنوان تابعی از قیمت‌های اوراق بهادار موجود در آن مورد بررسی قرار می‌دهیم. طبق رابطه (۲-۶) خواهیم داشت:

$$P_1 = \omega S_1 \Rightarrow P_1 = (100 \ 200 \ -300) S_1$$

بردار S_1 شامل قیمت‌های اوراق بهادار در زمان ۱ است:

$$S_1 = \begin{pmatrix} S_{1,1} \\ S_{2,1} \\ S_{3,1} \end{pmatrix}$$

که $S_{i,1}$ قیمت دارایی i در زمان یک است. بنابراین خواهیم داشت:

$$P_1 = 100 S_{1,1} + 200 S_{2,1} - 300 S_{3,1}$$

در این جا می‌توانیم فرآیند نگاهت را متوقف کنیم و یا قیمت‌های آتی اوراق بهادار را نیز به‌عنوان تابعی از عامل یا عوامل ریسک دیگری در نظر بگیریم. به‌خاطر داریم که در مرحله شناسایی عوامل ریسک، علاوه بر ارزش آتی سبد دارایی و قیمت اوراق بهادار، شاخص سهام را نیز به‌عنوان عامل ریسک معرفی کردیم. شاخص سهام در نظریه‌های مالی به‌عنوان یکی از عوامل مهم تشریح‌کننده بازده سهام معروف است. بدین ترتیب، برای این که بتوانیم بازده سهام را به بازده شاخص سهام مرتبط کنیم، ابتدا قیمت‌های آتی اوراق بهادار را به‌عنوان تابعی از بازده آتی سهام در نظر می‌گیریم:

$$S_1 = \varphi(r_1)$$

که r_1 بردار بازده دارایی‌ها در زمان یک است:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_{1,1} \\ r_{2,1} \\ r_{3,1} \end{pmatrix}$$

تابع نگاشت (ϕ) برداری از توابع اجزای آن یعنی ϕ_i است:

$$S_{i,1} = \phi_i(\mathbf{r}_1) = s_{i,0} \exp(r_{i,1}) \Rightarrow \mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} s_{1,0} \exp(r_{1,1}) \\ s_{2,0} \exp(r_{2,1}) \\ s_{3,0} \exp(r_{3,1}) \end{pmatrix}$$

که $s_{i,0}$ قیمت دارایی i در زمان صفر است. فرض کنید قیمت کنونی سهم ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۲۵۰، ۴۰۰ و ۱۵۰ تومان است. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 250 \times \exp(r_{1,1}) \\ 400 \times \exp(r_{2,1}) \\ 150 \times \exp(r_{3,1}) \end{pmatrix}$$

اکنون بردار بازده سهام را به عنوان تابعی از شاخص سهام در نظر می‌گیریم.

$$\mathbf{r}_1 = \phi(I_1)$$

که I_1 بازده شاخص سهام در زمان یک است. این رابطه یک تابع نگاشت می‌باشد، چراکه بردار بازده دارایی‌ها را به بردار تک‌عضوی دیگری یعنی شاخص سهام مربوط می‌سازد. اما، رابطه این تابع چیست؟ برای پاسخ می‌توانیم به نظریه‌های مالی رجوع کنیم. بر اساس مدل تک‌شاخصی، رابطه بین بازده قیمت سهام و شاخص به صورت زیر شکل می‌گیرد:

$$r_{i,1} = \alpha_i + \beta_i I_1 + \varepsilon_{i,1}$$

که α و β پارامترهای مدل تک‌شاخصی است. بر این اساس، خواهیم داشت:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} r_{1,1} \\ r_{2,1} \\ r_{3,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \beta_1 I_1 + \varepsilon_{1,1} \\ \alpha_2 + \beta_2 I_1 + \varepsilon_{2,1} \\ \alpha_3 + \beta_3 I_1 + \varepsilon_{3,1} \end{pmatrix}$$

اکنون می‌توان بین ارزش سبد و بازده شاخص سهام در زمان یک، رابطه برقرار کرد:

$$P_1 = \theta(I_1)$$

$$P_1 = (100 \quad 200 \quad -300) \begin{pmatrix} 250 \times \exp(\alpha_1 + \beta_1 I_1 + \varepsilon_{1,1}) \\ 400 \times \exp(\alpha_2 + \beta_2 I_1 + \varepsilon_{2,1}) \\ 150 \times \exp(\alpha_3 + \beta_3 I_1 + \varepsilon_{3,1}) \end{pmatrix}$$

این رابطه، قیمت آتی سبد دارایی را به صورت تابعی از بازده شاخص سهام نشان می‌دهد و بنابراین نمایانگر نگرانی است. با این حساب، بردار عوامل کلیدی ریسک در این مثال تنها یک عضو دارد و آن نیز بازده شاخص سهام است. توجه داشته باشید با وجود این که پنج عامل ریسک را شناسایی کردیم، تنها یکی از آن‌ها در بردار عوامل کلیدی ریسک حضور یافت. در این جا مرحله نگاهت به پایان می‌رسد.

در فرآیند نگاهت، بازده شاخص سهام را به عنوان تنها عامل کلیدی ریسک معرفی کردیم. اکنون به بررسی توزیع بازده شاخص سهام می‌پردازیم و این شروع فرآیند استنباط را نوید می‌دهد. تصور کنید با بررسی داده‌های روزانه مربوط به بازده شاخص سهام به این نتیجه می‌رسید که با تقریب خوبی از توزیع نرمال تبعیت می‌کند و توزیع نرمال به طور رضایت بخشی برازنده آن است. همچنین فرض کنید که میانگین و واریانس توزیع بازده شاخص به ترتیب، $0/01$ و $0/005$ به دست آمده است. بدین ترتیب مرحله استنباط به پایان می‌رسد. توجه کنید که در این جا تنها برای ساده سازی، توزیع نرمال را برازنده داده‌هایمان فرض نمودیم و گرنه ممکن است در فرآیند استنباط به این نتیجه برسیم که توزیع دیگری در خور آن است. از طرف دیگر وجود تنها یک عامل کلیدی ریسک باعث تسهیل بیش از حد این فرآیند گردید. در عمل، افزایش تعداد عوامل کلیدی ریسک به طور فزاینده‌ای به پیچیدگی فرآیند استنباط می‌انجامد، چراکه استخراج توزیع مشترک بردار عوامل کلیدی ریسک مستلزم در نظر گرفتن همبستگی‌ها و روابط میان این عوامل است.

حال که توزیع بازده شاخص مشخص شد، جهت تکمیل تابع نگاشت سبد دارایی، اقدام به برآورد پارامترهای مدل تک شاخ صی می‌کنیم. تخمین این پارامترها نیازمند سری بازده شاخص سهام و سری متناظر بازده دارایی‌هاست. روابط مشخصی برای برآورد این پارامترها وجود دارد که ما در این جا از ارایه آن‌ها خودداری می‌کنیم. در عوض، فرض را بر این می‌گیریم که مقادیر تخمینی پارامترهای آلفا و بتا برای سه سهم موجود در سبد دارایی به شرح جدول زیر است:

پارامتر	آلفا	بتا
سهم ۱	۰/۰۲	۱/۴
سهم ۲	-۰/۰۱	۱/۱
سهم ۳	۰/۰۳	۰/۸

بر این اساس، نگاشت سبد دارایی به شکل زیر درمی‌آید:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 25000 & 80000 & -45000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(0.02 + 1.4 \times I_1) \\ \exp(-0.01 + 1.1 \times I_1) \\ \exp(0.03 + 0.8 \times I_1) \end{pmatrix}$$

تنها متغیر تصادفی یا به عبارتی تنها عامل ریسک موجود در رابطه فوق، I_1 است. تا به این جا، گام‌های اول و دوم را پشت سر گذاشتیم و نتیجه آن‌ها، نگاشت سبد دارایی است. علاوه بر این، توزیع احتمال تنها عامل ریسک این رابطه را نرمال در نظر گرفته و پارامترهای آن (میانگین و واریانس) را به ترتیب $0/01$ و $0/005$ برآورد کرده‌ایم. این داده‌ها به همراه پارامترهای تخمینی مدل تک شاخ صی برای تعیین مشخصات توزیع p_1 کافی است و این رسالت بر دوش فرآیند انتقال است. در واقع فرآیند انتقال، توزیع عبارت سمت راست مساوی را در رابطه نگاشت سبد دارایی تعیین می‌کند.

از آن جا که I_1 دارای توزیع نرمال است، هر ترکیب خطی از آن دارای توزیع نرمال است. این بدان معنی است که عبارت $\alpha + \beta I_1$ دارای توزیع نرمال است بنابراین، بردار

بازده سهام (r_1) نیز دارای توزیع چندمتغیره نرمال^۱ است. از طرف دیگر، S_1 تابعی نمایی از این بازده‌های نرمال است و بنابراین دارای توزیع چندمتغیره لاگ نرمال^۲ خواهد بود. از آنجا که حاصل ضرب هر عدد ثابتی در متغیر تصادفی لاگ نرمال، خود لاگ نرمال است، نتیجه می‌گیریم که P_1 دارای توزیع لاگ نرمال است و مقادیر ثابت مربوط به موجودی‌ها و قیمت‌های اوراق بهادار در زمان صفر، باعث انحراف از این نتیجه نخواهد شد.

بنابراین، به سادگی به این نتیجه می‌رسیم که توزیع P_1 مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان صفر، لاگ نرمال است. اما، این تمام داستان نیست. ما تنها می‌دانیم که ارزش آتی سبد دارایی دارای چه توزیعی است، اما برای ترسیم این توزیع به مشخصات آن نیز نیازمندیم. به عبارتی ساده‌تر، باید بتوانیم برآوردی از پارامترهای توزیع ارزش سبد ارایه دهیم. توزیع لاگ نرمال مانند نرمال با دو پارامتر میانگین و واریانس به‌طور کامل مشخص می‌شود. هم‌اکنون به برآورد پارامترهای آن می‌پردازیم، اما قبل از آن، بررسی اجمالی توزیع لاگ نرمال ضروری به نظر می‌رسد. ادامه شرح مثال (۱-۲) را به بعد از بررسی این توزیع موکول می‌کنیم.

اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع لاگ نرمال باشد، لگاریتم طبیعی آن دارای توزیع نرمال است. متغیر لاگ نرمال را می‌توان با میانگین (m) و واریانس (s^2) مشخص نمود. هم‌چنین، می‌توانیم آن را با میانگین (μ) و واریانس (σ^2) توزیع نرمال مشخص کنیم. ما توزیع لاگ نرمال را به صورت $\Lambda(m, s^2)$ نمایش می‌دهیم، اما ارایه تابع چگالی آن را بر اساس μ و σ^2 بسیار راحت‌تر است:

$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x) - \mu}{\sigma}\right)^2\right)}{\sigma} & \text{if } x \geq 0 \end{cases} \quad (10-2)$$

رابطه میانگین و انحراف معیار توزیع لاگ نرمال بر اساس پارامترهای توزیع نرمال عبارت است از:

-
1. multivariate normal distribution
 2. multivariate lognormal distribution

$$m = \exp((2\mu + \sigma^2) / 2)^{(11-2)}$$

$$s = \sqrt{\exp(2\mu + 2\sigma^2) - \exp(2\mu + \sigma^2)}^{(12-2)}$$

و نیز می‌توانیم μ و σ را بر اساس پارامترهای توزیع لاگ‌نرمال استخراج کنیم:

$$\mu = \ln\left(\frac{m^2}{s^2}\right)^{(13-2)}$$

$$\sigma = \sqrt{\ln[(s/m)^2 + 1]}^{(14-2)}$$

اکنون به مثال خود بازمی‌گردیم. کمی پیش‌تر به این نتیجه رسیدیم که بردار بازده دارایی دارای توزیع چندمتغیره نرمال است. هم‌چنین به‌خاطر داریم که از مدل تک شاخصی برای تشریح بازده اوراق بهادار استفاده کردیم. اکنون که پارامترهای تخمینی را در اختیار داریم، اقدام به محاسبه بازده موردانتظار هر کدام از اعضای بردار بازده دارایی می‌کنیم:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \beta_1 I_1 \\ \alpha_2 + \beta_2 I_2 \\ \alpha_3 + \beta_3 I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.02 + 1.4 \times 0.01 \\ -0.01 + 1.1 \times 0.01 \\ 0.03 + 0.8 \times 0.01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.034 \\ 0.001 \\ 0.038 \end{pmatrix}$$

محاسبه واریانس بردار بازده دارایی، مستلزم برآورد ماتریس واریانس-کوواریانس بازده دارایی‌ها در زمان یک است. برآورد این ماتریس برای مدل تک شاخصی نسبتاً ساده است. در واقع، برای این کار دانستن بتای هر دارایی و واریانس شاخص سهام کفایت می‌کند. دقت داشته باشید که با افزایش پیچیدگی سبد دارایی و به موازات آن افزایش پیچیدگی تابع ارزش سبد دارایی، اجرای فرآیند انتقال مشکل‌تر و مستلزم استفاده از فنون پیشرفته آماری است. البته، برای سبد ساده این مثال، طی این فرآیند با پیچیدگی همراه نیست.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \beta_1^2 \sigma_{I_1}^2 & \beta_1 \beta_2 \sigma_{I_1}^2 & \beta_1 \beta_3 \sigma_{I_1}^2 \\ \beta_2 \beta_1 \sigma_{I_1}^2 & \beta_2^2 \sigma_{I_1}^2 & \beta_2 \beta_3 \sigma_{I_1}^2 \\ \beta_3 \beta_1 \sigma_{I_1}^2 & \beta_3 \beta_2 \sigma_{I_1}^2 & \beta_3^2 \sigma_{I_1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0098 & 0.0077 & 0.0056 \\ 0.0077 & 0.00605 & 0.0044 \\ 0.0056 & 0.0044 & 0.0032 \end{pmatrix}$$

که $\sigma_{I_1}^2$ واریانس بازده شاخص سهام در زمان یک است.

بدین ترتیب، تاکنون بازده موردانتظار اعضای بردار بازده دارایی و نیز ماتریس واریانس-کوواریانس این بردار برآورد شد. اما، برای دستیابی به توزیع ارزش سبد دارایی، باید پارامترهای بردار بازده نمایی دارایی را برآورد کنیم. در صورتی که بازدهها نرمال باشد، توزیع نمایی آنها بر پایه عدد نپر دارای توزیع لاگ نرمال خواهد بود. اکنون با استفاده از روابط (۱۱-۲) و (۱۲-۲)، معادل لاگ نرمال پارامترهای تخمینی نرمال را به دست می‌آوریم:

$$\hat{m}_1 = E(\exp(r_{1,1})) = \exp\left[\left(\frac{2 \times 0.034 + 0.0098}{2}\right)\right] = 1.039666$$

$$\hat{m}_2 = E(\exp(r_{2,1})) = \exp\left[\left(\frac{2 \times 0.001 + 0.00605}{2}\right)\right] = 1.004033$$

$$\hat{m}_3 = E(\exp(r_{3,1})) = \exp\left[\left(\frac{2 \times 0.038 + 0.0032}{2}\right)\right] = 1.040394$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(\exp(\mathbf{r}_1)) = \begin{pmatrix} \exp(r_{1,1}) \\ \exp(r_{2,1}) \\ \exp(r_{3,1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.039666 \\ 1.004033 \\ 1.040394 \end{pmatrix}$$

ماتریس واریانس-کوواریانس این بردار عبارت است از:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.010645 & 0.008354 & 0.006522 \\ 0.008354 & 0.006117 & 0.004788 \\ 0.006522 & 0.004788 & 0.003469 \end{pmatrix}$$

به‌عنوان مثال، نحوه محاسبه درایه سطر اول و ستون اول این ماتریس را نشان

می‌دهیم:

$$s_{1,1}^2 = \exp[2 \times 0.034 + 2 \times 0.0098] - \exp[2 \times 0.0034 + 0.0098] = 0.010645$$

برای محاسبه کوواریانس‌های این ماتریس نیز به‌طرز مشابهی عمل می‌کنیم با این تفاوت که به‌جای میانگین، مجموع میانگین‌های متناظر در توزیع نرمال و به‌جای واریانس،

کوواریانس متناظر را قرار می‌دهیم. به‌عنوان مثال برای کوواریانس درایه سطر اول و ستون دوم داریم:

$$s_{1,2}^2 = \exp[2 \times (0.034 + 0.001) + 2 \times 0.0077]$$

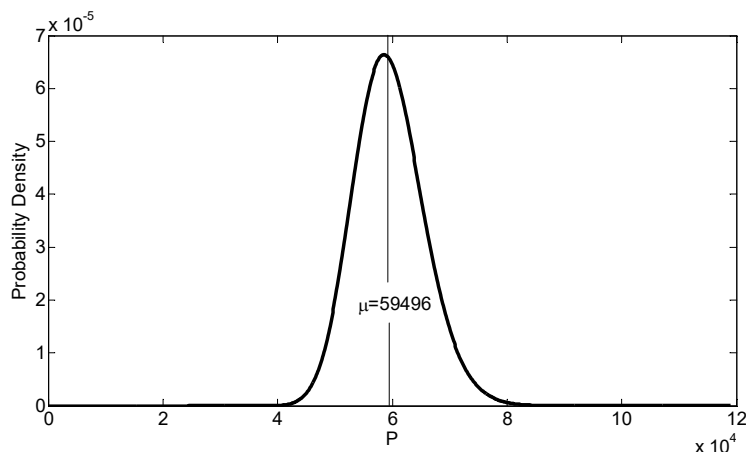
تاکنون نتیجه کارمان شامل برآورد بازده موردانتظار اعضای بردار بازده نمای دارایی و ماتریس واریانس-کوواریانس این بردار است. اما، هنوز یک قدم با پارامترهای تخمینی توزیع ارزش سبد دارایی فاصله داریم. بار دیگر به رابطه نهایی نگاشت سبد دارایی نگاه کنید. بدیهی است نگاشت سبد دارایی با یک بردار سطری از اعداد ثابت کامل می‌شود و هنوز این بردار را در برآورد پارامترها وارد نکرده‌ایم. با احتساب این بردار خواهیم داشت:

$$\hat{m} = E(P_1) = \begin{pmatrix} 25000 & 80000 & -45000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.039666 \\ 1.004033 \\ 1.040394 \end{pmatrix} = 59496$$

و سپس واریانس ارزش سبد را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \hat{s}^2 &= \begin{pmatrix} 25000 & 80000 & -45000 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} 0.010645 & 0.008354 & 0.006522 \\ 0.008354 & 0.006117 & 0.004788 \\ 0.006522 & 0.004788 & 0.003469 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 25000 \\ 80000 \\ -45000 \end{pmatrix} \\ &= 37095670 \end{aligned}$$

با برآورد واریانس، مشخصات توزیع ارزش سبد دارایی کامل می‌شود و فرآیند انتقال پایان می‌پذیرد. توجه کنید که از روی مشخصات توزیع بازده نرمال، به مشخصات توزیع لاگ‌نرمال دست یافتیم. به‌عبارتی دیگر از طریق برآورد پارامترهای توزیع r_1 به پارامترهای تخمینی توزیع $\exp(r_1)$ و سرانجام به پارامترهای تخمینی توزیع p رسیدیم. حالا تصویر کاملی از توزیع ارزش سبد دارایی در اختیار داریم. ارزش سبد برای دوره آتی و مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان صفر، دارای توزیع لاگ‌نرمال با ارزش موردانتظار ۵۹۴۹۶ و واریانس ۳۷۰۹۵۶۷۰ است. این توزیع در نمودار صفحه بعد ارائه شده است.



نمودار (۲-۶): توزیع لاگ‌نرمال با میانگین ۵۹۴۹۶ و واریانس ۳۷۰۹۵۶۷۰

با تکمیل فرآیند انتقال، به سراغ گام آخر یعنی برآورد مقدار Var می‌رویم. برای تخمین Var ، ارزش بحرانی سبد دارایی را برای توزیع ارزش لاگ‌نرمال محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم که ارزش بحرانی با صدک آلفای توزیع ارزش سبد دارایی برابر است. یعنی:

$$P^C = q_P(\alpha) \quad (15-2)$$

که $q_P(\alpha)$ صدک آلفای توزیع ارزش است. این صدک نیز از طریق معکوس تابع توزیع تجمعی ارزش سبد دارایی برای احتمال α به دست می‌آید:

$$q_P(\alpha) = F_{-1}^{-1}(\alpha) \quad (16-2)$$

برای تعیین ارزش بحرانی سبد دارایی در توزیع لاگ‌نرمال ابتدا پارامترهای توزیع نرمال را از روی پارامترهای توزیع لاگ‌نرمال به دست می‌آوریم:

$$\mu = \ln\left(\frac{59496^2}{\sqrt{37095670 + 59496^2}}\right) = 10.98846126$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(\left(\frac{6120}{59496}\right)^2 + 1\right)} = 0.102102626$$

سپس، بر اساس این پارامترها ارزش بحرانی سبد را محاسبه می‌کنیم:

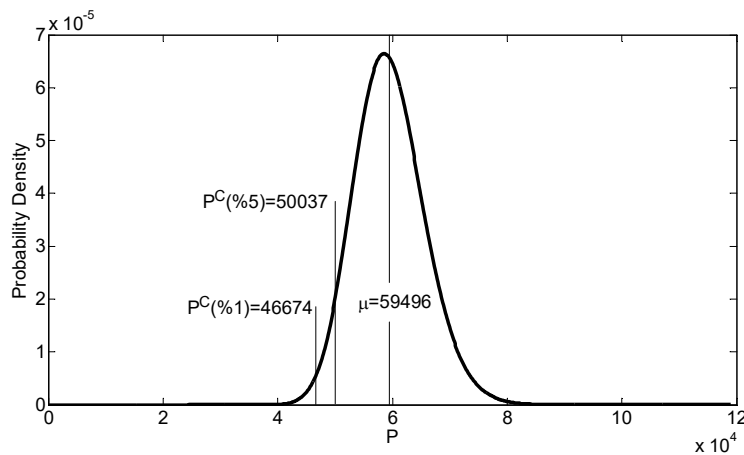
$$\begin{aligned} \Pr \{X \leq P^C\} &= \alpha \\ \Pr \{\ln(X) \leq \ln(P^C)\} &= \alpha \\ \Pr \left\{ Z \leq \frac{\ln(P^C) - \mu}{\sigma} \right\} &= \alpha \\ \Rightarrow P^C &= \exp(\mu + z_{\alpha} \sigma) \quad (۱۷-۲) \end{aligned}$$

که z_{α} معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ ارزش بحرانی برابر است با:

$$\alpha = 5\% \rightarrow P^C = \exp(10.98846126 - 1.645 \times 0.102102626) = 50037$$

$$\alpha = 1\% \rightarrow P^C = \exp(10.98846126 - 2.326 \times 0.102102626) = 46674$$

در نمودار زیر، مقادیر ارزش‌های بحرانی را در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ بر روی توزیع لاگ‌نرمال نشان داده‌ایم.



نمودار (۱۷-۲): ارزش‌های بحرانی برای توزیع لاگ‌نرمال با میانگین ۵۹۴۹۶ و واریانس ۳۷۰۹۵۶۷۰

همان‌گونه که از شکل مشخص است، در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪، ارزش سبد دارایی برای دوره آینده به ترتیب کمتر از ۵۰'۰۳۷ و ۴۶'۶۷۴ تومان نخواهد شد.

در نهایت ارزش در معرض ریسک سبد دارایی در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ برابر است با:

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow VaR = p_0 - P^C = 60000 - 50037 = 9963$$

$$1 - \alpha = 0.99 \rightarrow VaR = p_0 - P^C = 60000 - 46674 = 13326$$

در این جا مثالی ساده از نحوه پیاده سازی فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک ارائه شد. بدیهی است بسته به ویژگی‌های دارایی‌های موجود در سبد باید عوامل ریسک دیگری را نیز وارد محاسبات کنیم. برای مثال زمانی که سبد شامل ارز و یا اوراق بهادار دیگر کشورهاست، نرخ ارز به عنوان یک عامل ریسک، تشریح کننده تلاطم‌های این بخش از دارایی‌هاست و بنابراین در نگاشت دارایی‌های ارزی باید لحاظ گردد؛ زمانی که سبد شامل اوراق قرضه بلندمدت است، نرخ بهره جهت انعکاس ریسک نوسان نرخ بهره باید مورد ملاحظه قرار گیرد و زمانی که سبد دارایی شامل قراردادهای و پیمان‌های آتی است، قیمت کالاهای تعهد شده باید به عنوان عامل ریسک در نظر گرفته شود.

داده‌ها

تا کنون، آنچه که مبنای محاسبه ارزش در معرض ریسک قرار گرفت، توزیع احتمال ارزش سبد دارایی بوده است. در واقع در فرآیندی که شرح آن بیان شد، تابع نگاشت سبد دارایی را برای تشریح نحوه شکل‌گیری قیمت‌های سبد ارائه نمودیم. در عمل، می‌توان تابع نگاشت را برای داده‌های سود/زیان یا داده‌های زیان/سود و یا داده‌های مربوط به بازده سبد دارایی تشکیل داد. در بسیاری از موارد کار کردن با این داده‌ها ساده‌تر از داده‌های مربوط به ارزش سبد دارایی است، چراکه اغلب نظریه‌های مالی به دنبال تشریح نحوه شکل‌گیری بازده اوراق بهادار است و گاهی اوقات نیز به تشریح سود و زیان آتی سبد دارایی می‌پردازد. در این جا، به نحوه استخراج این گونه داده‌ها از روی داده‌های تاریخی پرداخته می‌شود. سپس، نحوه محاسبه Var بر اساس این داده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

داده‌های سود/زیان^۱

داده‌های موجود برای اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل ریسک بازار، ممکن است اشکال مختلفی داشته باشد. شاید ساده‌ترین شکل آرایه داده‌ها بر اساس سود/زیان باشد. ما سود/زیان حاصل از یک دارایی یا یک سبد دارایی در دوره t را با ارزش دارایی یا سبد دارایی در پایان دوره t به علاوه پرداخت‌های میان‌دوره‌ای (D_t) منهای ارزش دارایی در پایان دوره $t-1$ تعریف می‌کنیم. یعنی:

$$P/L_t = P_t + D_t - P_{t-1} \quad (18-2)$$

اگر داده‌ها به شکل P/L باشد، مقادیر مثبت نشانگر سود و مقادیر منفی گویای زیان است. اگر بخواهیم دقیق رفتار کنیم، باید هر پرداخت میان‌دوره‌ای را در زمان خودش مورد ملاحظه قرار دهیم و بدین ترتیب ارزش زمانی پول را به حساب آوریم. بنابراین، رابطه (18-2) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{present value}(P/L_t) = \frac{P_t + D_t}{1+r} - P_{t-1} \quad (19-2)$$

که r نرخ تنزیل است. به منظور حفظ سادگی، در رابطه فوق فرض بر این است که زمان پرداخت‌های میان‌دوره‌ای در پایان دوره t می‌باشد. تفاوت این دو رابطه به نرخ تنزیل بستگی دارد و در صورت کوتاه‌بودن دوره‌ها، کوچک خواهد بود.

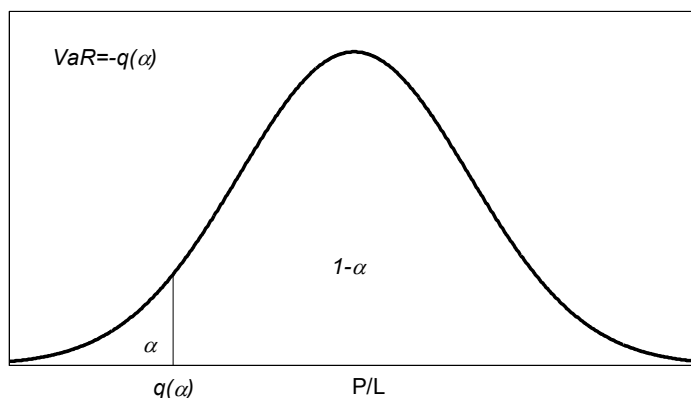
برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال سود/زیان

پس از این که فرآیند محاسبه VaR را برای تابع نگاشت سود/زیان سبد دارایی طی کردیم، توزیع احتمال سود/زیان سبد به دست می‌آید. حال، کافی است صدک آلفای این توزیع را محاسبه کنیم. این مقدار برابر ارزش در معرض ریسک سبد دارایی است. با فرض این که داده‌های P/L دارای توزیع نرمال است، VaR در سطح اطمینان $1 - \alpha$ عبارت است از:

1. profit/loss (P/L)

$$VaR = -\mu_{P/L} + \sigma_{P/L} z_{\alpha} \quad (2-2)$$

که $\mu_{P/L}$ و $\sigma_{P/L}$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار توزیع سود/زیان سبب دارایی است و z_{α} برابر با معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. در نمودار زیر ارزش در معرض ریسک برای داده‌های سود/زیان نرمال ارایه شده است.



نمودار (۲-۸): توزیع سود/زیان نرمال و ارزش در معرض ریسک

مثال (۲-۲): محاسبه VaR برای توزیع نرمال P/L

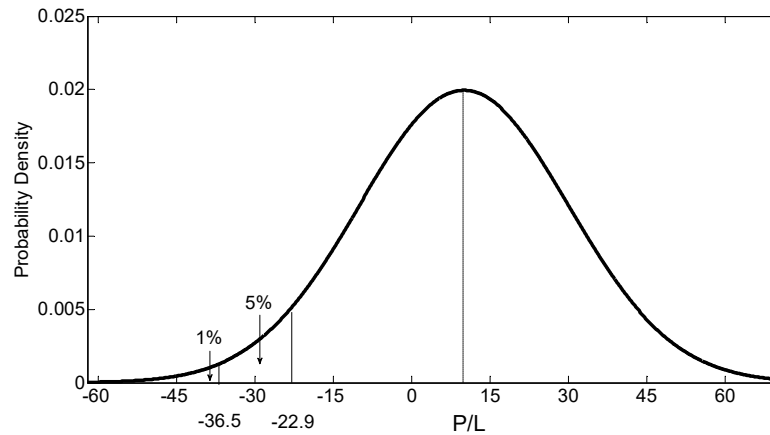
فرض کنید توزیع سود/زیان یک سبب دارایی طی یک دوره، نرمال با میانگین ۱۰ و انحراف معیار ۲۰ می‌باشد. بر اساس رابطه (۲-۲) ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با:

$$VaR = -10 + 20 \times 1.645 = 22.9$$

و در سطح اطمینان ۹۹٪ برابر است با:

$$VaR = -10 + 20 \times 2.326 = 36.5$$

در نمودار صفحه بعد، ارزش در معرض ریسک در این سطوح اطمینان ارایه شده است.



نمودار (۲-۹): ارزش درمعرض ریسک برای توزیع سود/زیان نرمال

داده‌های زیان/سود^۱

داده‌های L/P را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$L / P_t = -P / L_t \quad (۲۱-۲)$$

مقادیر مثبت این مشاهدات بیان‌گر زیان و مقادیر منفی گویای سود است. گاهی اوقات کار کردن با این گونه داده‌ها برای اهداف اندازه‌گیری ریسک اندکی ساده‌تر است، چراکه برخی سنج‌های ریسک بر اساس زیان بیان می‌شود.

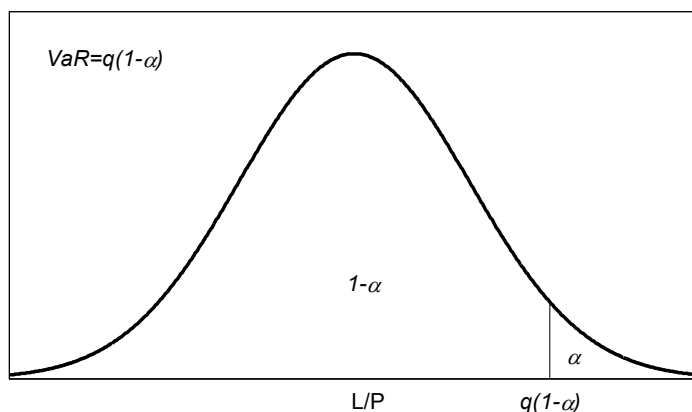
برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال زیان/سود

با در دست داشتن توزیع احتمال L/P ، کافی است صدک بحرانی را محاسبه نماییم. با فرض این که داده‌های L/P دارای توزیع نرمال است، VaR در سطح اطمینان $1 - \alpha$ بر اساس رابطه (۲۲-۲) محاسبه می‌شود:

$$VaR = \mu_{L/P} + \sigma_{L/P} z_{\alpha} \quad (۲۲-۲)$$

در نمودار زیر ارزش درمعرض ریسک برای داده‌های زیان/سود نرمال ارایه شده است.

1. loss/profit (L/P)



نمودار (۱۰-۲): توزیع زیان/سود نرمال و ارزش در معرض ریسک

برای داده‌های زیان/سود، زیان‌ها در سمت راست توزیع قرار دارد. بنابراین، صدک متناظر با VaR نیز در سمت راست قرار می‌گیرد، اما چون همیشه ارزش در معرض ریسک با اعداد مثبت بیان می‌شود، لازم نیست مقدار حاصل از این صدک در یک منفی ضرب شود.

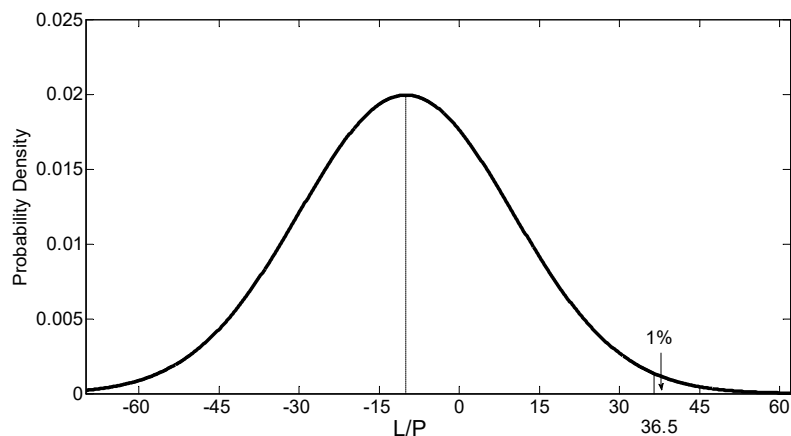
مثال (۳-۲): محاسبه VaR برای توزیع نرمال L/P

فرض کنید زیان/سود یک سبد دارایی طی دوره آتی دارای توزیع نرمال با میانگین -10 و انحراف معیار 20 می‌باشد.

بر اساس رابطه (۲۲-۲) ارزش در معرض ریسک نرمال در سطح اطمینان 99% برابر است با:

$$VaR = -10 + 20 \times 2.326 = 36.5$$

ارزش در معرض ریسک محاسبه شده در مثال فوق در نمودار (۱۱-۲) ارایه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، ارزش در معرض ریسک در سمت راست توزیع نرمال واقع شده است.



نمودار (۱۱-۲): محاسبه ارزش در معرض ریسک برای توزیع زیان/سود نرمال

داده‌های مبتنی بر بازده حسابی^۱

داده‌ها ممکن است به شکل بازده حسابی یا ساده^۲ باشد. بازده حسابی طی دوره t به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (۲۳-۲)$$

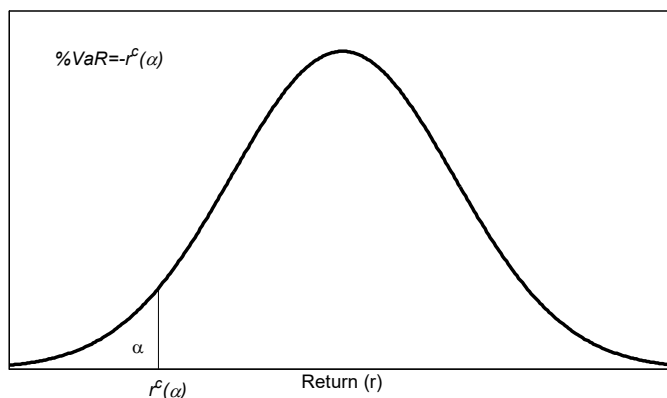
که حاصل تقسیم سود/زیان حاصل در طی دوره t بر ارزش دارایی در پایان دوره $t-1$ است.

در محاسبه بازده حسابی به سادگی فرض می‌کنیم که پرداخت‌های میان دوره‌ای به خودی خود هیچ بازدهی ایجاد نمی‌کند. بدیهی است این فرض برای دوره‌های بلندمدت چندان مناسب نیست، چراکه جریان‌های نقد میان دوره‌ای اغلب مشمول سرمایه‌گذاری مجدد می‌شود. بنابراین، نباید از بازده حسابی برای افق‌های زمانی بلندمدت استفاده کنیم.

-
1. arithmetic return
 2. simple return

برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال بازده حسابی

ارزش در معرض ریسک را می‌توان بر اساس درصدی از ارزش سبد دارایی تعریف کرد که در معرض کاهش ارزش قرار دارد. به این VaR، ارزش در معرض ریسک درصدی می‌گوییم و آن را با %VaR نمایش می‌دهیم. به نمودار زیر توجه کنید.



نمودار (۲-۱۲): بازده حسابی نرمال و ارزش در معرض ریسک

در این نمودار %VaR در سطح اطمینان $1 - \alpha$ با فرض نرمال بودن توزیع بازده حسابی ارایه شده است. بدیهی است که طبق تعریف، %VaR برابر صدک آلفای توزیع بازده سبد دارایی با علامت منفی می‌باشد:

$$\%VaR = -r^c(\alpha) = -q_r(\alpha) = -F_r^{-1}(\alpha) \quad (2-24)$$

که $r^c(\alpha)$ بازده بحرانی سبد دارایی، صدک آلفای بازده سبد و $F_r^{-1}(\alpha)$ معکوس تابع توزیع تجمعی بازده سبد است. بدیهی است که تمامی این علائم معانی یکسانی دارد.

با داشتن ارزش در معرض ریسک درصدی، محاسبه VaR کار ساده‌ای است. برای این کار، کافی است ارزش سبد دارایی در دوره جاری (زمان صفر) را در %VaR ضرب کنیم:

$$VaR = p_0 \times \%VaR \quad (2-25)$$

با فرض این که بازده سبد دارایی به صورت نرمال توزیع شده است، می‌توان نوشت:

$$\%VaR = -(\mu_r - \sigma_r z_\alpha)^{(26-2)}$$

که μ_r و σ_r به ترتیب میانگین و انحراف معیار بازده حسابی سبد دارایی و z_α نیز معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. بدین ترتیب VaR از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$VaR = p_0 \times \%VaR = -p_0(\mu_r - \sigma_r z_\alpha)^{(27-2)}$$

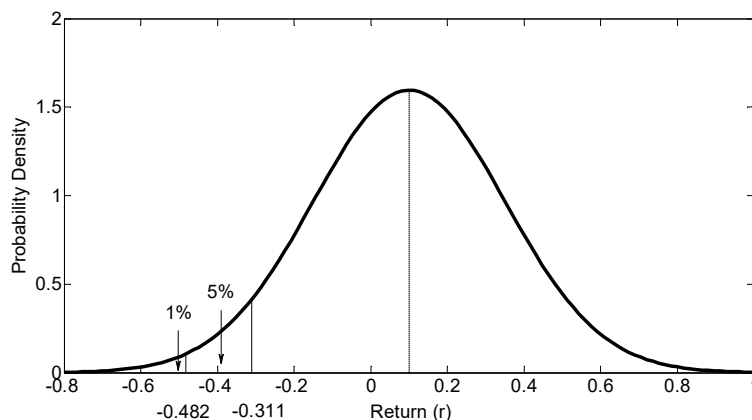
مثال (۴-۲): برآورد VaR بر اساس بازده‌های حسابی نرمال فرض کنید بازده حسابی طی دوره نگهداری (دوره پیش‌بینی) سبد دارایی، دارای توزیع نرمال با میانگین ۰/۱ و انحراف معیار ۰/۲۵ است و قیمت جاری سبد دارایی ۱۰۰ میلیون تومان می‌باشد. $\%VaR$ در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با:

$$\%VaR = -0.1 + 0.25 \times 1.645 = 0.311$$

و در سطح اطمینان ۹۹٪ خواهیم داشت:

$$\%VaR = -0.1 + 0.25 \times 2.326 = 0.482$$

نمودار زیر، $\%VaR$ را برای این سطوح اطمینان به نمایش می‌گذارد.



نمودار (۲-۱۳): برآورد ارزش در معرض ریسک بر اساس بازده حسابی نرمال

این اعداد بدین معنی است که در سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ به ترتیب ۱/۳۱٪ و ۲/۴۸٪ از ارزش جاری سبد دارایی در معرض ریسک است. بنابراین، VaR در این دو سطح اطمینان برابر است با:

$$VaR = 100 \times 0.331 = 33.1$$

$$VaR = 100 \times 0.482 = 48.2$$

داده‌های مبتنی بر بازده هندسی^۱

بازده ممکن است به شکل هندسی یا مرکب باشد که بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود:

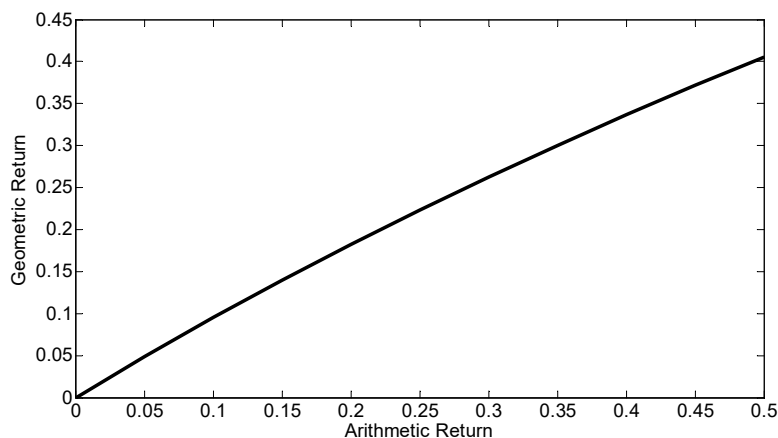
$$R_t = \ln \left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} \right) \quad (28-2)$$

البته، این رابطه به نوع خاصی از بازده هندسی یا مرکب، یعنی بازده مرکب مستمر^۲ مربوط می‌شود. در این کتاب هر جا از بازده هندسی نام می‌بریم، منظورمان این نوع بازده است که به آن بازده لگاریتمی^۳ نیز می‌گویند. بازده هندسی به طور ضمنی فرض را بر این می‌گیرد که پرداخت‌های میان‌دوره‌ای به طور مستمر مجدداً سرمایه‌گذاری می‌شود. بازده هندسی نسبت به بازده حسابی اغلب به لحاظ اقتصادی بار معنایی بیشتری دارد، چراکه بدون توجه به اندازه بازده‌های منفی، ضامن منفی نشدن قیمت دارایی یا سبد دارایی است. به عبارتی دیگر، در بازده‌های حسابی، یک بازده بسیار پایین یا یک زیان بسیار بزرگ ممکن است به منفی شدن قیمت دارایی منجر شود که به ندرت حاوی مفهوم اقتصادی است. استفاده از بازده هندسی ساده‌تر است. به عنوان مثال، اگر با چند دوره سروکار داریم، بازده هندسی این دوره‌ها برابر است با مجموع بازده‌های یک دوره‌ای. بازده حسابی از این ویژگی برخوردار نیست. رابطه بین این دو نوع بازده را می‌توان با بازنویسی رابطه (۲۸-۲) مورد بررسی قرار داد:

-
1. geometric return
 2. continuous compound return
 3. logarithmic return

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t) = r_t - \frac{1}{2}r_t^2 + \frac{1}{6}r_t^3 - \dots \quad (2-29)$$

در این رابطه، از بسط سری تیلور^۱ برای لگاریتم طبیعی استفاده کرده‌ایم. اگر بازده‌ها کوچک باشد، بازده هندسی تقریباً برابر بازده حسابی خواهد بود. این نتیجه‌گیری در نمودار (۲-۱۴) ارایه شده است. در این نمودار بازده هندسی (R) در مقابل بازده حسابی (r) ترسیم شده است. وقتی هر دو بازده کوچک است، تفاوت بین آن‌ها قابل اغماض است، اما با بزرگ‌تر شدن بازده‌ها، همان‌گونه که انتظار داریم، این اختلاف افزایش می‌یابد، چراکه بازده هندسی تابعی لگاریتمی از بازده حسابی است. از آنجا که انتظار داریم بازده‌ها در دوره‌های کوتاه‌مدت، کوچک و در دوره‌های بلندمدت، بزرگ‌تر باشد، اختلاف بین این دو نوع بازده در دوره‌های کوتاه‌مدت قابل چشم‌پوشی است، اما به‌طور بالقوه در دوره‌های طولانی‌تر قابل ملاحظه است. از آنجا که بازده هندسی درآمد میان دوره‌ای را به حساب می‌آورد، بهتر است برای بازده‌های مربوط به دوره‌های طولانی‌تر، از این بازده استفاده کنیم.



نمودار (۲-۱۴): رابطه بین بازده هندسی و حسابی

مثال (۲-۵): بازده هندسی و حسابی

اگر بازده حسابی طی یک دوره ۵٪ باشد. بازده هندسی برابر است با:

$$R_t = \ln(1 + r_t) = \ln(1.05) = 0.0488$$

1. Taylor's series expansion

اگر بازده هندسی ۵٪ باشد، بازده حسابی برابر است با:

$$r_t = \exp(R_t) - 1 = \exp(0.05) - 1 = 0.0513$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید در هر دو مورد، بازده حسابی نزدیک به بازده هندسی و اندکی بالاتر است. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که بازده هندسی با نرخ سریع‌تری رشد می‌کند.

برآورد VaR بر اساس توزیع احتمال بازده هندسی

مطابق رابطه (۲-۲۴)، در این جا نیز %VaR را از طریق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\%VaR = -R^C(\alpha) = -q_R(\alpha) = -F_R^{-1}(\alpha) \quad (30-2)$$

که $R^C(\alpha)$ بازده هندسی بحرانی در سطح خطای α است. با فرض این که بازده هندسی دارای توزیع نرمال است، خواهیم داشت:

$$\%VaR = -(\mu_R - \sigma_R z_\alpha) \quad (31-2)$$

که μ_R و σ_R به ترتیب میانگین و انحراف معیار بازده هندسی سبد دارایی است و z_α نیز معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. برای محاسبه VaR، ابتدا ارزش بحرانی سبد دارایی را محاسبه می‌کنیم:

$$R^C = \ln(P^C / p_0) \quad (32-2)$$

$$\exp(R^C) = P^C / p_0$$

با جای گذاری ارزش بحرانی در رابطه (۲-۳۲) خواهیم داشت:

$$VaR = p_0(1 - \exp(R^C)) \quad (33-2)$$

در نهایت ارزش در معرض ریسک عبارت است از:

$$VaR = p_0[1 - \exp(\mu_R - \sigma_R z_\alpha)] \quad (34-2)$$

توجه داشته باشید اگر بازده هندسی دارای توزیع نرمال باشد، قیمت از توزیع لاگ نرمال تبعیت می‌کند. یعنی، وقتی $\%VaR$ را برای بازده‌های هندسی نرمال برآورد می‌کنیم، VaR بر اساس صدک مورد نظر بر روی توزیع ارزش (قیمت) لاگ نرمال به دست می‌آید. به همین دلیل به این VaR ، ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال^۱ می‌گویند. بنابراین، وقتی بازده هندسی دارای توزیع نرمال است، الزاماً باید ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال را محاسبه کنیم.

مثال (۲-۶): ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال

بازده هندسی طی دوره نگهداری آتی دارای توزیع نرمال با میانگین 0.05 و انحراف معیار 0.2 است و قیمت جاری سبد دارایی نیز 100 میلیون تومان می‌باشد. $\%VaR$ در سطح اطمینان 95% برابر است با:

$$\%VaR = -0.05 + 0.2 \times 1.645 = 0.279$$

و در سطح اطمینان 99% خواهیم داشت:

$$\%VaR = -0.05 + 0.2 \times 2.326 = 0.415$$

VaR در این دو سطح اطمینان برابر است با:

$$1 - \alpha = 95\% \rightarrow VaR = 100(1 - \exp(0.05 - 0.2 \times 1.645)) = 24$$

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow VaR = 100(1 - \exp(0.05 - 0.2 \times 2.326)) = 34$$

1. lognormal VaR

مثال (۲-۷): ارزش در معرض ریسک نرمال در مقابل لاگ نرمال فرض کنید میانگین و انحراف معیار بازده روزانه به ترتیب 0.0004 و 0.0253 بوده و دارای توزیع نرمال است. اگر ارزش جاری سبد 100 میلیون تومان باشد، ارزش در معرض ریسک نرمال در سطح اطمینان 95% برای دوره نگهداری یک‌روزه برابر است با:

$$VaR = -100(0.0004 - 0.0253 \times 1.645) = 4.12$$

و ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال 95% برای دوره نگهداری یک‌روزه برابر است با:

$$VaR = 100[1 - \exp(0.004 - 0.0253 \times 1.645)] = 4.04$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید این دو مقدار بسیار به هم نزدیک است و این حالت زمانی رخ می‌دهد که دوره‌های نگهداری کوتاه باشد.

نگاشت بازده سبد دارایی

کار کردن با توزیع بازده دارایی‌ها نسبت به توزیع ارزش آن‌ها برای بسیاری از فعالان ریسک از قابلیت درک بیشتری برخوردار است، چراکه در اغلب متون برای اندازه‌گیری ریسک از داده‌های بازده استفاده می‌شود. به علاوه، بسیاری از نظریه‌های مالی بر مبنای بازده قیمت‌ها شکل گرفته است. بنابراین، به جای استفاده از داده‌های قیمت اوراق بهادار از داده‌های بازده آن‌ها برای محاسبه سنج‌های ریسک استفاده می‌کنیم. بر این اساس، رابطه نگاشت سبد دارایی را که بر حسب قیمت اوراق بهادار بیان گردید، بر حسب بازده اوراق بهادار بازنویسی می‌کنیم:

$$P_1 = \omega S_1 = p_0(1 + \mathbf{w}r_1) \quad (35-2)$$

و اگر بخواهیم ارزش سبد دارایی را بر اساس بازده مستمر حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$P_1 = p_0 \exp(\mathbf{w}r_1) \quad (36-2)$$

که p_0 ارزش سبد دارایی در زمان صفر، \mathbf{w} بردار سطری وزن دارایی‌های سبد و r_1 بردار بازده دارایی در زمان یک است. بنابراین، در دو رابطه فوق به جای استفاده از بردار

موجودی‌های سبد دارایی و بردار دارایی، نگاشت را بر اساس بردار وزن موجودی‌های سبد و بردار بازده دارایی ارایه نموده‌ایم. بدیهی است حاصل ضرب دو بردار اخیر، بازده سبد دارایی در زمان یک است. یعنی:

$$r_{n,1} = \mathbf{w} \mathbf{r}_1 \quad (۳۷-۲)$$

بنابراین، از این به بعد به جای این که ارزش سبد دارایی را به صورت تابعی از بردار دارایی در نظر بگیریم، بازده سبد دارایی را به صورت تابعی از بردار بازده دارایی می‌نویسیم و در انتها، بازده سبد را به ارزش آن تبدیل می‌کنیم.

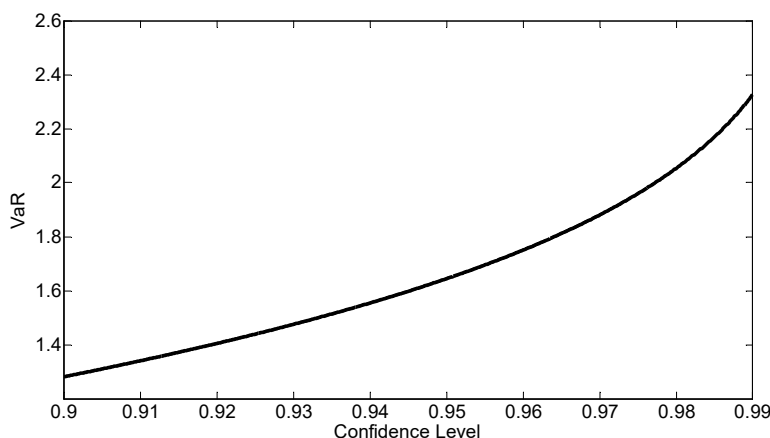
توجه داشته باشید که در فصل‌های بعدی، بیشتر روابط و محاسبات بر مبنای بازده دارایی‌ها طراحی شده است، نه بر مبنای ارزش دارایی‌ها و یا سود و زیان حاصل از آن‌ها. بنابراین، تبدیل نگاشت ارزش سبد دارایی به نگاشت بازده سبد دارایی ضروری به نظر می‌رسد.

سطح اطمینان و افق زمانی

استفاده از Var مستلزم انتخاب اختیاری دو پارامتر است. این دو پارامتر، سطح اطمینان و افق زمانی (دوره نگهداری) است. اما، چگونه می‌توانیم این پارامترها را تعیین کنیم؟ تعیین سطح اطمینان به اهداف ما بستگی دارد. مثلاً، اگر از Var برای تعیین الزامات سرمایه کل مؤسسه استفاده می‌کنیم، سطوح اطمینان بالا مناسب‌تر است، اما برای پس‌آزمایی، اغلب از سطوح اطمینان پایین‌تر استفاده می‌کنیم تا به یک نسبت منطقی از تخطی‌ها دست یابیم. در فصل آخر کتاب در مورد پس‌آزمایی و روش‌های آن به طور مفصل به بحث خواهیم پرداخت. برای تعیین حدود ریسک^۱، معمولاً سطوح اطمینان را در بازه ۹۵٪ تا ۹۹٪ تعیین می‌کنیم، چراکه این سطوح اطمینان، تعداد کمی تخطی ایجاد می‌کند و در نتیجه، سرمایه‌گذاران را به جدی تلقی کردن حدود وادار می‌کند. وقتی از Var برای اهداف گزارش‌دهی و یا مقایسه استفاده می‌کنیم، احتمالاً سطح اطمینان را طوری تعیین می‌کنیم که قابل‌قیاس با دیگر مؤسسات باشد. در این مورد هم سطوح اطمینان را در طیفی از ۹۵٪

1. risk limits

تا ۹۹٪ انتخاب می‌کنیم. در نهایت، برای مدیریت ریسک داخلی، سطح اطمینان مورد استفاده برای کنترل ریسک حدود ۹۵٪ است. نمودار زیر چگونگی تغییر VaR در مقابل تغییر سطح اطمینان را به نمایش می‌گذارد. این نمودار برای یک دارایی فرضی به ارزش جاری ۱۰۰ تومان و توزیع بازده نرمال ($\sigma = 0.01, \mu = 0$) ترسیم شده است.

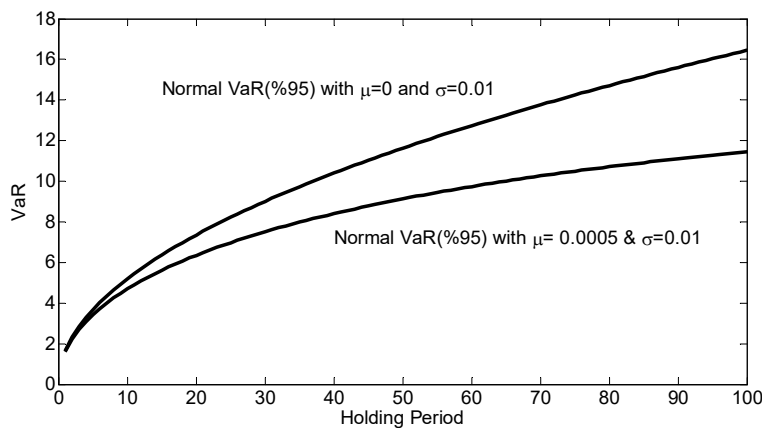


نمودار (۲-۱۵): ارزش در معرض ریسک نرمال و سطح اطمینان

مطابق این نمودار، VaR نه تنها با افزایش سطح اطمینان افزایش می‌یابد، بلکه این افزایش همراه با نرخ افزایشی است و این نکته برای مدیریت ریسک حائز اهمیت است. دوره‌های نگهداری رایج یک روز، یک هفته، ده روز و یک ماه است، اما مؤسسات می‌توانند دوره‌های نگهداری دیگری را نیز اختیار کنند. مثلاً، بسته به افق سرمایه‌گذاری و یا گزارش‌دهی می‌توانند از دوره‌های نگهداری سه‌ماهه و یا بیشتر نیز استفاده کنند. دوره نگهداری هم‌چنین به نقدشوندگی بازارهایی بستگی دارد که مؤسسه در آن‌ها فعالیت می‌کند. دوره نگهداری ایده‌آل در یک بازار خاص، مدت زمانی است که ضامن نقدشوندگی مرتب موقعیت‌ها در آن بازار باشد. دوره نگهداری به نوع مؤسسه نیز بستگی دارد. افق زمانی می‌تواند از چند ساعت برای یک شرکت فعال در معاملات تا یک سال برای یک صندوق بازنشستگی باشد.

از آنجا که VaR به دوره نگهداری نیز بستگی دارد، می‌توانیم تغییرات آن را در مقابل تغییرات دوره نگهداری بررسی کنیم. نمودار (۲-۱۶) گویای چگونگی این تغییرات است. در این نمودار ارزش در معرض ریسک نرمال را برای دو مقدار اختیاری از میانگین و برای

دوره‌های نگهداری متغیر از ۱ تا ۱۰۰ روز ترسیم کرده‌ایم. (ارزش جاری دارای ۱۰۰ تومان است.)

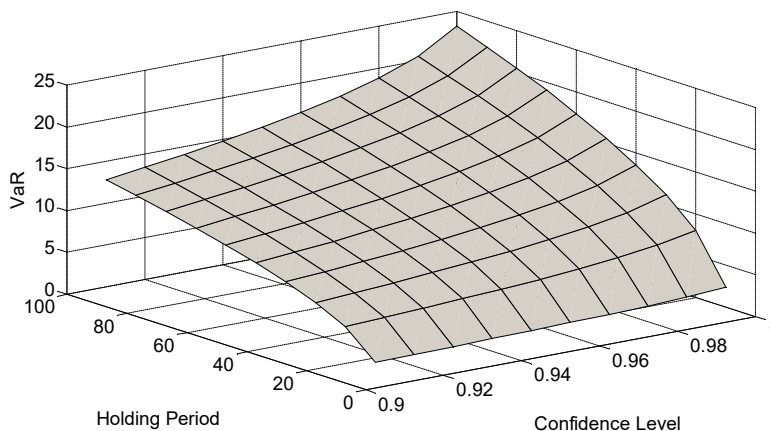


نمودار (۲-۱۶): ارزش در معرض ریسک نرمال و دوره نگهداری

نحوه بررسی تغییرات در نمودار (۲-۱۶) بر اساس قاعده جذر زمان^۱ است. برای $\mu = 0$ ، ارزش در معرض ریسک چند دوره‌ای برابر با حاصل ضرب ریشه دوم تعداد دوره‌ها در ارزش در معرض ریسک یک دوره‌ای است. بنابراین، ارزش در معرض ریسک برای یک دوره صدروزه، ده برابر ارزش در معرض ریسک یک‌روزه خواهد بود. برای $\mu > 0$ ، VaR با نرخ کمتری افزایش می‌یابد. بدین ترتیب، VaR با تغییر دوره نگهداری تغییر می‌کند و نحوه تغییر آن به طرز قابل ملاحظه‌ای به μ بستگی دارد.

بهترین انتخاب برای پارامترهای سطح اطمینان و دوره نگهداری به شرایط و اهداف ما بستگی دارد. به هر حال، کار کردن با طیفی از این پارامترها نسبت به انتخاب یک مقدار برای آن‌ها، ایده خوبی به نظر می‌رسد. بدین ترتیب، با انتخاب مقادیر مختلفی از این دو پارامتر به سطوح ارزش در معرض ریسک^۲ دست می‌یابیم که اطلاعات بیشتری در اختیار قرار می‌دهد. نمودار (۲-۱۷) نمایانگر سطح ارزش در معرض ریسک نرمال در بازه‌هایی از سطح اطمینان و دوره نگهداری است.

1. the rule of square root of time
2. VaR surfaces



نمودار (۲-۱۷): سطح ارزش در معرض ریسک نرمال با توجه به سطح اطمینان و دوره‌نگهداری

مزیت‌های ارزش در معرض ریسک

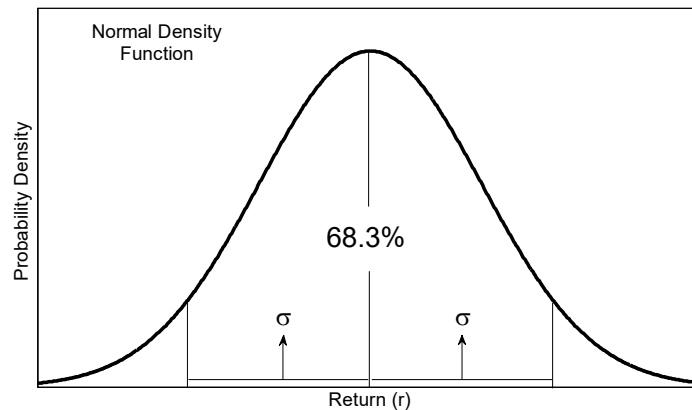
اعتقاد عمومی در ادبیات مالی بر این است که VaR رویکردی جدید برای اداره و کنترل ریسک است؛ با این وجود، این سنجه ریسک بسیار مورد توجه فعالان ریسک قرار گرفته و تحقیقات مفصلی جهت توسعه رویکردها و افزایش دقت آن صورت گرفته است. در این جا سؤالی مطرح می‌شود: چرا ارزش در معرض ریسک تا این حد مورد اقبال بازیگران بازار مالی قرار گرفته است؟ به عبارت دیگر، مزیت ارزش در معرض ریسک نسبت به سایر سنجه‌های ریسک چیست؟

ارزش در معرض ریسک با از میان برداشتن مفروضاتی که عموماً برای سنجش ریسک در نظر گرفته می‌شود، تخمین‌های معقول‌تری از ریسک سبد دارایی‌ها به دست می‌دهد، به طوری که کارآمدی آن مورد تأیید مجامع مالی قرار گرفته و جای خود را به عنوان سنجه مناسب ریسک کاملاً باز کرده است. در ادامه به بررسی علت‌های این امر می‌پردازیم.

یکی از مفروضاتی که در مورد توزیع سری بازده مالی^۱ در نظر گرفته می‌شود، نرمال بودن آن است. این در حالی است که توزیع بسیاری از سری‌های بازده مالی نرمال نیست و به طور فزاینده‌تری دارای چولگی و کشیدگی^۲ است. انحراف معیار و شاخص بتا برای

1. financial return series
2. leptokurtosis

محاسبه ریسک بر اساس فرض نرمال عمل می‌کند و بدین ترتیب در صورت بروز انحراف از توزیع نرمال، متحمل خطاهای قابل ملاحظه‌ای می‌شود. مطابق نمودار (۲-۱۸)، چنانچه از میانگین توزیع نرمال به اندازه یک انحراف معیار به سمت چپ و راست منحرف شویم، محدوده حاصل حدود ۶۸ درصد از سطح زیر نمودار است. بدین ترتیب تا زمانی که توزیع ارزش سبد دارایی، نرمال باشد، انحراف معیار به عنوان سنجه مناسب ریسک سبد دارایی‌ها، تداعی کننده احتمال زیان خواهد بود.



نمودار (۲-۱۸): انحراف معیار و تابع چگالی احتمال نرمال

اما، به محض این که توزیع ارزش سبد دارایی، از توزیع نرمال فاصله می‌گیرد، انحراف معیار کارایی خود را از دست می‌دهد. در این حالت، دیگر نمی‌توان استنباط کرد که حدود ۳۴ درصد سطح زیر نمودار در محدوده یک انحراف معیار به سمت چپ و یا راست میانگین قرار دارد. بنابراین، انحراف معیار برای توزیع‌های غیرنرمال و خصوصاً غیرمتمقارن مفهوم چندانی را به ذهن متبادر نمی‌سازد و سنجه مناسبی برای ریسک نیست. در این حالت، استفاده از گشتاورهای مراتب بالاتر برای شناسایی مشخصات توزیع، ضروری است. بر این اساس، تمرکز بر معیاری برای ریسک که قادر به تلفیق هرگونه «نرمال نبودن» در توزیع بازده دارایی‌های مالی باشد، از مطلوبیت زیادی برخوردار است. در ارزش در معرض ریسک، فرض نرمال بودن توزیع بازده، فرضی خاص می‌باشد و بنابراین، سنجه مناسبی جهت در نظر گرفتن تأثیر توزیع‌های احتمال غیرنرمال است.

آنچه موجب نگرانی سرمایه‌گذاران می‌شود، کل تلاطم‌های ارزش دارایی نیست. تلاطم مطلوب^۱ (روبه‌بالا) هیجان‌انگیز است، اما نگران‌کننده به‌نظر نمی‌رسد. آنچه قسمت عمده نگرانی‌های سرمایه‌گذار را تشکیل می‌دهد، تلاطم نامطلوب^۲ (روبه‌پایین) ارزش سبد دارایی‌هایش می‌باشد. تمرکز بر انحراف معیار به‌عنوان سنجه مناسب ریسک نشانگر این است که سرمایه‌گذاران به احتمال بازده‌های منفی در برابر بازده‌های مثبت وزن یکسانی می‌دهند. شواهد مکفی وجود دارد که شرکت‌ها اغلب در برابر سود و زیان به‌صورت نامتقارن^۳ رفتار می‌کنند. شواهد تجربی ارزشمندی راجع به گریز از زیان وجود دارد. بنابراین، روش میانگین-واریانس احتمالاً به استراتژی ناکارآمدی جهت بهینه‌سازی بازده موردانتظار دارایی‌های مالی و در عین حال کمینه‌کردن ریسک منجر می‌شود. در واقع، سنجه‌هایی همچون نیم‌واریانس و نیم‌بتا در ابتدا جهت اندازه‌گیری جداگانه دنباله منفی توزیع ایجاد شدند، اما چون در شناسایی و ترکیب توزیع احتمال ارزش سبد دارایی در محاسبات ریسک عقیم بودند، چندان مورد اقبال قرار نگرفتند.

ارزش در معرض ریسک با درک افراد نسبت به ریسک و با محدودیت‌هایی که مدیریت با آن‌ها مواجه است، تطابق بسیار بیشتری دارد، چراکه مدیر سبد دارایی یا سرمایه‌گذار راجع به کاهش ارزش سبد به پایین محدوده ارزش در معرض ریسک به‌شدت علاقه‌مند است. بنابراین، استفاده از ارزش در معرض ریسک به‌عنوان معیار ریسک تعبیر روشنی از رفتار سرمایه‌گذاران در کمینه‌کردن ریسک روبه‌پایین (ریسک نامطلوب) ارایه می‌دهد و بدین ترتیب از محدودیت‌های مربوط به نظریه مطلوبیت موردانتظار و همچنین درجه ریسک‌گریزی (که تصور می‌شود یک سرمایه‌گذار از خود بروز می‌دهد) اجتناب می‌گردد.

مسئله دیگری که باعث استقبال بازیگران بازار از سنجه ارزش در معرض ریسک شده، افزایش عدم اطمینان در بازارهاست. ارزش در معرض ریسک با ارایه مدل‌هایی پویا و با نگاهی آینده‌نگر، به برآوردهای دقیق‌تری نسبت به سایر سنجه‌های ریسک دست می‌یابد.

-
1. upside volatility
 2. downside volatility
 3. asymmetric



پیچیده شدن سبد دارایی‌ها و وجود انواع ابزارهای مالی در آن‌ها، مدیران سبد را جهت اندازه‌گیری ریسک سرمایه‌گذاری‌ها با چالش بزرگی مواجه ساخته است. به‌عنوان مثال، وجود اختیار معامله در سبد دارایی‌ها، محاسبه ریسک آن را مشکل می‌نماید، به طوری که اغلب سنجه‌ها از کمی کردن ریسک مربوطه عاجزند. ارزش در معرض ریسک از طریق فرآیندی که شرح آن رفت، راه‌حل مناسبی ارائه می‌کند.

از مزیت‌های ارزش در معرض ریسک این است که معیارهای کمی و ترکیبی ریسک را ارائه می‌کند که به ما اجازه احتساب انواع مختلف وابستگی متقابل^۱ بین بازده دارایی‌ها، اثرات دنباله‌های ضخیم^۲ و نرمال نبودن (که مثلاً از حضور اختیار معامله و یا ریسک نکول^۳ ناشی می‌شود) را می‌دهد.

یکی از مزیت‌های ارزش در معرض ریسک در مقایسه با سنجه‌های سنتی ریسک نظیر بتا و دیرش این است که منعکس‌کننده هر دو مؤلفه ریسک است و این در حالی است که ضریب بتا و دیرش تنها به یک مؤلفه ریسک می‌پردازد. ضریب بتا حساسیت بازده سهم را نسبت به تغییرات شاخص سهام اندازه‌گیری می‌کند. این سنجه، عدم اطمینان موجود در تغییرات شاخص سهام را در محاسبات دخیل نمی‌کند. بدین ترتیب، ضریب بتای بالا به خودی‌خود نشانگر ریسک بالای سهم یا سبد سهام نیست، بلکه اهمیت آن به تغییرات شاخص سهام در آینده بستگی دارد. تصور کنید سیدی با ضریب بتای بالا دارید. اگر بدانید تغییرات شاخص سهام در آینده ناچیز است، خیالتان تا حدود زیادی راحت می‌شود. بنابراین، ضریب بتا تنها مشخص می‌کند که سبد دارایی شما از ناحیه تغییرات شاخص سهام، چقدر در معرض ریسک است. به عبارت دیگر، اهمیت ضریب بتا م شروط بر تغییرات شاخص سهام در آینده است. در مورد دیرش نیز وضع به همین منوال است؛ این در حالی است که ارزش در معرض ریسک شامل عدم اطمینان مربوط به عامل ریسک نیز می‌باشد و بدین ترتیب انعکاس‌دهنده هر دو مؤلفه ریسک است.

-
1. cross-dependence
 2. fat tails
 3. default risk

ارزش در معرض ریسک برای موقعیت‌ها و ریسک‌های مختلف، سنجه مشترک ریسک است. ارزش در معرض ریسک را می‌توان برای هر نوع سبدهی به کار برد و این ویژگی، مقایسه ریسک سبدهای مختلف را امکان‌پذیر می‌کند. به عنوان مثال، این سنجه امکان اندازه‌گیری ریسک مربوط به یک ورقه بهادار با درآمد ثابت را فراهم می‌کند، به گونه‌ای که قابل مقایسه با ریسک یک سهم باشد. به همین دلیل، Var بهبود قابل توجهی نسبت به سنجه‌های سنتی ریسک یافته است، چراکه این ویژگی کمتر در این سنجه‌ها دیده می‌شود. مثلاً، دیرش و تحذب تنها برای موقعیت‌های با درآمد ثابت به کار می‌روند. سنجه‌های ریسک یونانی^۱ تنها برای اوراق مشتقه و نظریه سبد دارایی برای سهام و موقعیت‌های مشابه مثل کالا به کار می‌رود.

ارزش در معرض ریسک ما را در جهت تجمیع^۲ ریسک موقعیت‌های فرعی^۳ به ریسک کل سبد دارایی توانمند می‌سازد؛ با انجام چنین کاری، کنش‌های متقابل و همبستگی‌های میان عوامل ریسک مختلف به حساب می‌آید. این یکی دیگر از جذابیت‌های Var می‌باشد، چراکه بیشتر سنجه‌های سنتی ریسک امکان تجمیع مشهود ریسک‌های اجزاء را فراهم نمی‌کند. در فصل دهم به طور مفصل به ریسک‌های اجزاء می‌پردازیم.

علاوه بر این‌ها، مفهوم ساده ارزش در معرض ریسک، موجب جذابیت روزافزون آن شده است. درک سایر سنجه‌های ریسک همچون انحراف معیار، ضریب بتا و غیره طبق تعاریف آن‌ها برای اغلب سرمایه‌گذاران مشکل است. اما، تعریف ساده ارزش در معرض ریسک برای سرمایه‌گذاران و فعالان بازار از قابلیت درک بیشتری برخوردار است.

محدودیت‌های ارزش در معرض ریسک

-
1. Greek risk measures
 2. pooling
 3. subpositions



اغلب فعالان ریسک، Var را به عنوان سنجه‌ای مناسب و جامع پذیرفته‌اند، ولی در عین حال کسانی هم هستند که در مورد مشکلات آن هشدار داده‌اند. آشنایی با محدودیت‌های Var ما را در جهت استفاده هرچه بهتر از این سنجه یاری می‌کند.

یکی از مسائل کلیدی، اعتبار مفروضات آماری Var می‌باشد. نسیم طالب و ریچارد هوپ انتقال ساده مدل‌های ریاضی و آماری از علوم فیزیکی به سیستم‌های اجتماعی را مورد انتقاد قرار داده‌اند.^۱ این گونه کاربردها، اغلب ویژگی‌های مهم سیستم‌های اجتماعی را نادیده می‌گیرد. برخی از این ویژگی‌ها عبارت است از روش‌های یادگیری فعالان بازار و واکنش آن‌ها نسبت به محیط، غیرایستابودن^۲ و وابستگی پویای بسیاری از فرآیندهای بازار و مانند این‌ها. این مسأله مقبولیت بسیاری از مدل‌ها را زیر سؤال می‌برد و برآوردهای Var را در معرض خطاهای بزرگی قرار می‌دهد.

برخی‌ها اذعان می‌دارند که برآوردهای Var غیردقیق می‌باشد. شواهد تجربی در این زمینه نگران‌کننده است، چراکه حاکی از تخمین‌های بسیار متفاوت مدل‌های مختلف Var می‌باشد. بدیهی است اگر برآوردهای Var تا این اندازه غیردقیق باشد و کاربران این برآوردها را جدی تلقی کنند، با ریسک‌های بزرگ‌تری مواجه می‌شوند. طالب اشاره می‌کند که با اتکا به اطلاعات همراه‌کننده، نسبت به حالتی که هیچ‌گونه اطلاعاتی ندارید، در وضعیت بدتری قرار می‌گیرید. اگر به خلبانی ارتفاع‌سنجی بدهید که خوب کار نمی‌کند، احتمالاً باعث همراهی خلبان و سقوط هواپیما خواهید شد و اگر به او چیزی ندهید، از پنجره هواپیما به بیرون نگاه می‌کند و برای کنترل هواپیما تصمیمات درست‌تری می‌گیرد.

برخی می‌گویند استفاده از Var ممکن است همانند یک عامل فراگیر ریسک به بی‌ثباتی سیستم مالی بیانجامد. طالب می‌گوید استفاده کنندگان از Var اغلب پوشش‌دهندگان فعالی^۳ هستند که باید در مواجهه با تغییرات قیمت‌های بازار در موقعیت‌های خود تجدیدنظر نمایند. اگر همه از Var استفاده کنند، این خطر وجود دارد که رفتار یادشده

1. Taleb (1997a,b) and Hoppe (1998).
2. non-stationarity
3. dynamic hedgers

که در جهت پوشش ریسک صورت می‌گیرد، ریسک‌های ناهمبسته را بسیار همبسته نماید و بدین ترتیب شرکت‌ها بیش از برآوردهای Var متحمل ریسک می‌شوند.

طرفداران Var اظهار می‌کنند که بسیاری از این انتقادات مختص Var نیست و بر بسیاری از سنجه‌های ریسک وارد است. آن‌ها همچنین این گونه استدلال می‌کنند که بسیاری از این مسائل به علت استفاده نادرست از Var می‌باشد.

برآوردهای Var ممکن است متحمل ریسک مدل شود. این ریسک از مدل‌هایی ناشی می‌شود که بر مفروضات نادرستی بنا شده است. همچنین، این برآوردها ممکن است در معرض ریسک اجرا قرار گیرد. این ریسک از خطاهای مربوط به نحوه اجرای مدل نشأت می‌گیرد. البته، این مسائل در میان اغلب سیستم‌های اندازه‌گیری مشترک است و منحصر به سنجه Var نیست.

به هر حال Var دارای محدودیت‌های مخصوص به خود نیز می‌باشد. محدودیت مهم سنجه Var این است که تنها در صورت عدم تخطی، در مورد بیشترین زیان سخن می‌گوید. مثلاً، می‌گوید در ۹۵٪ موارد زیان ما از مقدار ارزش در معرض ریسک بیشتر نمی‌شود، اما در صورت رخداد تخطی انتظار داریم میزان زیان بیشتر از مقدار Var شود و این در حالی است که Var به خودی‌خود در مورد زیان‌های فراتر از مقدارش، چیزی برای گفتن ندارد. ناکامی ارزش در معرض ریسک در احتساب چنین زیان‌هایی مسائل قابل ملاحظه‌ای پدید می‌آورد. به عنوان مثال، دو موقعیت با ارزش در معرض ریسک یکسان را در نظر بگیرید. ظاهراً این دو موقعیت باید دارای ریسک یکسانی باشد. اما، به علت مسأله‌ای که تشریح نمودیم، ممکن است در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی قرار داشته باشند. بدیهی است این مسأله می‌تواند به پیامدهای بسیار نامطلوبی منجر شود. مثلاً، تصور کنید سرمایه‌گذاری‌ای بازده مورد انتظار بالایی داشته و در عین حال متحمل زیانی بسیار بزرگ نیز باشد. اگر این زیان بزرگ بر ارزش در معرض ریسک تأثیر نگذارد یعنی فراتر از Var باشد، ممکن است تصمیمی که بر مبنای Var اتخاذ می‌شود، بدون توجه به اندازه این زیان محتمل، افراد را به سرمایه‌گذاری تشویق کند. این مسأله ارایه تحلیل‌های قابل اتکا از

1. implementation risk



ریسک و بازده را زیر سؤال می‌برد و در نتیجه سرمایه‌گذاران را در معرض زیان‌های بسیار بزرگی قرار می‌دهد.

اگر ارزش در معرض ریسک به اخذ تصمیمات گمراه‌کننده از جانب سرمایه‌گذاران منجر شود، می‌تواند به مسائل نمایندگی^۱ دامن بزند. این امر زمانی اتفاق می‌افتد که معامله‌گران یا مدیران ریسک مؤسسه در جهت برآوردن اهداف ریسک مبتنی بر ارزش در معرض ریسک^۲ گام برمی‌دارند. به‌عنوان مثال، وقتی معامله‌گران با یک هدف ریسک مبتنی بر Var مواجه می‌شوند، جهت فروش اختیار معامله‌های زیر قیمت^۳ دارای انگیزه خواهند بود. فروش این اوراق در بیشتر موارد به درآمدهای بالاتر منجر می‌شود و گاهی نیز در صورت بد شانسی مؤسسه، زیان‌های بزرگی به بار می‌آورد. اگر این اختیارات خوب انتخاب شوند، پیامدهای بد چنان احتمال کمی دارند که عدم‌اثربرداری بر Var را تضمین می‌کنند. بدین ترتیب، معامله‌گران یا مدیران ریسک از جانب درآمدهای بالاتر و در نتیجه پاداش‌های بزرگ‌تر منتفع می‌شوند. البته، این درآمدها در حالت‌های عادی ایجاد می‌گردند و آن زمانی است که اختیار معامله، خارج از قیمت منقضی گردد. بدین ترتیب این حقیقت که Var حالت‌های بد را در نظر نمی‌گیرد، باعث انحراف انگیزه‌های معامله‌گران و مدیران ریسک شده و اهداف Var و یا بسته‌های جبران خدمات مبتنی بر Var ^۴ به بازیچه‌ای در دست آن‌ها مبدل می‌گردد. بدین ترتیب، منافع معامله‌گران و مدیران ریسک تأمین می‌شود و البته، این امر با افزایش هزینه‌های مؤسساتی همراه است که آن‌ها را استخدام کرده‌اند.

هم‌چنین، محدودیت‌های نادرستی که مراجع قانونی با توسل به Var به بانک‌ها تحمیل می‌کنند، می‌تواند با افزایش ریسک وارد بر آن‌ها موجبات بی‌ثباتی سیستم مالی را فراهم آورد. مثلاً، تعیین سقف Var مدیران ریسک را جهت محافظت از مؤسسه در برابر زیان‌های متوسط راهنمایی می‌کند، ولی در مورد زیان‌های بزرگی که فراتر از Var است، هیچ انگیزه‌ای در آن‌ها ایجاد نمی‌کند. محدودیت‌های قانونی Var ممکن است اثرات چرخه‌ای را تشدید نماید و متعاقباً بر بحران‌های مالی دامن بزند و یا حتی بازار را در معرض چنین بحران‌هایی قرار دهد.

1. agency problems
2. VaR-defined risk targets
3. out of money
4. VaR-defined remuneration packages

طرفداران Var با اقامه دلایل قابل ملاحظه‌ای ادعا می‌کنند که برخی از مسائل مربوط به استفاده قانونی از Var به خاطر ناکارآمدی سیستم قانون گذاری است.

شاید جدی‌ترین محدودیت ارزش در معرض ریسک، عدم برخورداری آن از ویژگی انسجام باشد. در فصل بعد، به طور مفصل در مورد این ویژگی به بحث خواهیم پرداخت.

بنابراین، ارزش در معرض ریسک با وجود مقبولیتی که در میان فعالان ریسک پیدا کرده، سنج‌های تمام‌عیار نیست. بدین ترتیب، باید علاوه بر Var سنج‌های دیگری را نیز برای برآورد ریسک مد نظر قرار دهیم. در این راستا در فصل بعد به معرفی سنج‌هایی می‌پردازیم که فاقد برخی از محدودیت‌های Var است.

نتیجه‌گیری

ارزش در معرض ریسک بازار حداکثر زیان سبد دارایی‌ها در سطح اطمینان معین و در یک دوره نگهداری مشخص است. محاسبه Var مستلزم تکمیل فرآیندی است که شامل چهار مرحله است؛ طی این مراحل نحوه محاسبه Var بدون اعمال ساده‌سازی‌های اضافی ارایه می‌شود. این فرآیند هر دو مؤلفه ریسک را مد نظر قرار می‌دهد. ارزش در معرض ریسک به دلیل ویژگی‌هایش به سنج‌های استاندارد برای اندازه‌گیری ریسک مؤسسات مالی تبدیل شده است. شاهد این مدعا، پیمان کمیته بال و الزام برخی از بورس‌های اوراق بهادار مانند بورس اوراق بهادار نیویورک مبنی بر گزارش Var به عنوان یکی از گزینه‌های افشا می‌باشد. با این حال، به گفته منتقدان، ارزش در معرض ریسک دارای محدودیت‌هایی می‌باشد و بر آن انتقاداتی وارد است.

منابع

1. Benniga, B. (2001), *Financial Modeling Using Excel and VBA*, MIT Press, Second Edition.
2. Campbell, R., Huisman, R. and Koedijk, K. (2001), "Optimal portfolio selection in a VaR framework," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 25, No. 9, pp. 1789-1804.
3. Dowd, D. (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
4. Gouriéroux, C., Laurent, J. P., Scaillet, O. (2000), "Sensitivity analysis of values at risk," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, No. 3, pp. 225-245.
5. Holton, G. A. (2004), *Value-at-Risk: Theory and Practice*, Academic Press.
6. Hoppe, R. (1998), "VaR and the unreal world" *Risk 11* (July), pp. 45-50.
7. Jorion, P. (2003), *Financial Risk Manager*, John Wiley & Sons Inc, Second Edition.
8. Taleb, N. (1997a), " The World according to Nassim Taleb," *Derivatives Strategy 2* (December/January), pp. 37-40.
9. Taleb, N. (1997b), " Against VaR," *Derivatives Strategy 2* (April), pp. 21-26.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل سوم

سنجه‌های منسجم ريسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

مقدمه

به طور کلی می‌توان سنج‌های ریسک را بر اساس ویژگی انسجام^۱، در قالب دو گروه منسجم و غیرمنسجم تقسیم‌بندی کرد. در این فصل ابتدا به تشریح قواعد انسجام می‌پردازیم و ارزش در معرض ریسک را از لحاظ این ویژگی مورد بررسی قرار می‌دهیم. در ادامه به معرفی دیگر سنج‌های متعلق به گروه سنج‌های ریسک مبتنی بر صدک می‌پردازیم و ضمن بررسی انسجام، مشخصات و نحوه محاسبه آن‌ها را از نظر می‌گذرانیم.

قواعد انسجام^۲ و کاربردهای آن

به رغم این که ما درکی شهودی از ریسک‌های مالی داریم، ارایه تخمین کمی از ریسک مشکل می‌نماید مگر این که دقیقاً منظور واقعی خود را از یک سنج ریسک مشخص کنیم. به عنوان مثال ما درک نامشخصی از دما داریم و بیان شفاف آن بدون توجه به دماسنج مشکل است، چرا که چگونگی اندازه‌گیری دما را نشان می‌دهد. به همین ترتیب، بیان تصورمان از ریسک بدون داشتن درک روشنی از مفهومی که از یک سنج ریسک در نظر داریم، سخت است. بنابراین، لازم است جهت طراحی و توسعه سنج‌های ریسک

-
1. coherence
 2. coherent axioms



ویژگی‌های آن‌ها را مشخص کنیم. بر این اساس، نظریه سنجه‌های منسجم ریسک^۱ توسط آرتزرنر و همکارانش پیشنهاد شد.^۲ این، اولین نظریه رسمی در زمینه ریسک مالی است. این نظریه ساده به نظر می‌رسد، اما مفاهیم عمیقی را در خود جای داده است.

آرتزرنر ویژگی‌های مطلوب سنجه‌های ریسک را در قالب قواعد انسجام به شرح زیر ارایه نمود:

اگر V را به عنوان مجموعه‌ای از اعداد تصادفی حقیقی در نظر بگیریم، سنجه ریسک $\rho(\cdot)$ به صورت تابع زیر تعریف می‌شود:

$$\rho: V \longrightarrow \mathbb{R} \quad (1-3)$$

این سنجه ریسک زمانی منسجم است که ویژگی‌های زیر را برآورده نماید:

- یکنوایی^۳:

$$X, Y \in V, X \geq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) \quad (2-3)$$

به عبارتی دیگر، اگر مقادیر یک سبد دارایی (Y) در تمامی حالات ممکن اساساً کمتر از سبد دارایی دیگر (X) باشد، باید ریسک بیشتری داشته باشد.

- زیرجمع پذیری^۴:

$$X, Y, X + Y \in V \Rightarrow \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \quad (3-3)$$

به بیانی دیگر، ریسک یک سبد دارایی باید از مجموع ریسک‌های مجزا کمتر و یا حداقل مساوی آن‌ها باشد. یعنی ادغام ریسک‌ها نباید باعث افزایش ریسک شود.

1. theory of coherent risk measures
 2. Artzner et al (1997-99).
 3. monotonicity
 4. subadditivity

- همگنی مثبت^۱:

$$X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow \rho(hX) = h\rho(X) \quad (۴-۳)$$

یعنی تغییر اندازه سبد دارایی با ضریب h باید سنجۀ ریسک آن را معادل همین ضریب توزین نماید.

- عدم تغییر انتقالی^۲:

$$X \in V, a \in \mathbb{R} \Rightarrow \rho(X + a) = \rho(X) - a \quad (۵-۳)$$

یعنی افزایش یک مقدار ثابت به مقادیر سبد دارایی باید ریسک آن را به همان اندازه کاهش دهد.

مهم‌ترین ویژگی، زیرجمع‌پذیری است. این ویژگی به ما می‌گوید که اگر سبدهای متشکل از چند سبد فرعی باشد، ریسک آن بیشتر از مجموع ریسک سبدهای سازنده آن نخواهد بود و در بیشتر مواقع ریسکی کمتر از آن‌ها خواهد داشت. در واقع، زیرجمع‌پذیری مهم‌ترین معیاری است که انتظار داریم توسط یک سنجۀ ریسک منطقی برآورده گردد. این ویژگی می‌گوید وقتی ریسک‌های انفرادی را جمع کنیم، ریسک سبد حاصل در بدترین حالت بیشتر نمی‌شود و کوچک‌تر یا مساوی مجموع ریسک‌هاست. به عبارتی دیگر زیرجمع‌پذیری بدین معنی است که تجمیع ریسک‌ها، ریسک کل را افزایش نمی‌دهد. زیرجمع‌پذیری فراتر از یک مسأله نظری بوده و کاربردهای عملی فراوانی دارد. عدم وجود این ویژگی، ما را به این نتیجه رهنمون می‌سازد که قراردادن تمامی تخم مرغ‌ها در یک سبد، در جهت مدیریت ریسک عمل مفیدی است. همچنین، عدم رضاء این ویژگی بدین معنی است که تجمیع ریسک‌ها منجر به تحمل ریسکی اضافی می‌شود که قبلاً وجود نداشته است. این مسأله پیامدهای نادرست زیر را به دنبال دارد:

-
1. positive homogeneity
 2. translational invariance

سنجه‌های ریسکی که از ویژگی زیرجمع‌پذیری برخوردار نیست، مؤسسات معامله‌گر در یک بورس سازمان‌یافته را به تفکیک حساب‌هایشان به حساب‌های مجزا جهت ایجاد ریسک‌های مجزا و کاهش الزامات وثیقه‌ای^۱ ترغیب می‌نماید. این مسأله باعث نگرانی بورس می‌شود، چراکه الزامات وثیقه‌ای حساب‌های منفک، دیگر پوشش‌دهنده ریسک مجموع آن‌ها نیست و بدین ترتیب بورس در معرض زیان‌های احتمالی قرار می‌گیرد. اگر قانون‌گذاران جهت تعیین الزامات کفایت سرمایه از سنجه‌های ریسکی استفاده کنند که از ویژگی زیرجمع‌پذیری برخوردار نیست، مؤسسات مالی به‌منظور کاهش الزامات کفایت سرمایه از طریق تفکیک خود به واحدهای مجزا دارای انگیزه می‌شوند، چراکه مجموع الزامات سرمایه واحدهای کوچک‌تر از الزامات سرمایه کل مؤسسه کمتر خواهد بود. در صورتی که ریسک‌ها زیرجمع‌پذیر باشد، جمع خطی آن‌ها تخمینی فراتر از ریسک‌های ترکیب‌شده^۲ به‌دستمان می‌دهد و این بدان معنی است که ما می‌توانیم از مجموع ریسک‌ها به‌عنوان برآوردی محتاطانه از ریسک ترکیب‌شده استفاده نماییم. در این حالت، ناظران همیشه مجموع ریسک‌های واحدها را به‌عنوان یک گزارش محافظه‌کارانه از ریسک تلقی می‌کنند. اما، اگر ریسک زیرجمع‌پذیر نباشد، مجموع آن‌ها تخمینی کمتر از ریسک‌های ترکیب‌شده ایجاد می‌نماید، که این بدون شک، برآوردی نادرست بوده و ناکارآمدی این‌گونه سنجه‌های ریسک را گوشزد می‌کند.

نتیجه تمامی این گفته‌ها ما را به اهمیت ویژگی زیرجمع‌پذیری واقف می‌کند و این مسأله، مشکلات بیشتری را پیش روی ارزش در معرض ریسک قرار می‌دهد، چراکه این سنجه از ویژگی زیرجمع‌پذیری برخوردار نیست. یک سنجه ریسک زمانی زیرجمع‌پذیر محسوب می‌شود که شرط زیرجمع‌پذیری برای تمامی X و « Y »‌های ممکن، برقرار باشد. بنابراین، با پیدا کردن یک مثال نقض می‌توانیم اثبات کنیم که Var زیرجمع‌پذیر نیست. حالا به مثال زیر توجه کنید:

دو ورقه قرضه A و B در اختیار داریم که شبیه به هم است. احتمال نکول هر کدام ۴٪ است و با وقوع نکول زیانی معادل ۱۰۰ تومان نصیبمان می‌گردد. بدین ترتیب Var در سطح اطمینان ۹۵٪ برای هر ورق قرضه برابر صفر می‌باشد یعنی:

$$Var(A) = Var(B) = Var(A) + Var(B) = 0$$

-
1. margin requirements
 2. combined risks



فرض کنید نکول‌ها مستقل از هم باشند. بدین ترتیب احتمال این که زیانی برابر صفر داشته باشیم برابر است با:

$$(0.96)^2 = 0.9216$$

و احتمال این که با زیانی برابر ۲۰۰ تومان مواجه شویم برابر است با:

$$(0.04)^2 = 0.0016$$

بنابراین، احتمال این که با زیانی به اندازه ۱۰۰ تومان مواجه شویم برابر است با:

$$1 - 0.9216 - 0.0016 = 0.0768$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$VaR(A + B) = 100$$

$$\Rightarrow VaR(A + B) > VaR(A) + VaR(B)$$

$$VaR(A) + VaR(B) = 0$$

و همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، شرط زیرجمع‌پذیری نقض می‌گردد. بر این اساس، VaR زیرجمع‌پذیر نیست. در واقع ما تنها زمانی می‌توانیم از VaR به‌عنوان یک سنجۀ زیرجمع‌پذیر یاد کنیم که بازده دارای توزیع بیضوی باشد و این محدودیت قابل ملاحظه‌ای است، چراکه در دنیای واقعی توزیع‌هایی غیربیضوی، بیشتر از این که یک استثناء باشد، یک حالت عادی محسوب می‌شود.

ناکامی ارزش در معرض ریسک در تأمین شرط زیرجمع‌پذیری مشکلی اساسی است، چراکه دیگر نمی‌توانیم از آن به‌عنوان سنجۀ منسجم ریسک یاد کنیم. VaR تنها یک صدک است و به‌عنوان یک صدک کاربردهای خود را دارد ولی به‌عنوان یک سنجۀ ریسک راضی‌کننده نیست.

با توجه به این مسائل، به‌دنبال جایگزین‌هایی برای VaR هستیم که هم سنجه‌هایی منسجم باشند و هم مزیت‌های VaR را در خود جای دهند و در عین حال از معایب آن برحذر باشند. اگر انتظار داریم که این سنجه‌های جایگزین، مزیت‌های VaR را حفظ کنند،

بدیهی است که باید سنجه‌هایی شبیه به VAR و منعکس‌کنندهٔ صدک توزیع بازده و یا توزیع زیان باشند. در ادامه به معرفی برخی از این گزینه‌ها یعنی ریزش موردانتظار و سنجه‌های ریسک طیفی می‌پردازیم.

ریزش موردانتظار

ریزش موردانتظار نامزد مناسبی برای سنجهٔ ریسک است. این سنجه، میانگین α یا $A\%$ از بدترین بازده‌ها و یا بدترین زیان‌هاست. برای ایجاد هم‌خوانی با VAR معمولاً مقدار VAR به‌عنوان مرز تعیین‌کنندهٔ بدترین زیان‌ها یا بازده‌ها در نظر گرفته می‌شود.

$$ES_{\alpha} = -\frac{1}{\alpha} \int F^{-1}(p) dp \quad (۶-۳)$$

توجه داشته باشید که مخرج، یعنی α معادل احتمال تخطی یک زیان از VAR است. رابطهٔ فوق علاوه بر ریزش موردانتظار به نام‌های ارزش در معرض ریسک شرطی^۱ و میانگین زیان اضافی^۲ نیز معروف است. انتظار مشروط بر دنباله^۳، یا زیان موردانتظار دنباله^۴ نیز دارای تعریف مشابهی است ولی اختلاف ظریفی با ریزش موردانتظار دارد.

اگر توزیع بازده یا زیان گسسته باشد، ریزش موردانتظار معادل گسستهٔ رابطهٔ (۶-۳) است. برای استخراج رابطهٔ گسستهٔ ریزش موردانتظار ابتدا تعاریفی از علائم مورد استفاده ارائه می‌کنیم.

فرض کنید نمونه‌ای به اندازهٔ n مشاهده داریم. این مشاهدات را به صورت نمایش می‌دهیم. برای به دست آوردن ریزش موردانتظار کافی است که نمونهٔ خود را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم و میانگین $A\%$ از اولین مشاهدات را محاسبه نماییم. برای انجام این کار ابتدا آماره‌های ترتیبی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$X_{1:n}, \dots, X_{n:n} \quad (۷-۳)$$

1. conditional value at risk (CVaR)
2. mean excess loss
3. tail conditional expectation (TCE)
4. expected tail loss

که $X_{1,n} \leq \dots \leq X_{n,n}$ بدین ترتیب می‌توانیم تعداد مشاهدات موجود در $A\%$ از کوچک‌ترین مشاهدات نمونه را با w تخمین بزنیم:

$$w = [n\alpha] = [nA\%] \quad (۸-۳)$$

که w جزء صحیح $nA\%$ می‌باشد. بدین ترتیب $A\%$ بدترین مشاهدات، تعدادی برابر w دارد. این مجموعه مشاهدات را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\{X_{1,n}, \dots, X_{w,n}\} \quad (۹-۳)$$

با صرف‌نظر کردن از برخی ظرافت‌های مربوط به برآورد صدک، می‌توانیم برآوردکننده زیر را برای صدک α تعریف نماییم:

$$F^{-1}(\alpha) = X_{w,n} = -VaR^{(1-\alpha)} \quad (۱۰-۳)$$

بدین ترتیب زیان موردانتظار مربوط به $A\%$ از بدترین پیامدها (ریزش موردانتظار) را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$ES_{\alpha} = -\frac{\sum_{i=1}^w X_{i,n}}{w} \quad (۱۱-۳)$$

نشان‌دادن ویژگی زیرجمع‌پذیری برای ES کار ساده‌ای است. دو متغیر X و Y را در نظر بگیرید. ما مجموعه حاصل از زوج‌های مرتب X و Y را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n \quad (۱۲-۳)$$

حالا ویژگی زیرجمع‌پذیری را با روابط ساده زیر اثبات می‌کنیم:

(۱۳-۳)

$$ES_{\alpha}(X+Y) = -\frac{\sum_{i=1}^w (X+Y)_{i,n}}{w}$$

اثبات این که ریزش موردانتظار دیگر ویژگی‌های انسجام را نیز برآورده می‌سازد، کار ساده‌ای است. بنابراین، ES سنجه‌ای منسجم است. پیش‌تر از سنجه‌ای به نام انتظار مشروط بر دنباله نام بردیم. این سنجه بسیار شبیه ES است ولی برخلاف آن از ویژگی زیرجمع‌پذیری برخوردار نبوده و بنابراین، سنجه‌ای منسجم نیست. TCE زیان موردانتظار در صورت تخطی از Var است. به عبارتی دیگر، می‌توان گفت این سنجه، میانگین زیان است مشروط بر این که فراتر از Var باشد. به زبان ریاضی داریم:

$$TCE = -E[X|X \leq -VaR] = -\frac{\int_{-VaR}^{-\infty} xf(x)dx}{-VaR} \quad (14-3)$$

بدیهی است که رخدادهای $\{X|X \leq -VaR\}$ ممکن است احتمالی بیش از $A\%$ بدترین مشاهدات داشته باشند و این حالت زمانی ممکن می‌شود که تابع توزیع پیوسته نباشد. زمانی که تابع توزیع پیوسته است $\Pr\{X|X \leq -VaR\} = \alpha$ و بنابراین، $ES_{\alpha} = TCE_{\alpha}$ ولی در حالت کلی می‌توان گفت که $ES_{\alpha} \geq TCE_{\alpha}$ برای درک بیشتر تفاوت این دو سنجه، رابطه TCE_{α} را برای توزیع‌های گسسته به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$TCE_{\alpha} = -\frac{\sum_{i=1}^n X_i I_{x_i}}{n} \quad (15-3)$$

که I_{x_i} تابع معرف^۱ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_{x_i} = \begin{cases} 1 & \text{if } X_i \leq X_{w,n} \end{cases} \quad (۱۶-۳)$$

مثال (۱-۳): تفاوت بین TCE_{α} و ES_{α} فرض کنید تعداد ۱۰۰ مشاهده از توزیع سود/زیان یک دارایی در اختیار داریم. این داده‌ها پس از مرتب کردن به صورت زیر است:

$$-10, -9, -8, -7, -6, -6, -6, -5, \dots, 87$$

برای محاسبه ریزش موردانتظار در سطح اطمینان ۹۵٪ ابتدا بر اساس رابطه (۱۶-۳)، تعداد مشاهدات موجود در ۵٪ از بدترین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$w = [n\alpha] = [100 \times 0.05] = 5$$

و سپس ریزش موردانتظار را محاسبه می‌کنیم:

$$ES_{\alpha} = -\frac{\sum_{i=1}^5 X_{i,n}}{5} = -\frac{-10-9-8-7-6}{5} = 8$$

حال به محاسبه TCE می‌پردازیم. ابتدا صدک مربوط به ۵٪ از بدترین مشاهدات را استخراج می‌کنیم. این صدک پنجمین داده کوچک می‌باشد:

$$X_{w,n} = X_{5,100} = -6$$

سپس TCE را محاسبه می‌نماییم:

$$TCE_{\alpha} = -\frac{\sum_{i=1}^n X_i I_{x_i}}{\sum_{i=1}^n I_{x_i}} = -\frac{-10-9-8-7-6-6-6}{7} = 7.43$$

1. indicator function

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید TCE_α کوچک‌تر از ES_α می‌باشد. این حالت تنها زمانی رخ می‌دهد که تابع توزیع، گسسته باشد و در عین حال مشاهده $X_{w,n}$ دارای فراوانی بیش از یک باشد. برای محاسبه ES_α می‌توانیم از رابطه زیر نیز استفاده کنیم:

$$ES_\alpha = -n \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{i,n} I_{X_i} - X_{w,n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I - w \right) \right) \quad (17-3)$$

اکنون بر اساس رابطه فوق مجدداً به محاسبه ES_α می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} ES_\alpha &= -\frac{100}{5} \\ &\times \left(\frac{1}{100} (-10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 6 - 6) + 6 \left(\frac{1}{100} (7) - \frac{5}{100} \right) \right) \\ &= 8 \end{aligned}$$

که نتیجه حاصل، برابر با مقدار قبلی است.

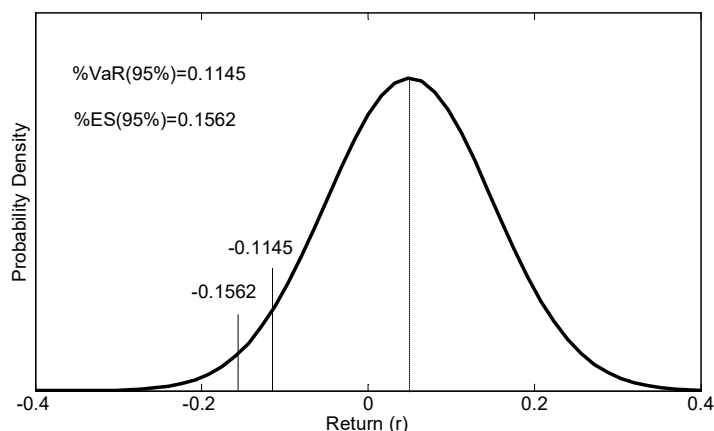
می‌توانیم رابطه (17-3) را برای توابع پیوسته به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$ES_\alpha = -\frac{1}{\alpha} \left[E(X|X \leq q_\alpha(X)) - q_\alpha(X) (\Pr[X \leq q_\alpha(X)] - \alpha) \right] \quad (18-3)$$

و همان‌گونه که می‌دانیم:

$$q_X(\alpha) = -VaR \quad (19-3)$$

بدیهی است که اگر به جای داده‌های سود/زیان از داده‌های مربوط به بازده دارایی استفاده کنیم، ریزش موردانتظار بر اساس درصد به دست می‌آید که به آن ریزش موردانتظار درصدی می‌گوییم و آن را با $\%ES$ نمایش می‌دهیم. در نمودار زیر، $\%ES$ با $\%VaR$ مقایسه شده است. در این نمودار مقدار $\%VaR$ برابر $\%11/49$ و $\%ES$ برابر $\%15/62$ است. هم VaR و هم ES به پارامترها و مفروضات توزیعی بستگی دارد و در این نمودار بر اساس سطح اطمینان $\%95$ و دوره نگهداری یک‌روزه و فرض توزیع نرمال با میانگین $0/05$ و واریانس $0/01$ است.



نمودار (۳-۱): ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نرمال

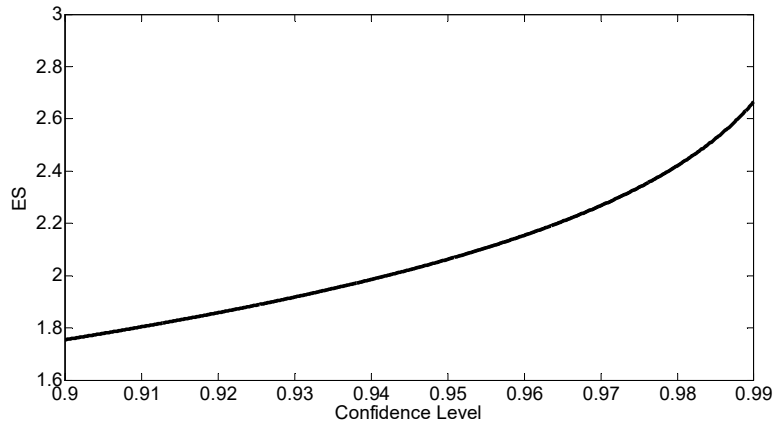
رابطه ریزش مورد انتظار برای تابع توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$\%ES = -\left(\mu - \sigma \frac{\phi(z_\alpha)}{1 - \alpha} \right) \quad (3-2)$$

که $\%ES$ ریزش مورد انتظار درصدی برای دوره آتی است و مقدار تابع چگالی احتمال توزیع نرمال استاندارد به ازای مقدار z_α است. توجه داشته باشید که در اینجا برای جلوگیری از مداخله قیمت جاری سبد دارایی در محاسبات از $\%ES$ استفاده نموده‌ایم. بدیهی است که حاصل ضرب $\%ES$ در قیمت جاری سبد دارایی ما را به ES می‌رساند.

سطح اطمینان و دوره نگهداری

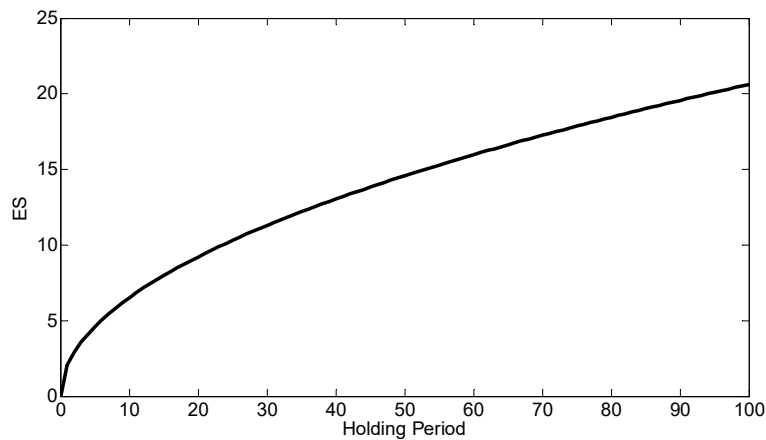
محاسبه ریزش مورد انتظار نیز همانند VaR مستلزم انتخاب اختیاری دو پارامتر می‌باشد. نحوه انتخاب این دو پارامتر برای ES همانند آن چیزی است که در فصل پیش برای VaR تشریح نمودیم. در نمودار زیر منحنی سطح اطمینان ES ارائه شده است.



نمودار (۲-۳): ریزش موردانتظار و سطح اطمینان

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، ES با افزایش سطح اطمینان با نرخ فزاینده، افزایش می‌یابد. این نمودار با فرض توزیع نرمال برای داده‌های سود/زیان و با مشخصات $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ ترسیم شده است.

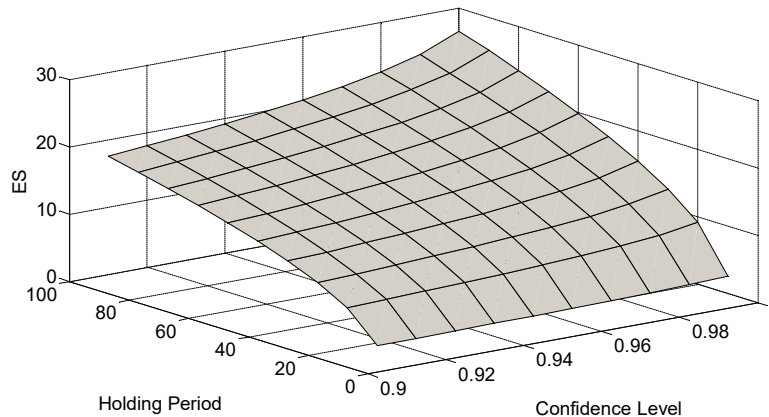
در نمودار زیر تغییرات ریزش موردانتظار نرمال بر اساس تغییرات دوره نگهداری ارزیابی شده است. این نمودار بر اساس مفروضات نمودار قبل ترسیم شده است.



نمودار (۳-۳): ریزش موردانتظار نرمال و دوره نگهداری

بدیهی است که ES با تغییر دوره نگهداری تغییر می‌کند و نحوه تغییر آن به μ بستگی دارد. در این جا نیز همانند ارزش در معرض ریسک، ES بر اساس قاعده جذر زمان محاسبه شده است.

در نهایت در نمودار زیر، سطح ES در یک فضای سه بعدی بر اساس دو پارامتر سطح اطمینان و دوره نگهداری ارزیابی شده است.



نمودار (۳-۴): سطح ریزش موردانتظار با توجه به سطح اطمینان و دوره نگهداری

در این جا نیز همانند Var ، سطح ES با افزایش سطح اطمینان و دوره نگهداری افزایش می‌یابد و زمانی که این دو پارامتر به حداکثر می‌رسد، سطح ES نیز به اوج خود می‌رسد. این نمودار بر اساس توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک ترسیم شده است.

مقایسه ارزش در معرض ریسک و ریزش موردانتظار

ریزش موردانتظار نیز همانند ارزش در معرض ریسک یک سنجه ریسک است. این سنجه بسیاری از کاربردهای ارزش در معرض ریسک را دارد. به هر حال ES نسبت به Var بنا به دلایلی که در ادامه به آن‌ها می‌پردازیم، سنجه ریسک کامل‌تری است:

- ریزش موردانتظار به ما می‌گوید که در حالت‌های بد چه انتظاری داشته باشیم. به عبارتی دیگر، این سنجه به ما می‌گوید که شرایط بد چقدر می‌تواند بد باشد در حالی که Var در مورد زیان‌های فراتر از خودش حرفی برای گفتن ندارد.
 - به‌طور کلی، قاعده تصمیم‌گیری در مورد ریسک و بازده موردانتظار با استفاده از ES نسبت به Var ، معتبرتر است.
 - ES منسجم است و همیشه شرط زیرجمع‌پذیری را برآورده می‌کند، در حالی که Var چنین نیست. بنابراین، ES به خاطر داشتن ویژگی زیرجمع‌پذیری دارای جذابیت‌های بیشتری نسبت به Var است.
 - در نهایت ویژگی زیرجمع‌پذیری ES گویای این است که سطح ریسک سید دارایی محذب است و این تحذب در مسأله بهینه‌سازی سید دارایی با استفاده از ES برخلاف Var ضامن وجود یک نقطه بهینه منحصر به فرد است. به‌علاوه این تحذب تضمین می‌نماید که بتوانیم مسائل بهینه‌سازی با استفاده از سنجه‌های ریسک ES را به‌نحو بسیار کارآمدی با استفاده از فنون برنامه‌ریزی خطی مرتفع کنیم.
- بنابراین، ES نسبت به Var سنجه ریسک مطلوب‌تری است.

سنجه‌های ریسک طیفی

ریزش موردانتظار بهترین سنجه منسجم ریسک نیست. ما قصد داریم سنجه‌های عمومی‌تری را تحت عنوان سنجه‌های ریسک طیفی، معرفی کنیم. این سنجه‌ها میانگین موزون صدک‌های توزیع بازده یا توزیع زیان است. اگر M_ϕ را به‌عنوان سنجه ریسک در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$M_\phi = \int_0^1 \phi(p) F^{-1}(p) dp \quad (21-3)$$

در این رابطه، $\phi(p)$ تابع وزن‌دهی^۱ است که باید آن را تعیین کنیم. این تابع به نام‌های تابع طیف ریسک^۲ یا تابع ریسک‌گریزی^۳ نیز معروف است. بدین ترتیب، ES و Var موارد خاصی از رابطه فوق خواهند بود. ES با تعیین $\phi(p)$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\phi(p) = \begin{cases} 0 & \text{if } p > \alpha \end{cases} \quad (22-3)$$

ES به بازده‌ها یا زیان‌های دنباله^۴، وزن $1/\alpha$ و به دیگر صدک‌ها وزن صفر اختصاص می‌دهد. تابع وزن‌دهی Var به صورت زیر می‌باشد:

$$\phi(p) = \begin{cases} 0 & \text{if } p \neq \alpha \end{cases} \quad (23-3)$$

Var تنها یک صدک است و به صدک α وزن یک و به دیگر صدک‌ها وزن صفر اختصاص می‌دهد. بدین ترتیب، سنجه^۵ Var به بازده‌ها یا زیان‌های مربوط به دنباله، وزن یکسان صفر اختصاص می‌دهد.

برای معرفی گروه وسیع‌تری از سنجه‌های منسجم ریسک، باید بدانیم که تابع وزن‌دهی تحت چه شرایطی سنجه^۶ منسجم ریسک ایجاد می‌کند. پاسخ این سؤال در طبقه‌ای از سنجه‌های منسجم ریسک نهفته است که تابع وزن‌دهی آن‌ها شرایط زیر را برآورده نماید:

- نامنفی بودن^۵: تابع وزن‌دهی در بازه $[0,1]$ نامنفی باشد. یعنی:

$$\phi(p) \geq 0, p \in [0,1] \quad (24-3)$$

- نرمال‌سازی^۶: سطح زیر منحنی تابع وزن‌دهی برابر یک باشد. یعنی:

1. weighting function
2. risk spectrum function
3. risk-aversion function
4. tail losses
5. non-negativity
6. normalization

$$\int_0^1 \phi(p) dp = 1 \quad (3-25)$$

- فزاینده‌گی ضعیف^۱: اگر یک زیان بزرگ‌تر از زیان دیگر باشد، باید وزنی بیشتر یا مساوی آن داشته باشد. به عبارتی دیگر، بازده‌های کوچک‌تر باید اوزانی بزرگ‌تر یا مساوی بازده‌های بزرگ‌تر داشته باشند.

مطابق دو شرط اول، اوزان باید مثبت و مجموع آن‌ها برابر یک باشد. اما شرط سوم، اساسی است. این شرط بیانگر ریسک‌گریزی است و مطابق آن اوزان اختصاصی به زیان‌های بزرگ باید بزرگ‌تر و یا حداقل برابر اوزان مربوط به زیان‌های کوچک‌تر باشد. این شرط، انسجام را تضمین می‌کند.

بر این اساس، اوزان انتصابی به زیان‌ها در سنجه‌های ریسک طیفی، مستقیماً نمایانگر ریسک‌گریزی افراد است. اگر فردی دارای یک تابع ریسک‌گریزی عادی باشد، این اوزان، افزایشی خواهد بود. نرخ رشد اوزان نیز به درجه ریسک‌گریزی وی بستگی دارد. اگر فردی ریسک‌گریزتر باشد، اوزان با سرعت بیشتری رشد می‌کند.

رابطه بین $\phi(p)$ و ریسک‌گریزی، عدم‌کفایت ES و VaR را با وضوح بیشتری مشخص می‌کند. قبلاً گفتیم که ES به تمامی زیان‌ها یا بازده‌های موجود در ناحیه دنباله، وزن یکسانی اختصاص می‌دهد. اگر این اوزان را انعکاس‌دهنده نحوه رفتار افراد در مواجهه با ریسک تعبیر کنیم، بدان معنی است که فرد در مورد پیامدهای ناحیه دنباله، بی‌تفاوت به ریسک^۲ است و این با فرض ریسک‌گریزی افراد ناسازگار است. بدین ترتیب ES به رغم انسجام، سنجه کاملی برای ریسک نیست. اگر فردی ریسک‌گریز باشد، تابع وزندهی او برای زیان‌های بزرگ‌تر وزن بیشتری را در نظر می‌گیرد.

این استدلال در مورد VaR نیز صادق است. VaR یک وزن بسیار بزرگ (یعنی یک) را به صدک α نسبت می‌دهد و هیچ وزنی را برای زیان‌های بزرگ‌تر در نظر نمی‌گیرد. این مسأله گویای ریسک‌دوستی^۳ افراد است. با اختصاص وزن صفر به زیان‌های بزرگ‌تر، VaR

1. weakly increasing
2. risk- neutral
3. risk loving

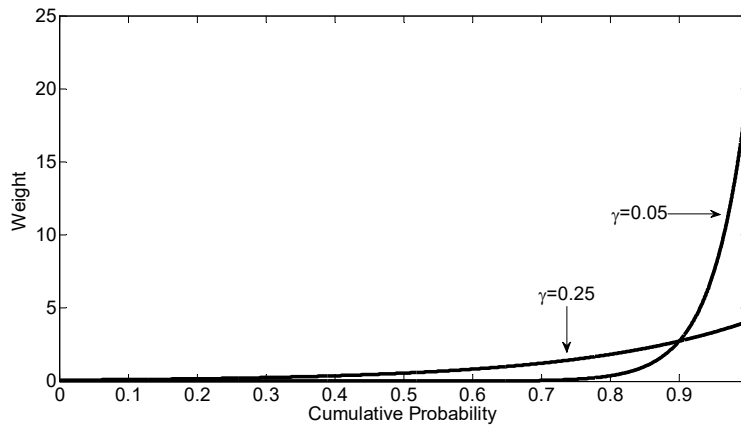
عدم‌ریسک‌گریزی شدید افراد را نشان می‌دهد. Var به زبانی که معادل خودش است، وزن بزرگی می‌دهد و تمامی زیان‌های فراتر از خودش را نادیده می‌گیرد. پس جای تعجب نیست که این سنجه نیز مشکلات خودش را دارد.

برای استخراج یک سنجه طیفی ریسک، هر فردی باید تابع ریسک‌گریزی خود را تعیین کند. این فرآیند، ذهنی است، اما می‌توان آن را با ادبیات اقتصادی مربوط به نظریه تابع مطلوبیت^۱ راهنمایی کرد. یک مثال در این زمینه، تابع ریسک‌گریزی نمایی^۲ است:

$$\phi_{\gamma}(p) = \frac{\exp(-(1-p)/\gamma)}{\gamma} \quad (۳-۲۶)$$

که p احتمال تجمعی است و $\gamma \in (0, \infty)$ انعکاس‌دهنده درجه ریسک‌گریزی است. مقادیر کوچک‌تر γ نشانگر درجه ریسک‌گریزی بیشتر است. این تابع، شرایط مورد نیاز برای یک سنجه ریسک طیفی را برآورده می‌کند ولی از جهت دیگری نیز جذاب است، چراکه تابعی ساده و تک‌پارامتری است.

تابع ریسک‌گریزی نمایی بر اساس دو مقدار از γ در نمودار زیر ارائه شده است.



نمودار (۳-۵): اوزان طیفی-نمایی

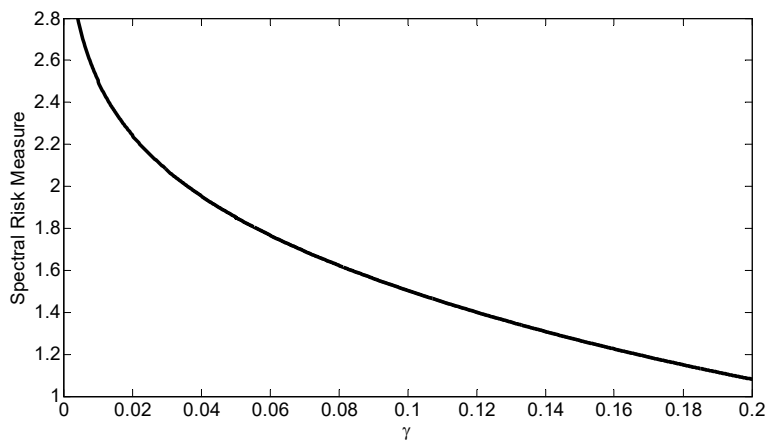
1. utility-function theory
2. exponential risk-aversion function

این نمودار نشان می‌دهد که چگونه اوزان با افزایش احتمال تجمعی یا همان سطح اطمینان افزایش می‌یابد. همچنین نشان می‌دهد که نرخ افزایش اوزان به γ بستگی دارد. هرچه فرد ریسک‌گریزتر باشد با افزایش زیان‌ها، اوزان با سرعت بیشتری رشد می‌کند. برای به دست آوردن سنجه ریسک طیفی با استفاده از تابع وزن دهی نمایی، یک مقدار برای γ در نظر می‌گیریم و تابع وزن دهی نمایی را در رابطه (۳-۲۱) جایگزین می‌کنیم:

$$M_{\phi} = \int_0^1 \phi(p) F^{-1}(p) dp = \int_0^1 \frac{\exp\left[-\frac{(1-p)/\gamma}{1-\sqrt{1-p}}\right]}{1-\sqrt{1-p}} F^{-1}(p) dp \quad (۳-۲۷)$$

بنابراین، می‌توان گفت که سنجه طیفی-نمایی^۱، میانگین موزون صدک‌هاست و اوزان آن با تابع ریسک‌گریزی نمایی تعیین می‌شود. این سنجه را می‌توان با استفاده از یک روش انتگرال‌گیری عددی مناسب برآورد نمود.

می‌توانیم از طریق رسم نمودار M در مقابل γ چگونگی تغییر سنجه ریسک طیفی-نمایی را در برابر تغییرات درجه ریسک‌گریزی مشاهده کنیم. همان‌طور که در نمودار زیر مشاهده می‌کنید با کاهش γ ، افزایش M می‌یابد.



نمودار (۳-۶): تغییرات سنجه ریسک طیفی-نمایی نسبت به درجه ریسک‌گریزی

1. spectral-exponential measure

توجه کنید که شکل این منحنی تقریباً برخلاف منحنی تشریح‌کننده تغییرات VaR در مقابل سطح اطمینان (نمودار (۲-۱۵)) است و این مسأله به ما می‌گوید که پارامتر γ در سنجه ریسک طیفی، نقشی برخلاف سطح اطمینان در VaR بازی می‌کند. تمامی این مسائل گویای این است که برای هر فرد یک سنجه ریسک بهینه وجود دارد و این سنجه به تابع ریسک‌گریزی وی بستگی دارد. دو نفر ممکن است سبب‌داری مشابهی داشته باشند، اما ریسک آن‌ها بر اساس سنجه‌های منسجم ریسک تنها زمانی یکسان است که ریسک‌گریزی یکسانی نیز داشته باشند. این گفته از جنبه روش‌شناسی بدین معناست که ریسک یک عنصر ذهنی در خود دارد. ممکن است فردی با اشاره به توالی احتمالات در توزیع احتمال به ما بگوید احتمالات عینی است و برای همه صادق است ولی وقتی وارد سنجه‌های ریسک می‌شویم، هیچ سنجه‌ای وجود ندارد که براننده تمام افراد باشد. این موضوع هم‌چنین نشان می‌دهد که قانون‌گذاری اثربخش در مورد ریسک بسیار مشکل است، چراکه قانون‌گذاران نمی‌توانند اثر قوانین را بدون در نظر گرفتن اطلاعات ذهنی پیش‌بینی نمایند و البته این‌گونه اطلاعات به سختی حاصل خواهد شد.

نتیجه‌گیری

ارزش در معرض ریسک جای خود را به عنوان ابزار مناسب اندازه‌گیری ریسک باز کرده است و با وجود انتقادهای وارد بر آن، در زمینه قانون‌گذاری نیز سنجه‌ای استاندارد برای تعیین الزامات کفایت سرمایه مؤسسات مالی است. به رغم این که شواهد تجربی فراوانی دال بر کارایی VaR در پیش‌بینی ریسک وجود دارد، به لحاظ نظری دارای نقطه ضعف‌هایی است که مهم‌ترین آن عدم انسجام است. ریزش موردانتظار سنجه‌ای است که از ویژگی انسجام برخوردار بوده و بنابراین نسبت به VaR از اعتبار بیشتری برخوردار است. در نهایت، سنجه‌های ریسک طیفی که تعمیمی از ES است، به دلیل توجه به درجه ریسک‌گریزی افراد در محاسبات ریسک حداقل به لحاظ نظری بسیار جذاب است؛ با وجود این که کمتر از این سنجه‌ها استفاده می‌شود، می‌توان از آن‌ها به عنوان کامل‌ترین سنجه‌های ریسک یاد کرد.

منابع

1. Acerbi, C. and Tasche, D. (2001), "Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk," *Economic Notes*, Vol. 31, No. 2, pp. 1-10.
2. Acerbi, C. and Tasche, D. (2002), "On the coherence of expected shortfall," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, No. 7, pp. 1487-1503.
3. Artzner, P., Delbean, F., Eber, J.-M., and Heath, D. (1998), "Coherent measures of risk," *Mathematical Finance*, Vol. 9, No. 3, pp. 203-228.
4. Artzner, P., Delbean, F., Eber, J.-M., and Heath, D. (1998), "Thinking coherently," *Risk 10* (Nonember), pp. 68-71.
5. Dowd, K (2005) *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
6. Giorgi, E. D. (2002), "A note on portfolio selection under various risk measures," *Institute for Empirical Research in Economics*, University of Zurich, Working paper series, ISSN 1424-0459.
7. Jorion, P. (1997), *Financial Risk Manager Handbook*, John Wiley and Sons Inc, Second Edition.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل چهارم

مدل سازی ریسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

در فصل دوم، به بررسی فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک پرداختیم و گام‌های محاسبه این سنجه ریسک را تشریح کردیم. در واقع، این فرآیند شکل ایده‌آل محاسبه ارزش در معرض ریسک است. در این فرآیند، طی مراحل مختلف، تصمیمات زیادی باید گرفته شود. مثلاً، در مرحله شناسایی عوامل ریسک باید در مورد انتخاب عوامل ریسکی که سبب دارایی‌هایمان را متأثر می‌سازد، تصمیم‌گیری کنیم. در فرآیند استنباط باید در مورد توزیع براننده بردار کلیدی ریسک اظهار نظر نماییم و در فرآیند انتقال باید در مورد به‌کارگیری یک تکنیک مناسب، اندیشه کنیم. در واقع، این فرآیند هیچ نسخه تجویز شده‌ای را برای محاسبه Var ارائه نمی‌دهد و به ما جهت تصمیم‌گیری در مراحل مختلف آزادی عمل می‌دهد. بدین ترتیب پاسخ‌های به دست آمده از کاربران مختلف ممکن است تفاوت زیادی داشته باشد، چراکه پیاده‌سازی آن تا حدودی بر اساس قضاوت‌های افراد است.

رویکردهای ارزش در معرض ریسک، نسخه‌های تجویز شده‌ای است که نحوه طی کردن این فرآیند را دیکته می‌کنند. این رویکردها به‌سادگی و با در نظر گرفتن مفروضاتی خاص، مدلی در اختیار می‌گذارند و کمتر مجالی برای تصمیم‌گیری قائل می‌شوند. بدیهی است که با افزایش پیچیدگی‌های سبب دارایی، دیگر نمی‌توان به این رویکردها اکتفا کرد و آرایه برآورد دقیقی از Var مستلزم طی کامل فرآیند است.

برای تشریح رویکردهای ارزش در معرض ریسک به مفاهیم و ابزارهایی خاص نیازمندیم. در این فصل ابتدا به معرفی مفاهیم و ابزارهای لازم برای مدل‌سازی ریسک



می‌پردازیم و در نهایت تنها به معرفی رویکردهای ارزش در معرض ریسک اکتفا می‌کنیم و بستر را برای ورود به فصل‌های بعدی مهیا می‌نماییم. این فصل در واقع همانند پل ارتباطی بین فصل‌های گذشته و فصل‌های بعدی عمل می‌کند، چراکه با مطالعه آن از طرفی درک بهتری نسبت به فصل‌های قبلی پیدا می‌کنید و از طرفی دیگر، آماده ورود به فصل‌های بعدی می‌شوید.

توزیع شرطی^۱ در مقابل توزیع غیرشرطی^۲

استقلال زمانی بازده دارایی‌ها همیشه ذهن فعالان ریسک را به خود مشغول ساخته است. اگر شکل‌گیری بازده‌ها در طی زمان از یکدیگر مستقل باشد، یا به عبارتی اگر بازده امروز بدون وابستگی به بازده روزهای قبل حاصل شود، می‌توانیم توزیعی غیرشرطی را به آن نسبت دهیم. در این صورت این توزیع برای تمامی بازده‌ها، مستقل از زمان شکل‌گیری آن‌ها صادق است. بنابراین، تا زمانی که حوادث اساسی مثل بروز بحران در بازارهای مالی، فرآیند زیربنایی شکل‌گیری بازده‌ها را تحت تأثیر قرار ندهد، می‌توانیم پارامترهای تخمینی توزیع غیرشرطی را به آن نسبت دهیم و بر این اساس، به محاسبه ریسک اقدام کنیم. در صورت تغییر این فرآیند نیز می‌توان با بررسی داده‌ها، توزیع غیرشرطی دیگری را به آن‌ها نسبت داد.

حال فرض کنید با فرض استقلال زمانی بازده‌ها، توزیع نرمال را به آن‌ها نسبت داده‌ایم. بر این اساس، بازده دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 خواهد بود:

$$r \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (1-4)$$

این بدان معناست که بدون توجه به اندازه بازده و تلاطم‌های بازده امروز و روزهای قبل، بازده فردا دارای توزیع نرمال با همین پارامترهاست. این در حالی است که تحقیقات بر روی سری بازده مالی، وجود همبستگی تلاطم‌ها را به اثبات رسانده است. این تحقیقات نشان می‌دهد که تلاطم‌های بازده تمایل به تشکیل خوشه^۳ دارند و از همبستگی

-
1. conditional distribution
 2. unconditional distribution
 3. cluster

قابل توجهی برخوردارند. این بدان معناست که تلاطم‌های بالای امروز به احتمال قابل توجهی به فردایی پرتلاطم منجر خواهد شد. بنابراین، استفاده از توزیع‌های غیر شرطی برای سری بازده مالی منطقی به نظر نمی‌رسد. البته، برای برخی داده‌ها استفاده از توزیع‌های غیرشرطی بسیار معقول است و این امر زمانی روی می‌دهد که داده‌ها دارای وابستگی زمانی نباشد. به‌عنوان مثال داده‌های مربوط به وزن نوزادان به‌هنگام تولد از این نوع می‌باشند. از آنجا که وزن نوزادان متولد شده در هر دوره مستقل از دیگر دوره‌هاست، می‌توان با انتخاب یک نمونه مناسب، یک توزیع غیر شرطی را به آن‌ها نسبت داد، به طوری که پارامترهای آن به‌نحو مطلوبی پاسخ‌گوی نحوه توزیع وزن متولدین خواهد بود.

بر این اساس، برای داده‌هایی که دارای وابستگی زمانی است، می‌توانیم از یک توزیع شرطی استفاده کنیم و بدین ترتیب برای هر دوره، مشروط بر اطلاعات موجود تا دوره قبل توزیعی در نظر بگیریم. این توزیع‌های شرطی در واقع منعکس‌کننده بار اطلاعاتی موجود در اخبار جدید است. اخبار جدید باعث ایجاد تلاطم‌های جدید می‌شود و این تلاطم‌ها به شکل‌گیری توزیع‌های جدیدی می‌انجامد. بدیهی است که در این صورت با گذشت هر دوره، توزیع احتمال متغیر تصادفی، شکل جدیدی به خود می‌گیرد و تناسب توزیع هر دوره برای دوره‌های قبلی و بعدی زیر سؤال می‌رود.

برای درک بیشتر فرض کنید بازده‌های روزانه یک دارایی (r_t) از فرآیندی تصادفی حاصل شده‌اند و این فرآیند تصادفی از یک توزیع منتخب تبعیت می‌کند. بدیهی است که باید چگونگی وابستگی بازده‌ها به این فرآیند را مشخص کنیم. در ساده‌ترین حالت می‌توانیم این دو را برابر یکدیگر در نظر بگیریم:

$$r_t = \varepsilon_t \quad (2-4)$$

اکنون یک توزیع فرضی به ε_t نسبت می‌دهیم:

$$\varepsilon_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \quad (3-4)$$

در عمل، μ_t را اغلب برای دوره‌های کوتاه‌مدت (مثلاً، دوره‌های یک‌روزه) صفر در نظر می‌گیرند و σ_t را برای هر دوره با استفاده از روش‌های مناسبی (که در همین فصل توضیح می‌دهیم) برآورد می‌کنند. بدین ترتیب σ_t از یک روز به روز دیگر تغییر می‌کند. در این حالت می‌توانیم بگوییم r_t دارای توزیع نرمال شرطی است و کلمه شرطی به وابستگی این

توزیع به μ_t و σ_t اشاره دارد. همچنین می توان گفت که بازده های استاندارد شده دارای توزیع نرمال استاندارد است:

$$\frac{r_t - \mu_t}{\sigma_t} = z \sim N(0,1) \Rightarrow r_t = \mu_t + \sigma_t z \quad (4-4)$$

بنابراین، صدک آلفای این توزیع برابر است با:

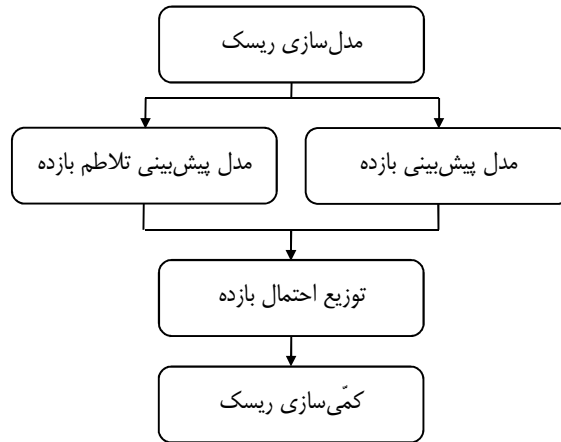
$$q_r(\alpha) = \mu_t + \sigma_t z_\alpha \quad (5-4)$$

روابط (۴-۴) و (۵-۴) به ما می گوید r_t دارای توزیع نرمال شرطی است. برای درک بیشتر، توجه کنید که بر اساس یک فرایند اخلاص نرمال (ε_t) تولید شده است. بنابراین، به استثنای یک حالت خاص که در آن μ_t و σ_t در طی زمان ثابت است، r_t به خودی خود نرمال نخواهد بود. تنها مشروط بر μ_t و σ_t نرمال است. یعنی توزیع r_t به رفتار μ_t و σ_t بستگی خواهد داشت و این دو هم معمولاً متغیر تصادفی اند.

فرآیند مدل سازی ریسک

در میان تعاریف متعددی که از ریسک ارایه شده یکی از آن ها از ویژگی خاصی برخوردار است: «ریسک احتمال تفاوت بازده واقعی از بازده موردانتظار است». ویژگی منحصر به فرد این تعریف آن است که دیدگاه نسبتاً واضحی جهت کمی سازی ریسک ارایه می دهد. بر اساس این تعریف، برای اندازه گیری ریسک ابتدا باید انتظار خود را از بازده های آتی مشخص کنیم و سپس احتمال تفاوت بازده واقعی از این بازده موردانتظار، یعنی تلاطم بازده را برآورد کنیم. گاهی اوقات عدد ثابتی را به عنوان بازده موردانتظار در نظر می گیریم. این عدد می تواند میانگین بازده دارایی در طول یک دوره بلندمدت باشد. به همین ترتیب می توان تلاطم بلندمدت دارایی را نیز به عنوان تلاطم آتی بازده در نظر گرفت و به دنبال آن ریسک دارایی را بر اساس یک توزیع بازده غیرشرطی به دست آورد. با تغییر شرایط، انتظارات تغییر می کنند و بنابراین، باید پویایی های بازده دارایی را جهت تعیین بازده موردانتظار در نظر گرفت. از طرفی دیگر، همان گونه که گفتیم، تلاطم های بازده در طول زمان به هم وابسته اند و بدین ترتیب مرتبط ساختن یک توزیع غیرشرطی به بازده دارایی ها راه حل

مناسبی به نظر نمی‌رسد. این مسأله ما را بر آن می‌دارد که برای پیش‌بینی بازده و تلاطم‌های آن، مدل‌هایی پویا آرایه دهیم. هدف از توسعهٔ چنین مدل‌هایی، پیش‌بینی بازده و تلاطم‌های آتی آن است. بنابراین، مدل‌سازی ریسک، جورچینی است که دو بخش دارد. پیش‌بینی بازده‌ها و پیش‌بینی تلاطم‌ها. با کنار هم قرار گرفتن این دو بخش، جورچین ما کامل می‌شود و امکان کمی‌سازی ریسک فراهم می‌آید، چراکه این دو تصویری از توزیع احتمال بازدهٔ دارایی در اختیار می‌گذارند. نمودار زیر به‌خوبی گویای این مسأله است.



نمودار (۴-۱): فرآیند مدل‌سازی ریسک

با در اختیار داشتن توزیع احتمال شرطی بازدهٔ دارایی، امکان برآورد ریسک هر دوره مشروط بر اطلاعات موجود تا دورهٔ قبل و بر اساس سنجهٔ ریسک موردنظر (مثلاً، Var) فراهم می‌آید. در ادامه به معرفی و تشریح مهم‌ترین و متداول‌ترین مدل‌های پیش‌بینی بازده و تلاطم بازده می‌پردازیم.

مدل‌های پیش‌بینی بازده

رسالت یک مدل اندازه‌گیری ریسک، مشخص نمودن تغییرات آتی در ارزش سبد دارایی است. این وظیفه غالباً از طریق پیش‌بینی تغییرات آتی قیمت هر کدام از ابزار موجود در سبد دارایی انجام می‌گیرد. در این راستا، اغلب از تغییرات گذشته برای آرایه این پیش‌بینی‌ها استفاده می‌شود.

مدل‌های متعددی بر پایه نظریه‌های دانش اقتصاد و مالی توسعه یافته‌اند که در هر کدام سعی بر این است تا بر اساس مفروضاتی، بازده دارایی‌ها پیش‌بینی شود. در برخی از این مدل‌ها از متغیرهای برون‌زا^۱ جهت پیش‌بینی بازده آتی دارایی‌ها استفاده می‌شود. این متغیرهای برون‌زا همان عوامل ریسک است و بنابراین، چنین مدل‌هایی نگاهی برای بازده دارایی‌ها فراهم می‌آورد. مدل‌های تک شاخ‌صی و چندعاملی در این طبقه جای می‌گیرد. در برخی دیگر از این مدل‌ها، تنها از متغیرهای درون‌زا^۲ جهت پیش‌بینی بازده دارایی‌ها استفاده می‌شود. در واقع در این مدل‌ها فرض بر این است که بازده‌های دارایی در طی زمان از یکدیگر مستقل نیست. مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک^۳ در این طبقه جای می‌گیرد. در این گونه مدل‌ها، پویایی‌های موقت بازده، یعنی نحوه شکل‌گیری بازده در طی زمان مدل‌سازی می‌شود.

در این بخش، مروری بر برخی مدل‌های مالی و اقتصادی خواهیم داشت که جهت پیش‌بینی بازده دارایی‌ها توسعه یافته‌اند. اغلب مدل‌هایی که در این جا معرفی می‌شود، مدل‌های شرطی است. به همین دلیل گاهی به آن‌ها مدل‌های میانگین شرطی^۴ می‌گویند.

مدل گشت تصادفی^۵

یک گروه از مدل‌های بسیار رایج که شکل‌گیری بازده قیمت‌ها را تشریح می‌کند، بر این اساس است که روند قیمت‌های مالی از فرآیند گشت تصادفی^۶ تبعیت می‌کند. در این

1. exogenous
2. endogenous
3. autoregressive moving average (ARMA)
4. conditional mean models
5. random walk model
6. random walk process

مدل فرض می‌شود که رفتار قیمت یک ورقه بهادار را در هر دوره می‌توان توسط رابطه زیر
ارایه کرد:

$$\ln(P_t) = \mu_t + \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t \Rightarrow r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (۶-۴)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

که:

P_t : قیمت در پایان دوره t

μ_t : میانگین بازده دوره t

P_{t-1} : قیمت در پایان دوره $t-1$

ε_t : متغیر تصادفی دوره t ، دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_t^2

r_t : بازده دارایی در دوره t

این مدل بیان می‌کند که بازده ورقه بهادار در هر دوره، برابر است با میانگین بازده آن دوره به‌علاوه یک متغیر تصادفی. برای این متغیر می‌توان توزیعی را در نظر گرفت که عموماً نرمال است، اما می‌توان سایر توزیع‌ها را نیز به آن نسبت داد. برای دست‌یابی به پیش‌بینی‌های بازده برای هر دوره، باید پارامترهای آن را برآورد کنیم. پارامتر μ_t را می‌توان از طریق میانگین بازده‌های دوره‌های قبلی برآورد نمود و یا می‌توانیم میانگین بازده در طی دوره قبل را به‌عنوان برآوردی از این پارامتر در نظر بگیریم. برای برآورد پارامتر σ_t^2 نیز می‌توانیم از یکی از مدل‌های پیش‌بینی تلاطم که در بخش بعدی ارایه می‌گردد، استفاده کنیم. با برآورد این دو پارامتر، تصویر کاملی از توزیع بازده دارایی در دوره t در اختیارمان قرار می‌گیرد و بدین ترتیب برآورد ریسک در این دوره امکان پذیر می‌گردد. هرچند که شکل‌گیری این مدل بر اساس متغیرهای درون‌زا است و از عوامل ریسک برای تشریح نحوه شکل‌گیری بازده استفاده نشده است، می‌توانیم آن را به‌عنوان نگاشتی از بازده دارایی در نظر بگیریم. بدیهی است که بازده موردانتظار برابر است با:

$$E(r_t) = \mu_t \quad (۷-۴)$$

این رابطه، یک رابطه شرطی است، چراکه بازده موردانتظار دوره t بر اساس اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ (در این جا بازده‌های موجود تا زمان $t-1$) محاسبه می‌شود. در چنین مدل

ساده‌ای، خصوصاً زمانی که اندازه نمونه بزرگ باشد، اطلاعات هر دوره تأثیر بسیار ناچیزی بر بازده موردانتظار دوره بعد بر جای می‌گذارد. بنابراین، در عمل می‌توان رابطه (۴-۶) را به صورت زیر بازنویسی کرد تا به یک مدل غیرشرطی دست یافت.

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (۸-۴)$$

در این رابطه، بازده هر دوره از یک جزء ثابت (μ) و یک جزء تصادفی (ε_t) سازمان یافته است. بنابراین، بازده موردانتظار همواره عددی ثابت خواهد بود.

$$E(r) = \mu \quad (۹-۴)$$

اگر نمونه ما شامل اطلاعات k دوره قبل باشد، خواهیم داشت:

$$\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_i \quad (۱۰-۴)$$

مدل گشت تصادفی برای دوره‌های پیش‌بینی کوتاه‌مدت کاربرد دارد. زمانی که این مدل برای دوره‌های پیش‌بینی بسیار کوتاه‌مدت مثلاً، دوره‌های یک‌روزه مورد استفاده قرار می‌گیرد، میانگین بازده به شدت کوچک می‌شود. در این صورت می‌توانیم از میانگین بازده صرف‌نظر کنیم و بازده موردانتظار هر دوره را برابر صفر در نظر بگیریم.

مدل شاخصی شارپ^۱

ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۳ طی مقاله‌ای تحت عنوان «مدل ساده شده تحلیل سبد دارایی» به ارزیابی راه‌حلی ساده برای کاهش داده‌ها و محاسبات مورد نیاز مدل مارکویتز پرداخت.^۲ مدل عاملی شارپ به صورت مدل‌های تک‌عاملی^۳ و چندعاملی^۴ مطرح است. در مدل تک‌عاملی چنین فرض می‌شود که بازده کلیه اوراق بهادار تنها به یک دلیل با یکدیگر همبستگی دارند. این دلیل همان عامل مشترک است که کلیه اوراق بهادار، با شدت‌های

-
1. Sharpe index model
 2. Sharpe (1963).
 3. single-factor model
 4. multi-factor model

مختلف نسبت به آن واکنش نشان می‌دهند. این عامل مشترک معمولاً سبد بازار در نظر گرفته می‌شود. مدل تک‌عاملی شارپ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i I_t + \varepsilon_{it} \quad (11-4)$$

r_{it} : بازده دارایی i در پایان دوره t

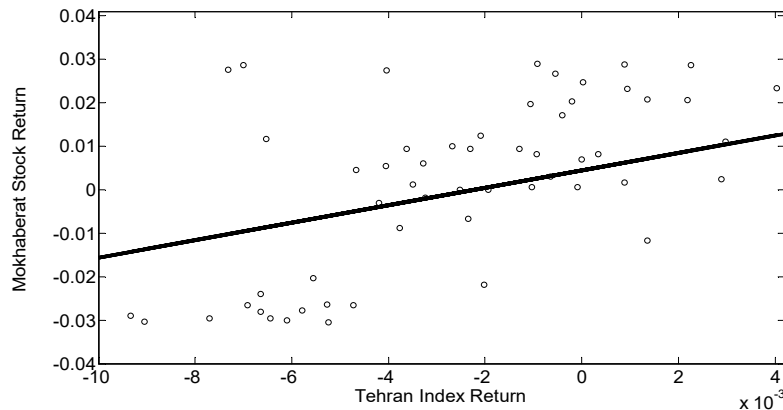
α_i : بازده ورقه بهادار i زمانی که کلیه عوامل صفر باشد.

β_i : ضریب حساسیت ورقه بهادار i نسبت به عامل مشترک

I_t : عامل مشترک بازده در پایان دوره t

ε_{it} : عامل اختصاصی بازده دارایی i در پایان دوره t

مدل عاملی شارپ به صورت ضمنی دو دسته رویداد را در تلاطم‌های بازده سهام مؤثر می‌داند. دسته اول رویدادهای کلان است که تقریباً کلیه اوراق بهادار را با شدت و ضعف‌های مختلف تحت تأثیر قرار می‌دهد. این دسته از رویدادها همان عامل مشترک است که میزان واکنش هر یک از اوراق بهادار به آن توسط ضریب بتا تعیین می‌شود. دسته دوم، رویدادهای خردی است که تنها بر روی سهام شرکت‌های منفرد مؤثر است و تأثیر کلی بر روی سهام ندارد. اعتصاب کارکنان یک شرکت، آتش‌سوزی در یکی از واحدها و فوت یکی از افراد کلیدی سازمان مثال‌هایی از این رویدادهای خرد است. نمودار زیر، خط مشخصات سهم مخابرات ایران برای دوره‌ای معین است. شیب این خط همان ضریب بتا و عرض از مبدأ آن معادل آلفاست. ($\beta = 2.004, \alpha = 0.004$)



نمودار (۴-۲): خط مشخصات سهم مخابرات ایران

این مدل نحوه شکل گیری بازده اوراق بهادار را بر اساس متغیرهای برونزا تشریح می کند. این متغیرها همان عوامل ریسک است و بنابراین از این مدل می توان به عنوان نگاشت بازده دارایی در مدل سازی Var استفاده کرد. بازده موردانتظار مدل برابر است با:

$$E(r_t) = \alpha + \beta E(I_t) \quad (12-4)$$

که $E(I_t)$ مقدار موردانتظار عامل مشترک در دوره t است. بدیهی است که برای دستیابی به پیش بینی های بازده باید پارامترهای α و β را برآورد کنیم. برآورد این پارامترها بر اساس روش حداقل مجذورات صورت می گیرد. بنابراین، راه حل بسته ای برای برآورد این پارامترها وجود دارد:

$$\hat{\beta} = \frac{\text{cov}(r_t, I_t)}{\sigma_I^2} \quad (13-4)$$

که $\text{cov}(r_t, I_t)$ ، کوواریانس بازده سهم با بازده شاخص، σ_I^2 واریانس بازده شاخص، \bar{I} و \bar{r} به ترتیب میانگین بازده سهم و میانگین بازده شاخص است.

مدل های میانگین متحرک^۱

مدل های میانگین متحرک برای داده های سری زمانی مورد استفاده قرار می گیرد. در این مدل ها فرآیند شکل گیری بازده قیمت ها به صورت زیر تشریح می شود:

$$MA(q) \quad r_t = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (14-4)$$

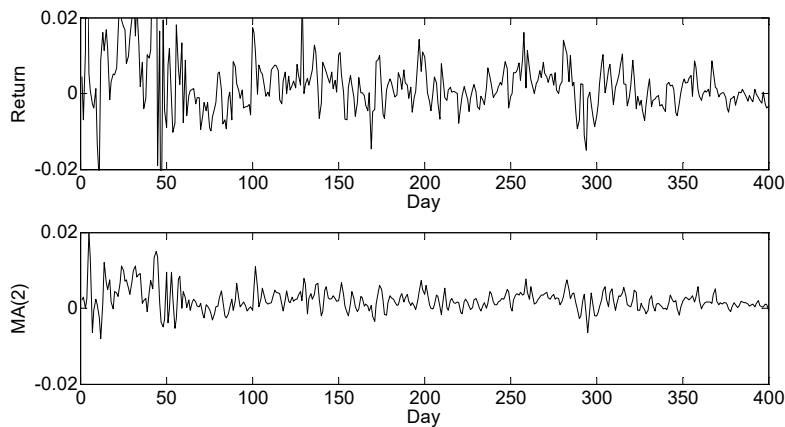
در این مدل، بازده دارایی در هر دوره (r_t) ، معادل حاصل جمع یک مقدار ثابت (ω) و ضرایب β_j در جملات خطای دوره هایی با وقفه های متناظر (ε_{t-j}) و جمله خطای همان دوره (ε_t) است. ضرایب β_j نشان گر خودهمبستگی ها در یک فرآیند میانگین متحرک می باشد. اگر مدل شامل همبستگی با جملات خطای یک دوره قبل (وقفه یک دوره ای) می باشد.

1. moving average models

باشد، به آن میانگین متحرک مرتبه اول^۱ می‌گویند و آن را با $MA(1)$ نشان می‌دهند. اگر این همبستگی با جملات خطای q دوره قبل برقرار گردد به آن میانگین متحرک مرتبه « q »^۲ می‌گویند و با $MA(q)$ نشان می‌دهند. برای مدل‌سازی مالی، مدل‌های $MA(1)$ و $MA(2)$ رایج است. به‌عنوان مثال رابطه زیر یک مدل $MA(2)$ است که برای شاخص سود نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران و طی دوره‌ای معین برآورد شده است:

$$r_t = 0.0022 + 0.3\varepsilon_{t-1} + 0.31\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad (۱۵-۴)$$

در نمودار (۳-۴)، بازده تحقق‌یافته و بازده پیش‌بینی‌شده حاصل از رابطه فوق برای یک دوره زمانی معین ارایه شده است. بدیهی است که اختلاف بین بازده تحقق‌یافته (نمودار بالایی) و بازده پیش‌بینی‌شده (نمودار پایینی) همان جمله خطاست.



نمودار (۳-۴): بازده تحقق‌یافته (نمودار بالایی) و بازده حاصل از فرآیند $MA(2)$ (نمودار پایینی) برای داده‌های بورس تهران

این دو نمودار شباهت قابل‌ملاحظه‌ای با یکدیگر دارند و این از برزش نسبتاً بالای مدل و معنی‌دار بودن پارامترهای برآورد شده حکایت می‌کند. این وضعیت گویای اینست که داده‌های مورد بررسی را نمی‌توان به‌طرز مناسبی با یک فرآیند گشت تصادفی تشریح کرد.

-
1. first-order moving average
 2. qth-order moving average

با وجود اینکه متغیرهای این مدل درون زاست، می توان آن را به عنوان نگاشت بازده دارایی یا سبد دارایی مجسم کرد. برای دستیابی به مقدار موردانتظار این مدل باید از جمله خطای دوره پیش بینی صرف نظر کنیم، چراکه مقدار موردانتظار این جمله صفر است:

$$E(r_t) = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (16-4)$$

برآورد پارامترها

مدل میانگین متحرک دارای $q+1$ پارامتر (ω و β_j ها) است که بر اساس روش حداکثر درست نمایی^۱ برآورد می شود. در بخش بعد، نمونه ای از نحوه استفاده این روش برای تخمین پارامترها تشریح می شود.

مدل های خودرگرسیون^۲

مدل های خودرگرسیون نیز برای داده های سری زمانی مورد استفاده قرار می گیرد. در این مدل ها فرآیند شکل گیری بازده قیمت ها به صورت زیر مدل سازی می شود:

$$AR(p) \quad r_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (17-4)$$

که ω و α_i پارامترهای مدل است.

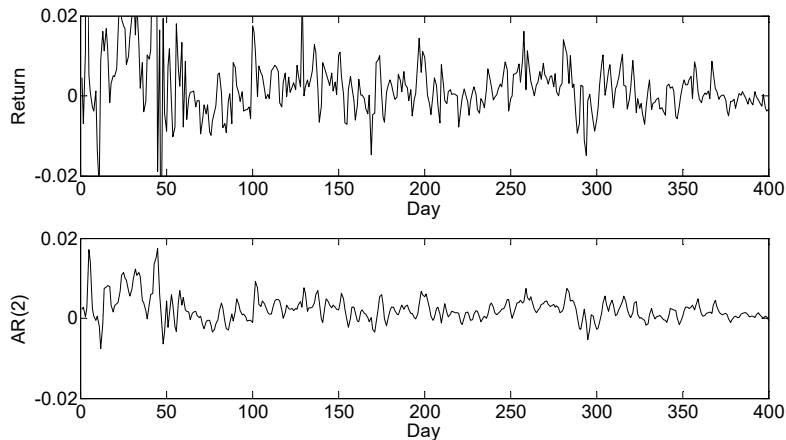
منظور از عبارت «خودرگرسیون» در این مدل، رگرسیون r_t بر روی مقادیر گذشته خودش می باشد. نشان گر ضرایب خودرگرسیون در این مدل هاست. اگر این رگرسیون بر روی بازده های یک دوره قبل باشد به آن خودرگرسیون مرتبه اول^۳ می گویند و آن را با $AR(1)$ و اگر بر روی بازده های p دوره قبل باشد، به آن خودرگرسیون مرتبه p ^۴ می گویند و آن را با $AR(p)$ نشان می دهند. برای مدل سازی مالی، مدل های $AR(1)$ و $AR(2)$ رایج تر است.

1. maximum likelihood
2. autoregressive models
3. first-order autoregressive
4. pth-order autoregressive

رابطه زیر نمایان‌گر یک مدل $AR(2)$ است که برای داده‌های حاصل از شاخص سود نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران برآورد شده است.

$$r_t = 0.0011 + 0.26r_{t-1} + 0.22r_{t-2} + \varepsilon_t \quad (۱۸-۴)$$

در نمودارهای زیر، بازده تحقق‌یافته شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران و بازده پیش‌بینی‌شده حاصل از رابطه فوق برای یک دوره زمانی معین ارایه شده است. بدیهی است که اختلاف این دو بازده در هر دوره، همان جمله خطا (ε_t) است.



نمودار (۴-۴): بازده تحقق‌یافته (نمودار بالا) و بازده حاصل از فرآیند $AR(2)$ (نمودار پایین) برای داده‌های بورس تهران

از این مدل نیز می‌توان به‌عنوان نگاهت بازده دارایی یا سبد دارایی استفاده کرد. ارزش موردانتظار این مدل برابر است با:

$$E(r_t) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i} \quad (۱۹-۴)$$

برآورد پارامترها

فرآیندهای آماری حاصل از سری زمانی بر اساس فنون مناسب برآورد آماری تخمین زده می‌شود. برای تخمین پارامترهای مدل‌های خودرگرسیون از برآوردکننده‌های حداکثر

در ست‌نمایی^۱ استفاده می‌شود. در این‌جا به تشریح نحوه تخمین پارامترهای مدل $AR(1)$ می‌پردازیم. رابطه این مدل به صورت زیر است:

$$r_t = \omega + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (20-4)$$

اولین گام برای برآورد پارامترها، اسناد یک توزیع احتمال به بازده‌هاست. این توزیع می‌تواند توزیع نرمال، توزیع t و یا هر توزیع شناخته‌شده آماری باشد. انتخاب از میان توزیع‌های آماری به ویژگی‌های داده‌ها بستگی دارد. به هر حال در این‌جا به منظور راحتی، فرض را بر این می‌گیریم که بازده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 است:

$$r \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (21-4)$$

بدیهی است که این توزیع یک توزیع شرطی است. یعنی بازده‌های هر دوره تنها مشروط بر میانگین تخمینی همان دوره نرمال است. توجه داشته باشید که واریانس برای تمامی دوره‌ها عددی ثابت برآورد می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_t \sim N(\mu_t, \sigma^2) \quad (22-4)$$

از این‌جا به راحتی نتیجه می‌گیریم که جملات اخلاص در هر دوره دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 است:

$$\varepsilon_t = r_t - \mu_t \Rightarrow \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (23-4)$$

بنابراین، هر جمله اخلاص بر اساس یک فرآیند تصادفی به شرح زیر ایجاد می‌شود:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma \quad (24-4)$$

که z_t متغیری دارای توزیع نرمال استاندارد است. بنابراین، باقیمانده استاندارد شده^۲ دارای توزیع نرمال استاندارد است:

-
1. maximum likelihood estimators (MLEs)
 2. standardized residual

$$z_t \sim N(0,1) \Rightarrow \frac{\varepsilon_t}{\sigma} \sim N(0,1) \quad (25-4)$$

برای تخمین پارامترهای مدل $AR(1)$ نسبت فوق یا همان باقیمانده‌های استاندارد شده را برای هر دوره استخراج می‌کنیم. برای این کار در هر دوره باقیمانده را استخراج می‌کنیم و همان‌طور که می‌دانیم این باقیمانده اختلاف بین بازده هر دوره و بازده موردانتظار همان دوره است. بازده موردانتظار هر دوره بر اساس رابطه شکل‌گیری بازده قیمت‌ها حاصل می‌شود. مخرج این کسر، شامل انحراف معیار تخمینی است. توجه داشته باشید که این انحراف معیار برای تمامی دوره‌ها مقدار ثابتی فرض می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma} = \frac{r_t - (\omega + \alpha_1 r_{t-1})}{\sigma} \quad (26-4)$$

این نسبت دارای توزیع نرمال استاندارد است. برای تخمین پارامترها از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده می‌کنیم. مبنای این روش این است که پارامترهای ω ، α و σ چه مقداری داشته باشد تا چگالی احتمال مشترک z_t حداکثر شود. اگر تعداد T مشاهده داشته باشیم، با فرض این که سری متغیر z_t دارای توزیع یکسان و مستقل از هم^۲ باشد، چگالی احتمال مشترک آن‌ها برابر با حاصل ضرب چگالی‌ها است. بنابراین، می‌توان پارامترها را با بیشینه کردن تابع احتمال^۳ به دست آورد:

$$\max L = \max \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu, \sigma) = \max \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{z_t^2}{\sigma^2}\right) \right) \quad (27-4)$$

که L تابع احتمال، φ_t تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد در دوره t و \prod شمارش‌گر ضرب است. در اغلب موارد بیشینه کردن تابع لگاریتمی ساده‌تر است به همین دلیل تابع لگاریتم احتمال^۴ را حداکثر می‌کنیم:

-
1. joint probability density
 2. identically and independent distributed (IID)
 3. likelihood function
 4. log-likelihood function

$$\begin{aligned} \max \ln L &= \max \ln \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) = \max \ln \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z_t^2}{2}\right) \right) \\ &= \max \sum_{t=1}^T \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{z_t^2}{2} \right) \quad (28-4) \end{aligned}$$

تابع لگاریتم احتمال، یک تابع افزایشی است بنابراین، هر پارامتری که L را حداکثر سازد، باعث حداکثر شدن $\ln L$ نیز می شود.

مثال (۱-۴): برآورد پارامترهای مدل $AR(1)$ سری زمانی جدول (۱-۴) را در نظر بگیرید. این سری زمانی شامل بازده های روزانه ماه گذشته یک سبد دارایی فرضی است. (بازده ها به درصد است)

r_t	t	r_t	t	r_t	t	r_t	t
۱/۸	-۷	-۱/۲	-۱۵	-۰/۸۹	-۲۳	-۰/۹۹	-۳۱
۵/۱۳	-۶	۱/۳۸	-۱۴	۱/۲۶	-۲۲	۵/۷۲	-۳۰
-۰/۳۳	-۵	۳/۱۹	-۱۳	-۰/۹۳	-۲۱	۲/۷۷	-۲۹
-۰/۴۲	-۴	-۱/۴۴	-۱۲	-۰/۵	-۲۰	-۰/۸۳	-۲۸
-۰/۷	-۳	-۰/۵۵	-۱۱	-۱/۲	-۱۹	۲/۴۲	-۲۷
-۰/۴۷	-۲	۴/۴۸	-۱۰	۳/۱	-۱۸	-۰/۴۴	-۲۶
-۵/۱۲	-۱	۳/۴۹	-۹	-۰/۸۴	-۱۷	۵/۲۱	-۲۵
-۲/۲۶	۰	۴	-۸	-۱/۶۲	-۱۶	۳/۰۹	-۲۴

جدول (۱-۴): سری زمانی بازده های روزانه ماه گذشته برای یک سبد فرضی

پارامترهای تخمینی حاصل از مدل $AR(1)$ به صورت زیر می باشد.

$$\theta = (\omega, \alpha_1, \sigma) = (0.82, 0.31, 1.50)$$

مجموعه پارامترهای مدل را با θ نشان داده ایم. دقت داشته باشید که σ نیز در فرآیند تخمین پارامترها برآورد می گردد که البته مقدار آن برای آرایه پیش بینی ها از اهمیت

برخوردار نیست. بنابراین، پارامترهای اصلی مدل همان ω و α_1 است که به ترتیب $0/۸۲$ و $0/۳۱$ برآورد شده است.

مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک

این مدل‌ها نیز برای داده‌های سری زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همان‌طور که از نام آن‌ها پیداست، مدل دارای دو قسمت است. یک قسمت مربوط به خودرگرسیون متغیر مورد بررسی در هر دوره با دوره‌های قبل می‌باشد. این خودرگرسیون می‌تواند با مقادیر متغیر در یک دوره قبل برقرار گردد که در این صورت به آن خودرگرسیون مرتبه اول می‌گویند و آن را با $AR(1)$ نشان می‌دهند. اگر بین متغیر مورد بررسی در هر دوره با مقادیر آن در دو دوره زمانی گذشته رابطه خودرگرسیون برقرار کنیم، به آن خودرگرسیون مرتبه دوم می‌گویند و اگر با p دوره زمانی گذشته ارتباط برقرار کنیم، به آن خودرگرسیون مرتبه p می‌گویند. قسمت دیگر مدل به برقراری ارتباط میان متغیر در هر دوره با جملات خطای دوره‌های قبل می‌پردازد. اگر این ارتباط با جملات خطای یک دوره قبل برقرار گردد، به آن میانگین متحرک مرتبه اول می‌گویند و آن را با $MA(1)$ نشان می‌دهند و اگر با q دوره زمانی گذشته ارتباط برقرار گردد، به آن میانگین متحرک مرتبه q می‌گویند و با $MA(q)$ نشان می‌دهند. مدل‌های $ARMA$ از ادغام مدل‌های خودرگرسیون و میانگین متحرک حاصل می‌شود. بر اساس این مدل می‌توان بازده هر دوره را بر اساس بازده‌ها و جملات خطای دوره‌های قبل مدل‌سازی کرد.

$$ARMA(p, q) \quad r_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (۴-۲۹)$$

ω : پارامتری که نشان‌گر مقدار بازده سهم در صورت صفر بودن دیگر پارامترهاست و به مثابه میانگین رابطه می‌باشد.

α_i : پارامتری که نشان‌گر وزن بازده‌های مرتبه i ام در تعیین بازده t ام است.

β_j : پارامتری که نشان‌گر وزن جملات خطای مرتبه j ام در تعیین بازده t ام است.

r_t : بازده‌های مرتبه i ام

1. second-order autoregressive

جملات خطای مرتبه « j » ام ε_t .

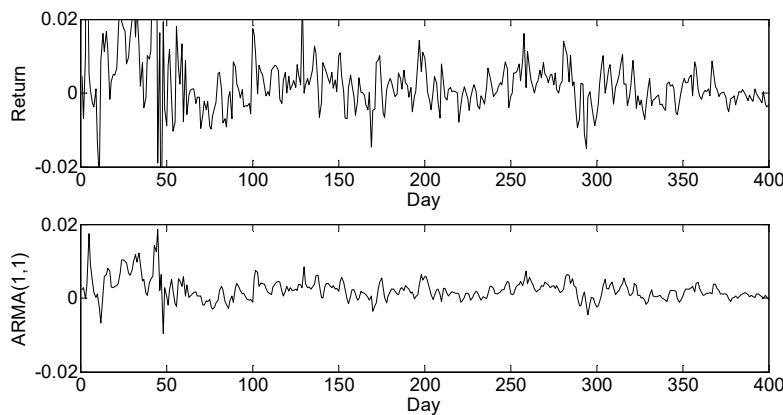
عبارت $ARMA(p, q)$ به معنی مدل خودرگرسیون میانگین متحرک با خودرگرسیونی مرتبه « p » ام و میانگین متحرک مرتبه « q » ام است. استفاده از مدل $ARMA(1,1)$ در سری بازده مالی بسیار رایج است. برای این مدل بر اساس رابطه فوق خواهیم داشت:

$$ARMA(1,1) \quad r_t = \omega + \alpha r_{t-1} + \beta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (30-4)$$

استفاده از این مدل‌ها خصوصاً زمانی که افق زمانی پیش‌بینی کوتاه باشد، بسیار رایج است. به‌عنوان مثال، مدل زیر بر اساس سری شاخص سود نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران برای دوره‌ای معین برآزش شده است:

$$r_t = 0.0006 + 68r_{t-1} - 0.38\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (31-4)$$

در نمودارهای زیر، بازده تحقق‌یافته شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران و بازده پیش‌بینی شده حاصل از رابطه فوق برای یک دوره زمانی معین آرایه شده است.



نمودار (31-4): بازده تحقق‌یافته (نمودار بالا) و بازده حاصل از فرآیند $ARMA(1,1)$ (نمودار پایین) برای داده‌های بورس تهران

برآورد پارامترها

برای پیش‌بینی بازده باید پارامترهای مدل $ARMA$ یعنی ω ، α و β را برآورد کنیم. در این‌جا باز هم تأکید می‌کنیم که تخمین پارامترها با اسناد یک توزیع احتمال به سری بازده آغاز می‌شود. این توزیع احتمال عموماً نرمال است، اما می‌توان از دیگر توزیع‌های شناخته‌شده آماری مانند توزیع t و توزیع خطای تعمیم‌یافته^۱ نیز استفاده نمود. برآورد این پارامترها مستلزم استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی است. روش کار دقیقاً شبیه همان فرآیندی است که برای مدل‌های AR تشریح نمودیم با این تفاوت که در این‌جا پارامترهای β به مجموعه پارامترها اضافه می‌شود. بنابراین، برای ساده‌ترین حالت مدل‌های $ARMA$ یعنی $ARMA(1,1)$ ، بازده‌های استانداردشده (معادل باقیمانده‌های استانداردشده) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{r_t} = \frac{r_t - (\omega + \alpha_1 r_{t-1} - \beta_1 \varepsilon_{t-1})}{r_t} \quad (۳۲-۴)$$

و در ادامه همان‌گونه که قبلاً تشریح کردیم، باید لگاریتم تابع احتمال این بازده‌های استانداردشده را جهت تخمین پارامترها حداکثر کنیم.

مدل عمومی شکل‌گیری بازده قیمت‌ها

آنچه در مورد مدل‌های شکل‌گیری بازده قیمت‌ها گفتیم تنها پنج مدل از انواع مدل‌های رایجی است که برای این منظور به کار گرفته می‌شود. همه این مدل‌ها قصد شنا سایی فرآیندی را دارند که بر اساس آن می‌توان نحوه حرکت بازده دارایی را توصیف کرد. به‌طور کلی تمامی مدل‌هایی که نحوه شکل‌گیری بازده قیمت‌ها را تشریح می‌کنند، از دو جزء تشکیل می‌شود:

۱. جزء قطعی^۲

۲. جزء تصادفی^۳

بدین ترتیب بازده دارایی‌ها تابعی از هر دو جزء است:

-
1. generalized error distribution (GDE)
 2. deterministic component
 3. random component

$$r_t = f(d_t, \varepsilon_t) \quad (۳۳-۴)$$

که r_t بازده دارایی در دوره t است؛ d_t جزء قطعی بازده در دوره t و ε_t جزء تصادفی بازده در دوره t می باشد. جزء تصادفی پس از تعیین جزء قطعی مشخص می شود. بر این اساس، بازده تابعی از جزء تصادفی، م شروط بر مقدار معینی از d_t است. این تابع عموماً تابعی ساده و خطی است:

$$r_t = d_t + \varepsilon_t \quad (۳۴-۴)$$

جزء قطعی بازده به ساختار مدل بستگی دارد. به عنوان مثال این جزء می تواند منعکس کننده اثرات فصلی^۱ یا اثرات تعطیلات^۲ باشد و یا ممکن است به صورت قضاوتی و یا بر اساس تحلیل رگرسیون تعیین گردد. مثلاً، در مدل گشت تصادفی، میانگین بازده (μ_t) جزء قطعی و جملات خطا به عنوان جزء تصادفی تلقی می شود. در مدل خودرگرسیونی میانگین متحرک، عبارت زیر جزء قطعی است:

$$\omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (۳۵-۴)$$

که در واقع همان بازده موردانتظار ($E(r_t)$) است. تفاوت این جزء با بازده واقعی که همان جملات خطاست، جزء تصادفی بازده را می سازد. بنابراین، منظور از جزء قطعی همان بازده موردانتظار است و هرگونه انحرافی از انتظارات به عنوان خطای پیش بینی در نظر گرفته می شود.

علت این که عبارت قطعی را برای جزء اول بازده به کار می بریم این است که مقدار آن با توجه به داده هایمان، پارامترها و ساختار مدل به صورت قطعی تعیین می شود و این در حالی است که جزء تصادفی به مقدار بازده واقعی و جزء قطعی بستگی دارد.

مدل های پیش بینی تلاطم، کوواریانس و ماتریس واریانس-کوواریانس

-
1. seasonal effects
 2. holiday effects

حال که با مدل‌های پیش‌بینی بازده آشنا شدیم به بخش دوم مدل‌سازی ریسک یعنی مدل‌های پیش‌بینی تلاطم می‌پردازیم. بدیهی است که وقتی از دارایی انفرادی سخن به میان می‌آید، مدل‌های پیش‌بینی تلاطم مطرح می‌شود و زمانی که سبد دارایی‌ها بررسی می‌شود، مدل‌های پیش‌بینی کوواریانس یا همبستگی و مدل‌های پیش‌بینی ماتریس واریانس-کوواریانس نیز پا به میان می‌گذارد. در ادامه، به ترتیب هر کدام از این مدل‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مدل‌های پیش‌بینی تلاطم

در بخش قبلی، مدل‌های پیش‌بینی بازده قیمت را مورد بررسی قرار دادیم. هدف این مدل‌ها، تعیین بازده موردانتظار دوره‌های آتی است. این بازده موردانتظار همراه با تلاطم‌هایی است. در این جا به معرفی مدل‌های پیش‌بینی تلاطم می‌پردازیم. به‌طور کلی این مدل‌ها را می‌توان در سه طبقه تقسیم‌بندی کرد:

- مدل میانگین متحرک ساده^۱
- مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی^۲
- مدل‌های تلاطم تصادفی^۳

تمامی این مدل‌ها، شرطی است. یعنی تلاطم هر دوره مشروط بر اطلاعات موجود تا دوره قبل، پیش‌بینی می‌شود. به همین دلیل به آن‌ها مدل‌های واریانس شرطی^۴ نیز می‌گویند.

مدل میانگین متحرک ساده

میانگین متحرک ساده، آسان‌ترین و رایج‌ترین راه تخمین تلاطم است. به این روش انحراف معیار تاریخی نیز اطلاق می‌شود. در این مدل با در نظر گرفتن تاریخچه‌ای از نرخ‌های بازده یک دارایی، نمونه‌ای خاص از تعداد k آخرین بازده را انتخاب می‌کنیم. بدین

-
1. simple moving average model (SMAM)
 2. exponentially weighted moving average model (EWMAM)
 3. stochastic volatility models
 4. conditional variance models

ترتیب، واریانس تخمینی بر اساس نمونه‌ای از k دوره معاملات گذشته به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^{t-1} (r_s - E(r_t))^2 \quad (4-36)$$

σ_t^2 : تلاطم تخمینی دوره t

r_t : « S » امین بازده دارایی

$E(r_t)$: بازده موردانتظار دارایی برای دوره t

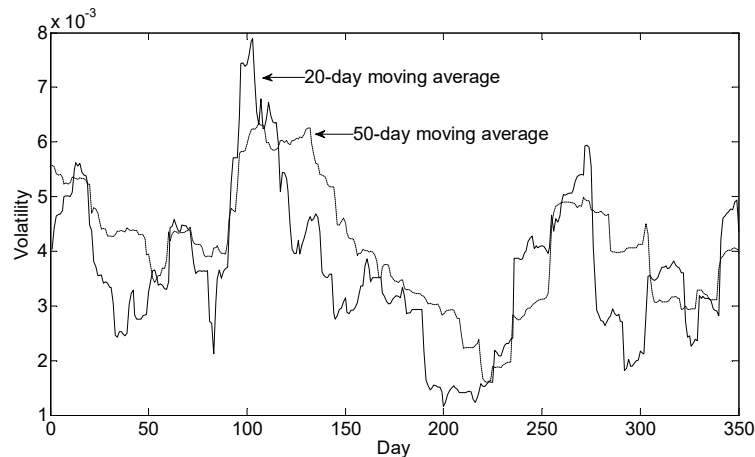
توجه داشته باشید که در میانگین متحرک ساده برای تخمین $E(r_t)$ معمولاً از مدل گشت تصادفی غیرشرطی استفاده می‌کنند و بنابراین، برای تمامی دوره‌ها، $E(r_t)$ را معادل μ یعنی میانگین سری بازده در نظر می‌گیرند. علت این امر بدیهی به نظر می‌رسد. همان طور که می‌دانیم عموماً تلاطم‌های سری مالی بیشتر قابلیت مدل سازی دارند، چراکه مطالعات، همبستگی تلاطم‌های بازده مالی و به اصطلاح تشکیل خوشه تلاطم^۱ را به اثبات رسانده است و این در حالی است که وجود همبستگی‌های بازده خصوصاً در بازارهایی که از کارایی نسبی برخوردارند، کمتر به چشم می‌خورد. بنابراین، زمانی که ما با به کارگیری مدل ساده‌ای مانند میانگین متحرک ساده از پویایی‌های تلاطم‌ها و وابستگی‌های زمانی آن‌ها به طرز قابل ملاحظه‌ای چشم‌پوشی می‌کنیم، دلیلی ندارد که بازده موردانتظار را بر اساس مدل‌هایی که وابستگی زمانی بازده را در نظر می‌گیرند، (مانند مدل $ARMA$) مدل سازی نماییم. با این حال می‌توانیم به جای $E(r_t)$ از مقادیر موردانتظار یکی دیگر از مدل‌های تشریح کننده بازده قیمت‌ها استفاده کنیم.

نکته قابل تأمل در میانگین متحرک ساده این است که به تمامی مشاهدات موجود در پنجره غلتان^۲ (k مشاهده) وزنی یکسان و به هر مشاهده‌ای که خارج از پنجره نمونه‌گیری باشد، وزن صفر اختصاص می‌دهد. بدین ترتیب مشاهدات خارج از نمونه در برآورد تلاطم بی تأثیر می‌شود.

-
1. volatility cluster
 2. rolling window

یکی از مسائلی که در رابطه با این مدل وجود دارد، انتخاب اندازه پنجره نمونه‌گیری یا همان انتخاب k است. هرچه k کوچک‌تر باشد، برآوردها از ثبات کمتری برخوردار است و هرچه k بزرگ‌تر باشد، ثبات برآوردها بیشتر می‌شود. از سوی دیگر انتخاب یک نمونه بزرگ به معنی استفاده از مشاهدات دورتر و احتمالاً نامربوط‌تر برای برآورد تلاطم است. بدین ترتیب باید بین ثبات برآوردها و مربوط بودن داده‌ها، موازنه‌ای برقرار کنیم.

همچنین این مدل برای مشاهداتی در نمونه که دورترند و مشاهدات اخیر وزن یکسانی در نظر می‌گیرد. اگر یک حادثه غیرعادی در تاریخ t رخ دهد، برنامه وزن‌دهی مدل گویای این است که اثرات آن در برآوردهای تلاطم تا k دوره بعدی ادامه خواهد داشت و این در حالی است که آن حادثه سپری شده و بازار به حالت عادی بازگشته است. این نتیجه به اثرات شبح^۱ منجر می‌شود. بدین معنی که برآوردهایمان از تلاطم به‌طور مصنوعی تا k دوره پس از رخداد حادثه غیرعادی، بالا خواهد بود و ناگهان پس از خروج این حادثه (مشاهده) از پنجره نمونه‌گیری، برآوردها به سطح عادی بازمی‌گردد. این اثرات در نمودار زیر برای داده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران ارایه شده است. در این جا اندازه k ، ۲۰ و ۵۰ انتخاب شده است.



نمودار (۴-۶): تلاطم‌های تخمینی شاخص بورس تهران با استفاده از میانگین متحرک ساده همان‌طور که ملاحظه می‌کنید در حوالی $t=100$ شوکی به بازار وارد شده است. بدیهی است که برای « k »های بزرگ‌تر، برآوردهای تلاطم در طی زمان مسطح‌تر بوده و

1. ghost effects

مدل واکنش کمتری نسبت به مشاهدات انفرادی از خود بروز می‌دهد. وقتی شوک ایجاد می‌گردد، هر دو تخمین تلاطم ناگهان بالا می‌رود. تخمین‌ها در ادامه برای مدتی بالا می‌ماند و در نهایت با خروج شوک از پنجره نمونه‌گیری افت می‌کند. نقاط اوج منعکس‌کننده اثرات شبح بوده و به k بستگی دارد. هرچه k کوچک‌تر باشد، تخمین‌ها زودتر اوج می‌گیرد و اثرات شوک نیز زودتر ناپدید می‌گردد. بنابراین، بین شدت و طول مدت اثرات شبح، موازنه‌ای برقرار است.

مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی

یک راه به‌دست‌آوردن ویژگی‌های پویای تلاطم، استفاده از میانگین متحرک با اوزان نمایی است که در این صورت آخرین مشاهدات وزن بزرگ‌تری را در تخمین تلاطم بر عهده دارد. به این روش هموارسازی نمایی-ریسک متریک^۱ نیز می‌گویند. این روش نسبت به مدل اوزان مساوی دارای دو مزیت مهم است. اولاً تلاطم به شوک‌های بازار واکنش سریع‌تری نشان می‌دهد، چراکه داده‌های اخیر وزن بزرگ‌تری را نسبت به داده‌های قدیمی به‌دوش می‌کشند. ثانیاً بعد از یک شوک (مثلاً، یک بازده بزرگ)، تلاطم به‌صورت نمایی به‌همراه کاهش وزن شوک مشاهده شده کاهش می‌یابد و متعاقباً خروج شوک از نمونه اثر چندانی بر واریانس و انحراف‌معیار نخواهد داشت. برعکس، در میانگین متحرک ساده، به‌هنگام خروج شوک از نمونه، تغییرات نسبتاً ناگهانی در انحراف‌معیار ایجاد می‌شود که در بیشتر موارد چندین ماه بعد از رخداد شوک است. میانگین متحرک با اوزان نمایی با معادله زیر نشان داده می‌شود:

رابطه ۲۸

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{s=0}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (r_s - E(r_t))^2 \quad (۳۷-۴)$$

که:

σ_t^2 : تلاطم تخمینی دوره t

λ : ضریب هموارسازی^۲

r_s : « s »امین بازده دارایی

1. exponential smoothing-RiskMetric
2. smoothing coefficient

$E(r_t)$: بازده موردانتظار دارایی برای دوره t

در این جا نیز همانند مدل SMA ، اغلب از مدل گشت تصادفی غیر شرطی برای برآورد بازده‌های موردانتظار استفاده می‌شود. بدین معنی که تمامی بازده‌های موردانتظار برابر عدد ثابتی (μ) در نظر گرفته می‌شود. با این وجود می‌توان از دیگر مدل‌های پیش‌بینی بازده نیز جهت برآورد $E(r_t)$ استفاده نمود.

بدیهی است که این تلاطم تخمینی مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ می‌باشد و بنابراین می‌توان آن را با $\sigma_{t|t-1}$ نیز نشان داد. یکی از خصوصیات جالب تخمین‌زننده با اوزان نمایی این است که می‌توان آن را به شکل بازگشتی نوشت. چنانچه مطابق آنچه گفته شد، بازده موردانتظار مساوی صفر فرض شود، می‌توان تلاطم دوره t را به صورت زیر برآورد کرد:

$$\sigma_{t|t-1}^2 = \lambda \sigma_{t-1|t-2}^2 + (1-\lambda) r_{t-1}^2 \quad (38-4)$$

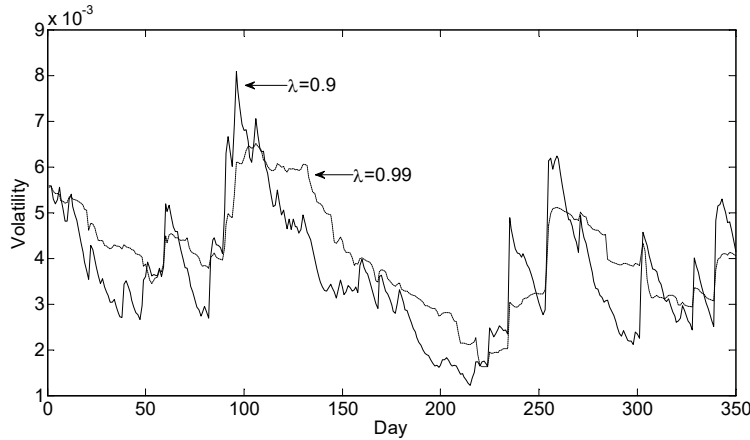
$\sigma_{t|t-1}^2$: تلاطم تخمینی دوره t بر اساس اطلاعات موجود تا تاریخ $t-1$

$\sigma_{t-1|t-2}^2$: تلاطم تخمینی دوره $t-1$ بر اساس اطلاعات موجود تا تاریخ $t-2$

در نمودار (۷-۴) برآوردهای حاصل از مدل $EWMA$ برای داده‌های نمودار (۴-۶) و برای ضرایب هموارسازی $0/99$ و $0/9$ ارائه شده است.

وقتی شوک حوالی $t=100$ رخ می‌دهد، هر دو تلاطم تخمینی اوج می‌گیرد و با گذشت زمان فروکش می‌کند. تخمین‌های حاصل از ضریب هموارسازی کوچک‌تر، بیشتر افزایش می‌یابد، اما زودتر فروکش می‌کند. تخمین‌های حاصل از $\lambda = 0.99$ با شدت کمتری افزایش می‌یابد، اما با نرخ آهسته‌تری افت می‌کند.

1. recursive



نمودار (۴-۷): تلاطم‌های تخمینی شاخص بورس تهران با استفاده از میانگین متحرک نمایی

بنابراین، ضریب هموارسازی اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر تلاطم‌های تخمینی می‌گذارد. با مقایسه نمودارهای (۴-۶) و (۴-۷) می‌توان فهمید که اثرات شیخ در مدل *SMA* نسبت به *EWMA* برجسته‌تر است.

برآورد ضریب هموارسازی

بر اساس روابط (۴-۳۷) و (۴-۳۸)، استفاده از مدل میانگین متحرک نمایی برای محاسبه و پیش‌بینی تلاطم‌ها، مستلزم تعیین ضریب هموارسازی (λ) است. ضریب هموارسازی بین صفر و یک است. هر چه این ضریب کوچک‌تر باشد، وزنی که به رویدادهای تازه داده می‌شود، بیشتر خواهد بود. اکنون این سؤال مطرح است که ضریب هموارسازی در چه صورتی بهینه خواهد بود و به افزایش دقت پیش‌بینی‌های مدل منجر می‌شود؟ یک شیوه برای انتخاب ضریب هموارسازی بهینه، این است که به ازای یک مقدار مشخص λ ، مقدار تلاطم‌های پیش‌بینی شده با مقدار واقعی آن مقایسه و خطای پیش‌بینی به حداقل برسد. یک شاخص آماری که برای این منظور استفاده می‌شود، همان جذر میانگین مجذورات خطا^۱ است که سیستم ریسک‌متریکس نیز بر پایه آن طراحی شده است. چنانچه بازده دوره t را با r_t و واریانس پیش‌بینی شده برای آن را با σ_t^2 نشان دهیم، خطای

1. root of mean squares error (RMSE)

پیش‌بینی برای دوره t به صورت تفاضل واریانس واقعی و واریانس پیش‌بینی شده خواهد بود یعنی:

$$\varepsilon_t = r_t^2 - \sigma_t^2 \quad (39-4)$$

بر اساس تعریف، جذر میانگین مجذورات خطا به صورت زیر خواهد بود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t^2 - \sigma_t^2)^2} \quad (40-4)$$

در معادله فوق، T ، تعداد واریانس‌ها (تلاطم‌ها) پیش‌بینی‌شده بازده است. همچنین توجه داشته باشید که σ_t^2 به صورت تابعی از r است. در عمل برای تعیین ضریب هموارسازی بهینه (r^*) باید ریشه دوم میانگین مجذورات خطا را حداقل کرد. برای این منظور باید مقادیر مختلف r را در معادله فوق قرار داد تا ضریب هموار سازی بهینه به دست آید. بر اساس مطالعات انجام شده توسط مؤسسه جی. پی. مورگان، مقدار r برای برآورد تلاطم‌های روزانه، $0/94$ و برای پیش‌بینی‌های ده‌روزه، $0/97$ پیشنهاد می‌شود. مقدار بهینه r معمولاً بین 90% و 99% است.

توجه داشته باشید که رابطه (40-4) بر این فرض استوار است که میانگین بازده دارایی در هر دوره صفر است. در صورتی که دوره‌ها کوچک باشد، این فرض منطقی به نظر می‌رسد. هم‌زمان با بزرگ‌تر شدن دوره‌های پیش‌بینی، انتظار می‌رود که بازده دارایی از صفر فاصله بگیرد. بدیهی است که در این صورت باید مجذور انحرافات از میانگین یعنی $(r_t - E(r_t))^2$ را جایگزین r_t^2 در رابطه (40-4) کرد.

مدل‌های تلاطم تصادفی

در اقتصادسنجی کاربردی^۱، مدل حداقل مجذورات^۲ از بیشترین استفاده برخوردار است. این یک انتخاب طبیعی است، چراکه عموماً متخصصان اقتصادسنجی کاربردی به دنبال این هستند که یک متغیر چگونه در پاسخ به تغییر دیگر متغیرها تغییر می‌کند. وظیفه متخصصان

1. applied econometrics
2. least squares model

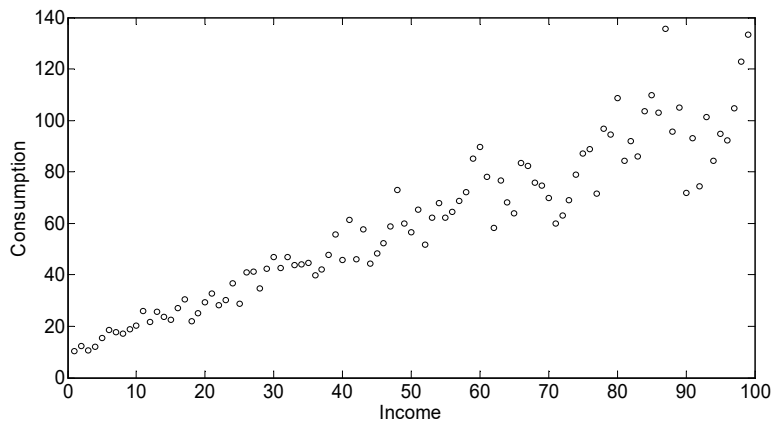
این حوزه، پیش‌بینی و تجزیه و تحلیل میزان خطاهای مربوط به مدل‌های برآورد شده است. پس از پیش‌بینی متغیرها، سؤالاتی راجع به نوسانات خطاهای مدل مطرح می‌شود و مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس^۱ و نیز خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته^۲ به عنوان ابزارهایی استاندارد برای پاسخگویی به این سؤالات تبدیل شده‌اند. این مدل‌ها نسبت به سایر مدل‌های تلاطم بهبود قابل ملاحظه‌ای یافته‌اند و به‌طور گسترده‌ای در اقتصاد سنجی و خصوصاً مدل‌سازی مالی کاربرد دارند. محرک چنین کاربرد گسترده‌ای، وجود ویژگی ناهمسانی واریانس در سری بازده مالی است.

ناهمسانی واریانس^۳

نسخه اصلی مدل حداقل مجذورات، بر اساس این فرض قرار دارد که ارزش مورد انتظار مجذورات تمامی جملات خطا، در هر نقطه خاصی یکسان است. این فرض در ادبیات اقتصادسنجی، همسانی واریانس^۴ نامیده می‌شود و تمرکز محوری مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس، عدم صحت همین فرض است. داده‌هایی که در آن‌ها واریانس‌های جملات خطا یکسان نیست و به‌طور منطقی انتظار می‌رود که در بعضی نقاط، بزرگ‌تر از سایر نقاط باشد، دارای ویژگی ناهمسانی واریانس است. هشدار ناشی از وجود ناهمسانی واریانس این است که ضرایب رگرسیون مربوط به یک رگرسیون حداقل مجذورات معمولی^۵ هنوز بدون تورش^۶ است، اما خطاهای معیار و فواصل اطمینان تخمینی حاصل از رویه‌های مرسوم آماری، بسیار باریک بوده و تصور نادرستی از دقت مدل به دست می‌دهد. بدین معنی که دقت مدل را بیش از واقع نشان می‌دهد. مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس مسأله ناهمسانی واریانس را از طریق مدل‌سازی واریانس مرتفع می‌کند. در نتیجه نه تنها نواقص حداقل مجذورات رفع می‌شود، بلکه یک پیش‌بینی برای واریانس هر جمله خطا ارائه می‌گردد. این پیش‌بینی خصوصاً در زمینه مالی بسیار مورد علاقه متخصصان است.

1. autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)
2. generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH)
3. heteroskedasticity
4. homoskedasticity
5. ordinary least squares regression
6. unbiased

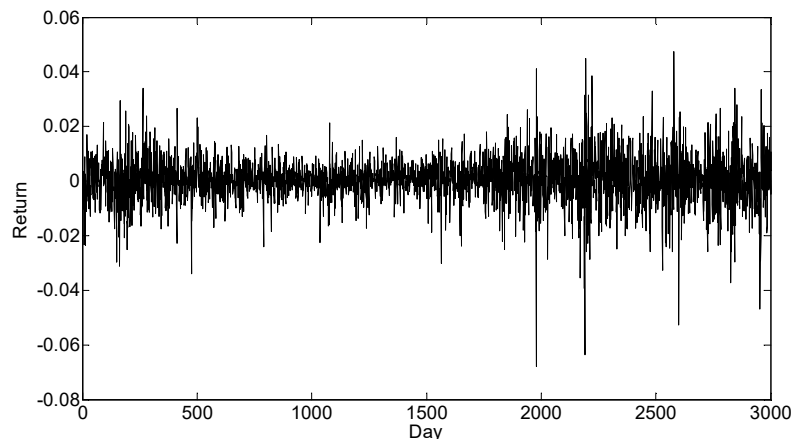
برای درک بیشتر ناهمسانی واریانس مثالی ارائه می‌کنیم. اگر به رابطهٔ مقطعی بین درآمد و مصرف خانوارها توجه کنیم، انتظار داریم که مصرف خانوارهای کم‌درآمد نسبت به خانوارهای پردرآمد، رابطهٔ نزدیک‌تری با درآمد داشته باشد، چراکه نرخ نهایی مصرف در خانوارهای کم‌درآمد نسبت به پردرآمد بیشتر است. خانوارهای فقیر پس‌انداز کمتری نسبت به خانوارهای پردرآمد دارند و بنابراین مصرف آن‌ها از طریق درآمدشان تأمین می‌شود. در یک رگرسیون مقطعی از مصرف خانوارها بر روی درآمد، احتمالاً مقادیر مطلق جملات خطای خانوارهای پردرآمد نسبت به خانوارهای کم‌درآمد، به دلیل وجود پس‌انداز، بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین با افزایش درآمد، وجود رابطهٔ محکم بین درآمد و مصرف زیر سؤال می‌رود و در نتیجه فرض همسانی واریانس درست نخواهد بود. نمودار زیر گویای این مسأله است.



نمودار (۴-۸): ناهمسانی واریانس بر اساس رابطهٔ درآمد و مصرف

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید درآمد و مصرف در خانوارهای کم‌درآمد رابطهٔ واضح‌تری دارد. با افزایش درآمد این رابطه زیر سؤال می‌رود و بدین ترتیب استفاده از رگرسیون معمولی برای تشریح چنین رابطه‌ای، مشمول خطاهای قابل ملاحظه‌ای است. گاهی متخصصان اقتصادسنجی کاربردی با سؤالی بدیهی در مورد دقت پیش‌بینی‌های صورت‌گرفته توسط مدل‌ها مواجه می‌شوند. در این‌جا مبحث کلیدی، واریانس جملات خطا و عاملی است که به بزرگ شدن آن‌ها منجر می‌شود. این پرسش اغلب در کاربردهای مالی مطرح می‌گردد و آن هنگامی است که متغیر وابستهٔ مدل، بازدهٔ دارایی یا سبد دارایی است و

واریانس بازده نمایانگر سطح ریسک بازده‌های پیش‌بینی شده می‌باشد. حتی مرور سریع داده‌های مالی ما را به این نتیجه می‌رساند که برخی از دوره‌های زمانی، از دیگر دوره‌ها ریسکی‌تر است. یعنی ارزش موردانتظار مقادیر جملات خطا در برخی زمان‌ها بیشتر از زمان‌های دیگر است. به‌علاوه این زمان‌های ریسکی به صورت تصادفی در طی داده‌های سالانه یا ماهانه پراکنده نیست، بلکه درجه‌ای از خودهمبستگی در ریسکی بودن بازده‌های مالی وجود دارد. زمانی که تحلیل‌گران مالی به نمودارهای بازده روزانه همانند نمودار (۴-۹) نگاه می‌کنند، متوجه می‌شوند که دامنه تلاطم بازده در طی زمان تغییر می‌کند. آن‌ها از این پدیده به‌عنوان خوشه‌بندی تلاطم^۱ یاد می‌کنند، چرا که تلاطم‌های بزرگ و تلاطم‌های کوچک طی دوره‌های متوالی به احتمال بیشتری با هم مشاهده می‌شود. به عبارتی دیگر، تلاطم‌های بزرگ با هم و تلاطم‌های کوچک نیز با هم مجتمع شده و به زبان فنی تشکیل خوشه می‌دهند.



نمودار (۴-۹): خوشه‌بندی تلاطم در بازده‌های شاخص سود نقدی و قیمت بورس تهران

مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس و نوع تعمیم‌یافته آن یعنی مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته دقیقاً برای برخورد با این مجموعه از داده‌ها طراحی شده‌اند. آن‌ها به ابزارهای بسیار رایجی برای مواجهه با مدل‌های سری زمانی که از مشخصه ناهمسانی واریانس برخوردارند، تبدیل شده‌اند. هدف این‌گونه

1. volatility clustering

مدل‌ها فراهم آوردن یک سنجه ریسک (مانند انحراف معیار) است که بتوان در تصمیمات مالی مربوط به تحلیل ریسک، انتخاب سبد دارایی و قیمت‌گذاری اوراق مشتقه از آن استفاده نمود.

پس از این مقدمه، به تشریح مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس می‌پردازیم.

روند توسعه مدل‌های ARCH و GARCH

هدف اصلی اقتصادسنجی در بررسی سری زمانی بازده مالی این است که چگونه از اطلاعات موجود برای پیش‌بینی میانگین (ارزش موردانتظار) و واریانس بازده استفاده نماید. درحالی‌که مدل‌های متعددی برای تشریح نحوه شکل‌گیری بازده و اندازه‌گیری بازده موردانتظار توسعه یافته است، تا قبل از معرفی خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس، روش دقیقی برای پیش‌بینی واریانس وجود نداشت. یک ابزار ساده اولیه، انحراف معیار غلتان^۱ است. این ابزار، روشی جهت محاسبه انحراف معیار بر اساس تعداد ثابتی از جدیدترین داده‌هاست و چنین فرض می‌کند که تلاطم بازده در دوره آتی، میانگین هم‌وزن مجذور باقیمانده‌های مربوط به تعداد ثابتی از مشاهدات دوره‌های قبلی است. در قسمت‌های قبل، این ابزار تحت عنوان میانگین متحرک ساده تشریح گردید. فرض اوزان برابر به نظر جالب نیست، چراکه می‌توان تصور نمود که حوادث اخیر، مهم‌ترند و بنابراین باید وزن بیشتری به آن‌ها اختصاص یابد. بدین ترتیب انحراف معیار غلتان با اوزان نمایی معرفی شد. ما در قسمت قبل از این روش تحت عنوان میانگین متحرک با اوزان نمایی یاد کردیم. تنها تفاوت این روش با روش انحراف معیار غلتان این است که به داده‌های جدیدتر، وزن بیشتری جهت محاسبه انحراف معیار داده می‌شود. در هر دو ابزار به مشاهدات ماقبل پنجره غلتان وزن صفر تعلق می‌گیرد که از معایب عمده این دو مدل است، چراکه قسمتی از اطلاعات دور ریخته می‌شود.

سرانجام مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس در سال ۱۹۸۲ توسط انگل پیشنهاد شد.^۲ این مدل، اوزان موجود در محاسبه واریانس را به عنوان پارامترهایی مجهول

1. rolling standard deviation

2. Engle (1982).

در نظر می‌گیرد و به برآورد آن‌ها می‌پردازد و بنابراین اجازه می‌دهد که با توجه به داده‌ها، بهترین اوزان برای پیش‌بینی واریانس برآورد گردد.

مدل خودرگرسیون مشروط برناهمسانی واریانس در سال ۱۹۸۶ توسط بولرسلف به مدل خودرگرسیونی مشروط برناهمسانی واریانس تعمیم یافته، تعمیم یافت.^۱ این مدل‌ها نیز همانند مدل‌های میانگین متحرک (ساده و نمایی)، میانگین موزون مجذور باقیمانده‌های دوره‌های قبلی است، اما دارای اوزانی است که پیوسته کاهش می‌یابد ولی هرگز صفر نمی‌شود. بدین معنی که اندازه پنجره نمونه‌گیری با افزایش داده‌های تاریخی افزایش می‌یابد و از تمامی ملاحظات تاریخی برای پیش‌بینی تلاطم استفاده می‌شود. به علاوه، راه‌اندازی این مدل‌ها کم‌هزینه بوده و تخمین پارامترهای آن نسبتاً آسان است و در عین حال به طرز اعجاب‌برانگیزی در پیش‌بینی واریانس‌های مشروط موفق عمل می‌کند.

توسعه مدل‌های ARCH و GARCH، انقلاب بزرگی در زمینه مدل‌سازی تلاطم‌های تصادفی ایجاد کرد. اهمیت این مدل‌ها تا بدانجاست که جایزه نوبل اقتصاد را در سال ۲۰۰۳ برای انگل به ارمغان آورد.

مدل‌های ARCH و GARCH

مطابق رایج‌ترین و ساده‌ترین مدل خودرگرسیونی مشروط برناهمسانی واریانس تعمیم یافته، بهترین پیش‌بینی‌کننده واریانس دوره بعدی، میانگین موزون متوسط واریانس بلندمدت^۲، واریانس پیش‌بینی شده دوره جاری و اطلاعات جدید دوره جاری است که از طریق آخرین مجذور باقیمانده به دست می‌آید.

به عنوان مثال، معامله‌گری را تصور کنید که می‌داند متوسط انحراف معیار بلندمدت روزانه شاخص استاندارد اند پورز ۵۰۰، یک درصد است. وی در روز گذشته، انحراف معیار شاخص را برای امروز ۲ درصد پیش‌بینی کرده و بازده غیرمنتظره امروز نیز ۳ درصد است. بدیهی است که با دوره‌های پرتلاطمی مواجهیم و خصوصاً امروز یک دوره پرتلاطم است. مدل پیشنهاد می‌کند که پیش‌بینی روز آینده منعکس کننده تلاطم بیشتری باشد. با این حال این حقیقت که میانگین انحراف معیار بلندمدت تنها یک درصد است، پیش‌بینی‌کننده را به کاهش واریانس تخمینی رهنمون می‌شود. بهترین استراتژی برای برآورد واریانس به ارتباط

1. Bollerslev (1986).
2. long-run average variance
3. Standard & Poors 500 (S&P 500)



بین روزها بستگی دارد. اگر این سه عدد را به توان دو برسانیم و به آن‌ها وزن یکسانی بدهیم، می‌توانیم پیش‌بینی روز آینده را به‌طریق زیر محاسبه کنیم:

$$\sqrt{\frac{1+4+9}{3}} = 2.16$$

به هر حال معامله‌گر به‌طور تجربی می‌داند که اگر به جای تخصیص اوزان مساوی، به‌ترتیب از وزن‌های ۰/۰۲، ۰/۹ و ۰/۰۸ برای این سه عدد استفاده کند، پیش‌بینی‌های دقیق‌تری خواهد داشت. بر این اساس، پیش‌بینی وی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\sqrt{0.02 \times 1 + 0.9 \times 4 + 0.08 \times 9} = 2.08$$

بر اساس مثال فوق، مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته را به‌صورت زیر فرموله می‌کنیم:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (4-41)$$

σ_t^2 : پیش‌بینی واریانس برای دوره t

ε_t^2 : مجذور باقیمانده (جمله خطا) در دوره $t-1$

σ_{t-1}^2 : واریانس پیش‌بینی شده برای دوره $t-1$

ω, α, β : پارامترهای مدل که برای پیش‌بینی واریانس دوره t باید برآورد شود.

از آن‌جا که σ_t^2 پیش‌بینی تلاطم دوره آتی بر اساس اطلاعات گذشته است، واریانس شرطی نامیده می‌شود. رابطه (4-41) تابعی از سه عبارت است:

• میانگین (ω)

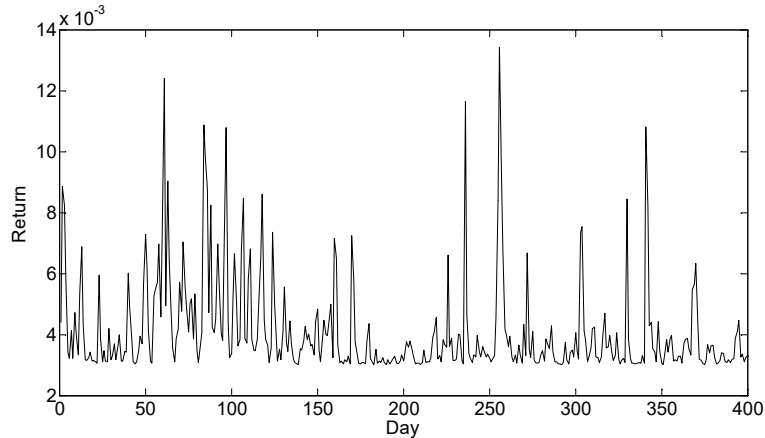
- اخبار راجع به تلاطم دوره قبل که بر اساس مربع آخرین باقیمانده (ε_{t-1}^2) اندازه‌گیری می‌شود و به آن «عبارت ARCH»^۱ می‌گویند. این باقیمانده از مدل‌های پیش‌بینی بازده حاصل می‌شود.
- پیش‌بینی اخیر واریانس (σ_t^2) که به آن «عبارت GARCH»^۲ می‌گویند.

مدل (۴-۴۱)، نوع خاصی از مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته است و اتفاقاً رایج‌ترین آن‌ها نیز می‌باشد. کاربرد این مدل آسان و تعداد پارامترهای آن کم است و اغلب برآزش نسبتاً خوبی با داده‌ها دارد. در این مدل، واریانس دوره آتی تنها با باقیمانده و واریانس پیش‌بینی‌شده یک دوره قبل ارتباط برقرار می‌کند که آن را با $GARCH(1,1)$ نشان می‌دهند. دو عدد داخل پرانتز به ترتیب نمایان‌گر مرتبه دوره‌هایی است که از باقیمانده‌ها و واریانس‌های پیش‌بینی‌شده استفاده می‌گردد. تغییر پارامترها مشکل است، اما می‌توان گفت مقدار بالای ضریب β بدین معنی است که تلاطم‌ها باثبات است و مدتی طولانی جهت تغییر می‌طلبد. مقدار بالای α گویای این است که تلاطم‌ها حساس است و به سرعت نسبت به تحركات بازار واکنش نشان می‌دهد. عموماً ضریب β دارای برآوردهایی بالای ۰/۷ است، اما α معمولاً کمتر از ۰/۲۵ می‌باشد. ما یک مدل $GARCH(1,1)$ را برای سری شاخص بازده نقدی و قیمت بورس و اوراق بهادار تهران در طی دوره‌ای معین برآزش کرده‌ایم. این مدل به صورت زیر است:

$$\sigma_t^2 = -0.000008 + 0.5\varepsilon_{t-1}^2 + 0.09\sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t \quad (4-42)$$

داده‌های این مدل، مشابه داده‌های نمودار (۴-۷) است. بر اساس مدل فوق، مقادیر برآورده شده برای پارامترهای آلفا و بتا به ترتیب ۰/۵ و ۰/۰۹ است. در نمودار (۴-۱۰) پیش‌بینی‌های حاصل از مدل فوق برای دوره‌ای منتخب ارائه شده است. در این مورد خاص، برآوردهای تلاطم حاصل از مدل $GARCH$ نسبت به مشاهدات حساس است و اثر شوک موجود در حوالی $t=100$ در تخمین‌های $GARCH$ نسبت به تخمین‌های $EWMA$ بسیار زودتر ناپدید می‌شود.

-
1. ARCH term
 2. GARCH term



نمودار (۴-۱۰): تلاطم تخمینی مدل $GARCH(1,1)$ برای داده‌های بورس تهران

تلاطم‌های حاصل از مدل $GARCH(1,1)$ به همان متغیرهای $EWMA$ بستگی دارد، اما در $EWMA$ به جای سه پارامتر، یک پارامتر (λ) وجود دارد و ما می‌توانیم $EWMA$ را به‌عنوان حالت خاصی از $GARCH(1,1)$ که در آن $\omega = 0$ ، $\alpha = 1 - \lambda$ و $\beta = \lambda$ مدنظر قرار دهیم.

مدل $GARCH(1,1)$ با عرض از مبدأ (ω) مثبت به ما اجازه می‌دهد تا تلاطم را به صورت رجوع‌کننده به میانگین^۱ مدل سازی کنیم. یعنی اگر تلاطم نسبتاً بالا باشد تمایل به کاهش و اگر نسبتاً پایین باشد، تمایل به افزایش در طی زمان دارد. واریانس بلندمدت، یعنی مقداری که واریانس در بلندمدت به آن گرایش دارد، از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$V = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta} \quad (43-4)$$

بنابراین، معادله (۴۱-۴) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\sigma_t^2 = (1 - \alpha - \beta)V + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (44-4)$$

1. mean-reverting

معادله فوق را k دوره به جلو می بریم:

$$\sigma_{t+k}^2 - V = \alpha(\varepsilon_{t+k-1}^2 - V) + \beta(\sigma_{t+k-1}^2 - V) \quad (45-4)$$

با توجه به این که: $E(\varepsilon_{t+k-1}^2) = \sigma_{t+k-1}^2$ خواهیم داشت:

$$E(\sigma_{t+k}^2 - V) = (\alpha + \beta)(\sigma_{t+k-1}^2 - V) \quad (46-4)$$

بنابراین، پیش بینی واریانس برای k دوره زمانی آینده به صورت زیر خواهد بود:

$$E(\sigma_{t+k}^2) = V + (\alpha + \beta)^k (\sigma_t^2 - V) \quad (47-4)$$

از آن جا که $\alpha + \beta < 1$ ، جمله دوم در معادله فوق با افزایش k ، کاهش می یابد و بدین ترتیب وقتی به آینده دورتر نگاه می کنیم، واریانس پیش بینی شده به V نزدیک می شود. این موضوع، تعبیر ما از V به عنوان واریانس بلندمدت را تأیید می کند. اگر $\sigma^2 > V$ ، واریانس موردانتظار k دوره آتی از V بزرگتر است و اگر $\sigma^2 < V$ ، واریانس موردانتظار k دوره آتی از V کوچکتر است. بنابراین، پیش بینی های $GARCH$ تمایل دارد که به طرف واریانس بلندمدت V بازگردد.

مدل تعمیم یافته $GARCH$ را به صورت زیر فرموله می کنیم:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (48-4)$$

در این مدل برای پیش بینی واریانس دوره آتی از سری های مجذور باقیمانده با ۱ تا p وقفه و نیز از سری های واریانس تخمینی با ۱ تا q وقفه استفاده می شود و آن را با $GARCH(p, q)$ نشان می دهند. به بیانی دیگر می توان گفت که p ، مرتبه عبارت $ARCH$ و q ، مرتبه عبارت $GARCH$ است.

مدل $ARCH$ شکل ساده تری از $GARCH$ است. در این جا برای پیش بینی واریانس هر دوره، از سری های مجذور باقیمانده با ۱ تا p وقفه استفاده می شود:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (49-4)$$

از آن‌جا که این مدل ARCH بر اساس باقیمانده‌های p وقفه‌ای نوشته شده است، آن را با $ARCH(p)$ نمایش می‌دهند.

برآورد پارامترها

برای برآورد پارامترهای مدل GARCH از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده می‌شود. در این جا برای سادگی، به تشریح نحوه تخمین پارامترهای مدل GARCH (1,1) می‌پردازیم. برای برآوردهای پارامترهای این مدل ابتدا فرض می‌شود که بازده، توزیع خاصی دارد. در این جا فرض می‌کنیم که بازده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 است:

$$r \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (50-4)$$

بدیهی است که این توزیع، یک توزیع شرطی است. یعنی بازده‌های هر دوره تنها مشروط بر پارامترهای تخمینی همان دوره نرمال است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \quad (51-4)$$

از این جا به راحتی نتیجه می‌گیریم که جملات خطا در هر دوره، توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_t^2 دارد:

$$\varepsilon_t = r_t - \mu_t \Rightarrow \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (52-4)$$

بنابراین، هر جمله خطا بر اساس یک فرآیند تصادفی به شرح زیر ایجاد می‌شود:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad (53-4)$$

که z_t متغیری دارای توزیع نرمال استاندارد است. بنابراین، باقیمانده‌های استاندارد شده دارای توزیع نرمال استاندارد است:

$$z_t \sim N(0,1) \Rightarrow \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \sim N(0,1) \quad (54-4)$$

برای تخمین پارامترهای مدل $GARCH(1,1)$ نسبت فوق یا همان باقیمانده‌های استاندارد شده را برای هر دوره استخراج می‌کنیم. صورت این کسر شامل باقیمانده هر دوره است و همان طور که می‌دانیم این باقیمانده اختلاف بین بازده یک دوره و بازده مورد انتظار آن دوره می‌باشد. بازده مورد انتظار هر دوره بر اساس رابطه شکل گیری بازده قیمت‌ها حاصل می‌شود و جزء قطعی رابطه شکل گیری بازده قیمت‌ها می‌باشد. مثلاً، در مدل گشت تصادفی، بازده مورد انتظار هر دوره صفر است و به همین دلیل اگر از این مدل استفاده کنیم، باقیمانده هر دوره برابر با بازده تحقق یافته همان دوره است. مخرج این کسر شامل انحراف معیارهای پیش‌بینی شده هر دوره است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} = \frac{r_t - E(r_t)}{\sigma_t} \quad (55-4)$$

این نسبت دارای توزیع نرمال استاندارد است و مخرج آن شامل پارامترهای مدل است. تخمین پارامترها با روش حداکثر در ست‌نمایی صورت می‌گیرد. مبنای این روش این است که پارامترهای ω ، α و β چه مقداری داشته باشند تا چگالی احتمال مشترک z_t حداکثر شود. اگر به اندازه T مشاهده داشته باشیم، با فرض این که سری متغیر z_t دارای توزیع یکسان و مستقل از هم است، چگالی احتمال مشترک آن‌ها برابر با حاصل ضرب چگالی‌هاست. بنابراین، می‌توان پارامترها را با حداکثر کردن تابع احتمال برآورد کرد:

$$\max L = \max \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) = \max \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sigma_t} \exp\left(-\frac{z_t^2}{\sigma_t^2}\right) \right) \quad (56-4)$$

که L تابع احتمال، φ_t تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد برای دوره t و \prod شمارش‌گر ضرب است.

در اغلب موارد، بیشینه‌سازی تابع لگاریتمی ساده‌تر است. تابع لگاریتم احتمال یک تابع افزایشی است بنابراین، هر پارامتری که L را حداکثر سازد، باعث حداکثر شدن $\ln L$ نیز می‌شود. به همین دلیل تابع لگاریتم احتمال را حداکثر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \max \ln L &= \max \ln \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) = \max \ln \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_t^2}{2}\right) \right) \\ &= \max \sum_{t=1}^T \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{z_t^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (۵۷-۴)$$

توجه داشته باشید که مدل‌های *GARCH* را می‌توان بر توزیع‌هایی غیر از توزیع نرمال نیز برازش کرد. به‌عنوان مثال، می‌توان توزیع t را به بازده‌ها نسبت داد و پارامترها را از طریق حداکثر کردن تابع احتمال توزیع t برآورد نمود.

نسخه‌های دیگر مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته
همان‌طور که قبلاً اشاره شد، مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس در سال ۱۹۸۲ توسط انگل و مدل تعمیم یافته آن در سال ۱۹۸۶ توسط بولرسلف ارایه گردید. از آن به بعد به دلیل اهمیت و کاربرد فراوان این گونه مدل‌ها، انواع و اقسام نسخه‌های آن توسط سایر متخصصان توسعه یافت. برخی از مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

- خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته جامع
- خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته عاملی
- خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته در میانگین
- خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته نامتقارن
- خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته ترکیبی

خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته جامع^۱

خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته جامع، از نسخه‌های معروف خانواده مدل‌های *GARCH* است. این مدل زمانی به کار می‌رود که سری بازده ایستا نباشد. سری بازده معمولاً ایستا نیست و بنابراین واریانس بلندمدت (V) وجود ندارد. در

1. integrated GARCH (IGARCH)

مدل سه پارامتری این حالت مربوط به زمانی است که $\alpha + \beta$ در معادله (۴-۴۱) برابر با یک شود. در این حالت مدل $GARCH(1,1)$ به صورت زیر درمی آید:

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta) \varepsilon_{t-1}^2 \quad (۴-۵۸)$$

این مدل اغلب در بازارهای ارز مورد استفاده قرار می گیرد و زمانی که $\omega = 0$ است، به مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی تبدیل می شود که یک مورد خاص از آن است.

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته عاملی^۱

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته عاملی، یکی دیگر از مدل های سودمند خانواده $GARCH$ است. این مدل تخمین تعدادی از تلاطم ها (و همبستگی ها) را بر اساس یک تخمین از واریانس، میسر می سازد. در حالت استاندارد، می توان تعدادی از تلاطم ها را بر اساس یک شاخص تلاطم بازار تخمین زد. به عنوان مثال، ممکن است n دارایی مختلف داشته باشیم که بازده آن ها از طریق مدل تک شاخصی به بازده بازار مرتبط می شود.

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i I_t + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, n \quad (۴-۵۹)$$

همان طور که می دانیم، در مدل تک شاخصی با فرض این که جملات خطا ناهمبسته بوده و کوواریانس بازده دارایی و شاخص بازار صفر است، واریانس دارایی i در دوره t به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma_{it}^2 = \beta_i^2 \sigma_{I_t}^2 + \sigma_{\varepsilon_{it}}^2 \quad (۴-۶۰)$$

برای کاربرد مدل $FGARCH$ ، ابتدا بر اساس رابطه (۴-۵۹) تخمین هایی از مقادیر $\sigma_{\varepsilon_{it}}^2$ و β_i به دست می آوریم. سپس از یک مدل استاندارد یک متغیره $GARCH$ برای تخمین تلاطم بازار ($\sigma_{I_t}^2$) استفاده می کنیم و تخمین های خود از پارامترها را برای به دست آوردن برآوردهایی از تلاطم دارایی های منفرد در رابطه (۴-۶۰) قرار می دهیم.

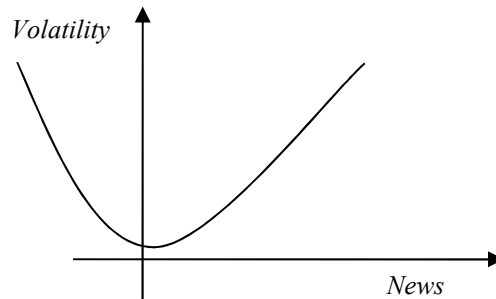
1. factor GARCH (FGARCH)

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته در میانگین^۱ اگر واریانس شرطی را در رابطه میانگین وارد کنیم، مدل حاصل، $GARCH$ در میانگین یا $GARCH-M$ نامیده می‌شود:

$$r_t = d_t + \gamma \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (۴-۶۱)$$

که d_t جزء قطعی رابطه شکل‌گیری بازده قیمت و یا همان رابطه میانگین می‌باشد و γ پارامتری است که مقدار آن به نقش واریانس شرطی در تشریح بازده بستگی دارد. در نسخه دیگری از $GARCH-M$ از انحراف معیار شرطی به جای واریانس شرطی استفاده می‌شود. مدل $GARCH-M$ اغلب هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرد که بازده مورد انتظار یک دارایی به ریسک مورد انتظار آن مربوط است. ضریب تخمینی برای ریسک مورد انتظار (γ)، معیاری از موازنه ریسک-بازده است.

مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته نامتقارن^۲ اغلب مشاهده می‌شود که حرکات روبه پایین^۳ بازده سهام نسبت به حرکات روبه بالا^۴ با همان اندازه، تلاطم‌های بزرگ‌تری را به دنبال دارد. به نمودار زیر توجه کنید:



نمودار (۴-۱۱): عدم تقارن اثر اخبار خوب و بد در تلاطم

1. GARCH-in-mean model
2. asymmetric GARCH models
3. downward movements
4. upward movements

انگل و ان جی اثر نامتقارن اخبار را با چنین نموداری تشریح کردند.^۱ این نمودار نشان می‌دهد که اولاً اخبار عامل اصلی ایجاد تلاطم در بازده سهام است و ثانیاً اثر اخبار خوب و بد در تلاطم‌ها به صورت متقارن نیست. اخبار بد نسبت به اخبار خوب بیشتر موجب تلاطم بازده سهام می‌شود.

برای احتساب عدم تقارن واریانس، مدل‌های مختلفی طراحی شده است که در این میان $TGARCH$ و $EGARCH$ دو مدل معروف است. هم‌اکنون به بررسی آن‌ها می‌پردازیم.

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته آستانه^۲ مدل $TGARCH$ توسط زاکویان^۳ و نیز گلوستن، جانانان و رونکل^۴ معرفی شد. رابطه واریانس شرطی این مدل به صورت زیر است:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (۶۲-۴)$$

که I_t تابع معرف است و طبق تعریف عبارت است از:

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (۶۳-۴)$$

در این مدل، اخبار خوب ($\varepsilon_t > 0$) و اخبار بد ($\varepsilon_t < 0$) اثرات متفاوتی بر واریانس شرطی دارد. اخبار خوب دارای اثر α است در حالی که اثر اخبار بد $\alpha + \gamma$ است. اگر $\gamma > 0$ ، می‌گوییم که اثر اهرم^۵ وجود دارد و اگر $\gamma \neq 0$ ، اثر اخبار، نامتقارن است. برای مدل‌های $TGARCH$ با مراتب بالاتر می‌توان نوشت:

1. Engle and NG (1993).
2. threshold GARCH (TGARCH)
3. Zakoian (1990).
4. Glosten, Jagannathan and Runkle (1993).
5. leverage effect

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (64-4)$$

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته^۱ مدل EGARCH توسط نلسون معرفی شد.^۲ رابطه این مدل به صورت زیر است:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (65-4)$$

سمت چپ این رابطه، لگاریتم واریانس شرطی است. این رابطه نشان می‌دهد که اثر اهرم بیشتر از این که درجه دو^۳ باشد، نمایی است. نامفی بودن پیش‌بینی‌های واریانس شرطی در این رابطه تضمین می‌شود. وجود اثرات اهرم را می‌توان با آزمون فرضیه $\gamma \leq 0$ نشان داد. در صورتی که $\gamma \neq 0$ ، اثر اخبار، نامتقارن است. نسخه اصلی EGARCH یعنی مدل اولیه نلسون دارای رابطه‌ای به قرار زیر است:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (66-4)$$

این رابطه از دو جهت با رابطه (۶۵-۴) متفاوت است. اول این که نلسون فرض کرد که ε از توزیع خطای تعمیم‌یافته تبعیت می‌کند در حالی که در رابطه قبلی فرض می‌شود که خطاها دارای توزیع نرمال است. دوم این که رابطه نلسون برای لگاریتم واریانس شرطی کمی با رابطه (۶۵-۴) متفاوت است. تخمین مدل نلسون با فرض نرمال بودن خطاها برآوردهایی همانند رابطه (۶۶-۴) ارایه می‌دهد و تنها در برآورد پارامتر ω به اندازه تفاوت دارد.

برای مدل‌های مراتب بالاتر EGARCH داریم:

1. exponential GARCH (EGARCH)
2. Nelson (1991).
3. quadratic

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{i=1}^q \beta_i \log(\sigma_{t-i}^2) \quad (۶۷-۴)$$

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته ترکیبی^۱

مدل استاندارد خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس، دارای تلاطمی است که به یک مقدار بلندمدت یا به یک سطح پایه نزدیک می شود. این سطح پایه به پارامترهای مدل بستگی دارد، اما این پارامترها در طی زمان ثابت است. این امر تا حدی باعث ایجاد محدودیت در دقت برآوردهای مدل می شود، اما می توان آن را با استفاده از مدل $CGARCH$ مرتفع نمود. به عنوان مثال اگر از مدل $GARCH(1,1)$ استفاده می کنیم، می توانیم مقدار ثابت V را با یک معادله پایه تلاطم تعویض کنیم:

$$V_t = \bar{\omega} + \rho(V_{t-1} - \bar{\omega}) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) \quad (۶۸-۴)$$

که V_t تلاطم بلندمدت متغیر با زمان^۲ است. $\bar{\omega}$ ، ρ و ϕ پارامترهای این معادله است. این معادله، تغییر تلاطم پایه را در پاسخ به شرایط بازار ممکن می سازد و تشریح کننده مؤلفه پایدار^۳ یعنی V_t است که با توان ρ به $\bar{\omega}$ هم گرا می شود. ρ عموماً بین ۰/۹۹ و ۱ است. بنابراین، V_t بسیار آهسته به $\bar{\omega}$ نزدیک می شود. در واقع مدل $CGARCH$ امکان بازگشت به میانگین^۴ را به سمت یک سطح متغیر فراهم می کند. رابطه (۶۸-۴) به همراه رابطه زیر مدل $CGARCH$ را تعریف می کند:

$$\sigma_t^2 - V_t = \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - V_{t-1}) + \beta(\sigma_{t-1}^2 - V_{t-1}) \quad (۶۹-۴)$$

در این رابطه، σ_t^2 همان واریانس شرطی است. این رابطه تشریح کننده مؤلفه ناپایدار^۵ یعنی $\sigma_t^2 - V_t$ است که با توان $\alpha + \beta$ به صفر نزدیک می شود. می توانیم روابط (۶۸-۴) و (۶۹-۴) را با هم ترکیب کنیم:

1. components GARCH (CGARCH)
2. time varying long run volatility
3. permanent component
4. mean reversion
5. transitory component

$$\sigma_t^2 = (1 - \alpha - \beta)(1 - \rho)\bar{\omega} + (\alpha + \phi)\varepsilon_{t-1}^2 \quad (۷۰-۴)$$

که نشان می‌دهد مدل ترکیبی یک مدل محدودشده $GARCH(2,2)$ است. این امکان وجود دارد که متغیرهای برون‌زایی را در معادله واریانس شرطی مدل ترکیبی وارد کنیم. این متغیرها را می‌توان در معادله تشریح‌کننده مؤلفه پایدار، ناپایدار و یا هر دو وارد کرد. متغیرهای موجود در معادله ناپایدار در حرکات کوتاه‌مدت تلاطم اثرگذارند در حالی که متغیرهای موجود در معادله پایدار، سطح تلاطم بلندمدت را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

هم‌چنین می‌توانیم مدل $CGARCH$ را با احتساب عدم‌تقارن در نظر بگیریم. چنین مدلی، $CGARCH$ نامتقارن^۱ نام دارد. برای طراحی چنین مدلی اثرات عدم‌تقارن را در معادله ناپایدار داخل کرده و مدل‌هایی به‌صورت زیر را برآورد می‌کنیم:

$$V_t = \bar{\omega} + \rho(V_{t-1} - \bar{\omega}) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + \theta_1 Z_{1t} \quad (۷۱-۴)$$

$$\sigma_t^2 - V_t = \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - V_{t-1}) + \gamma(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1})I_{t-1} + \beta(\sigma_{t-1}^2 - V_{t-1}) + \theta_2 Z_{2t} \quad (۷۲-۴)$$

که Z_{1t} و Z_{2t} متغیرهای برون‌زا می‌باشند.

تلاطم ضمنی^۲

یک رویکرد بسیار متفاوت برای تخمین تلاطم، استفاده از تلاطم ضمنی به‌دست‌آمده از قیمت‌های اختیار معامله است. ایده پشت این رویکرد این است که اگر دارایی موردنظر دارای اختیار معامله باشد و ما از مقادیر دیگر متغیرهای موجود در رابطه قیمت‌گذاری اختیار معامله خبر داشته باشیم، می‌توانیم بر اساس قیمت اختیار معامله، مقدار تلاطم سازگار با آن قیمت را استخراج کنیم. به‌عنوان مثال، فرض کنید که ما داده‌های مربوط به قیمت‌گذاری یک اختیار خرید اروپایی را داریم. هم‌چنین در نظر داشته باشید که قیمت‌گذاری این اختیار معامله از طریق روش استاندارد بلک-شولز صورت می‌گیرد. با فرض این که تمامی

1. asymmetric CGARCH
2. implied volatility

شرایط بلک-شولز حفظ شود (یعنی فرآیند پایه شکل‌گیری قیمت‌های دارایی تعهدشده، یک حرکت برآونی هندسی^۱ باشد و این دارایی سود تقسیمی پرداخت نکند)، نظریه^۱ اسای بلک-شولز به ما می‌گوید که قیمت این اختیار معامله (c) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rt} N(d_1 - \sigma\sqrt{t}) \quad (۷۳-۴)$$

که:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r_f + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (۷۴-۴)$$

S قیمت جاری سهم، X قیمت توافقی، r_f نرخ بهره بدون ریسک، t مدت زمان باقیمانده تا سررسید بر حسب سال، σ تلاطم دارایی تعهدشده^۲ و $N(\cdot)$ مقدار توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. تصور کنید که مقادیر تمامی این متغیرها را به غیر از تلاطم می‌دانیم. بنابراین، اگر مدل درست باشد، می‌توانیم از رابطه فوق برای به دست آوردن تلاطم مربوطه استفاده کنیم. تلاطم‌های ضمنی به ندرت دارای راه‌حل‌های بسته است ولی راه‌اندازی آن‌ها در یک برنامه صفحه گسترده با استفاده از روش‌های دونیم‌سازی^۳ یا نیوتن-رافسون^۴ بسیار ساده است.

مزیت‌های تلاطم ضمنی

تلاطم ضمنی یک تخمین گذشته‌نگر از تلاطم نیست، بلکه یک پیش‌بینی آینده‌نگر از تلاطم برای مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید اختیار معامله است. بنابراین، تلاطم ضمنی دارای دو مزیت بزرگ نسبت به سایر روش‌های تاریخ محور است: تلاطم ضمنی اطلاعاتی را که دیگر رویکردها از آن صرف‌نظر می‌کند (مانند انتظارات قریب‌الوقوع کاهش ارزش ارزی که تاکنون ثابت بوده) در محاسبات تلاطم دخیل می‌کند و نیز برآوردهایی از تلاطم فراهم می‌آورد که فعالان مجرب بازار نسبت به آن اطمینان کافی دارند و از این بابت بر سر

-
1. geometric Brownian motion
 2. underlying asset
 3. bisection methods
 4. Newton-Raphson

پول خود شرط‌بندی می‌کنند. به همین دلیل اعتقاد عمومی بر این است که پیش‌بینی‌های تلاطم ضمنی بهتر از پیش‌بینی‌های تاریخ‌محور است.

محدودیت‌های تلاطم ضمنی

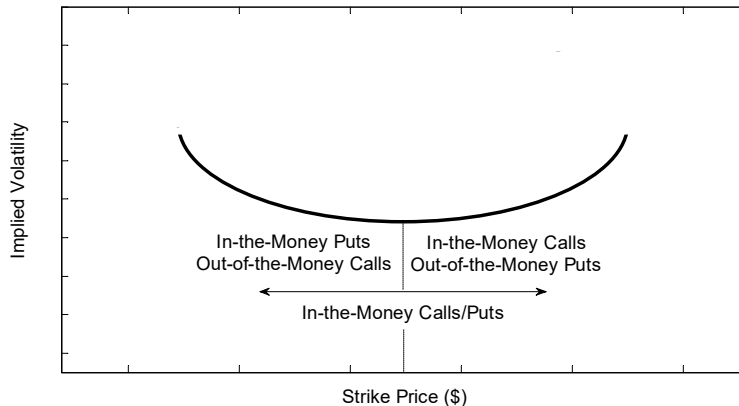
به‌هرحال درستی روش تلاطم ضمنی جهت برآورد تلاطم، مشروط بر صحت مدل مورد استفاده است. اگر مدل داری تورش یا اشکالات دیگری با شد، تخمین‌هایی همراه با تورش یا اشکال ارایه می‌دهد. این یک مشکل اساسی است، چراکه مدل‌های استاندارد قیمت‌گذاری اختیار معامله، محدودیت‌های شناخته‌شده‌ای دارد. بیشتر آن‌ها هزینه‌های معامله^۱، دامنه قیمت پیشنهادی خرید و فروش^۲، اثر عدم نقدینگی بازار^۳ و دیگر نارسایی‌های بازار^۴ را نادیده می‌گیرند. این مدل‌ها همچنین مشکلات اساسی‌تری در رابطه با برخی از مفروضات کلیدی خود دارند. این مشکلات شامل مسائل موجود در مدل بلک-شولز است که معروف به «چاله‌های بلک-شولز»^۵ می‌باشد. چاله‌های بلک-شولز ناظر بر مفروضاتی همچون تبعیت دارایی تعهد شده از یک حرکت برآونی هندسی، ثابت بودن نرخ بهره بدون ریسک و مانند آن می‌باشد. نقض این مفروضات باعث ایجاد پدیده‌هایی مانند لبخندهای تلاطم^۶ و چولگی‌های تلاطم^۷ می‌شود که به‌طور جدی استخراج تلاطم ضمنی را امری غامض می‌نماید. به‌عنوان مثال، پدیده لبخند تلاطم وقتی حادث می‌شود که با تعدادی برآورد مختلف از تلاطم ضمنی مواجه شویم. این برآوردها، ناشی از وجود تعدادی اختیار معامله هم‌سرر سید برای یک دارایی است. در این حالت، مسأله مهم این است که کدام تلاطم ضمنی تطابق بیشتری با واقعیت آتی تلاطم دارایی دارد.

در نمودار (۴-۱۲) پدیده لبخند تلاطم ارایه شده است. همان‌طور که در شکل نمایان است، وجود تعداد زیادی اختیار معامله با یک سرر سید برای یک دارایی موجب می‌شود که مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز برآوردهای مختلفی را از تلاطم ضمنی دارایی ارایه دهد.

1. transaction costs
2. bid-ask spreads
3. market illiquidity
4. market imperfections
5. holes in Black-Scholes
6. volatility smiles
7. volatility skews



بدیهی است که این برآوردهای مختلف از تفاوت در قیمت‌های توافقی این قراردادهای نشأت می‌گیرد. در این حالت ممکن است در یک زمان اختیار معامله‌های زیر قیمت^۱، بالای قیمت^۲ و سر به سر^۳ با سرر سید یک‌سان برای یک دارایی تعهد شده موجود باشد که مدل، تلاطم ضمنی هر کدام را متفاوت از دیگری محاسبه می‌کند. به‌هر حال این مشکلات وجود دارد و معامله‌گران اختیار معامله روش‌های پیشرفته‌ای را جهت مواجهه با آن‌ها توسعه داده‌اند.



نمودار (۴-۱۲): اختیار معامله و پدیده لبخند تلاطم

تلاطم‌های ضمنی دارای محدودیت دیگری نیز می‌باشد. آن‌ها فقط برای دارایی‌هایی موجودند که دارای اختیار معامله‌اند. یعنی تنها برای مجموعه کوچکی از دارایی‌ها می‌توانیم تلاطم ضمنی محاسبه کنیم.

مدل‌های پیش‌بینی کوواریانس‌ها و همبستگی‌ها

تا این‌جا نحوه پیش‌بینی تلاطم دارایی‌های منفرد مورد بررسی قرار گرفت، اما از نحوه تخمین تلاطم سبد دارایی که شامل در نظر گرفتن ارتباطات میان دارایی‌های موجود در سبد و وزن هر یک از دارایی‌های موجود در آن است، سخنی به میان نیامد. در این بخش هدف

-
1. out of money
 2. in the money
 3. at the money

ما پرداختن به همین موضوع است و در واقع قصد داریم که دیدگاه خود را تغییر دهیم و دارایی‌ها را نه به صورت مجزا از هم بلکه به صورت مجموعه‌ای مرتبط با هم در نظر آوریم. به تعداد مدل‌های موجود برای پیش‌بینی تلاطم، مدل‌هایی نیز برای پیش‌بینی کوواریانس‌ها و همبستگی‌ها وجود دارد که هم‌اکنون به معرفی برخی از آنها می‌پردازیم.

مدل میانگین متحرک ساده

برآورد کوواریانس‌ها و یا همبستگی‌ها، به طور مستقیم موازی برآورد تلاطم‌هاست. ابتدایی‌ترین روش برآورد، میانگین متحرک ساده یا همان میانگین متحرک با اوزان برابر است که رابطه آن به صورت زیر است:

$$\sigma_{12,t} = \frac{1}{T} \sum_{s=1}^{t-1} (r_{1s} - \mu_1)(r_{2s} - \mu_2) \quad (75-4)$$

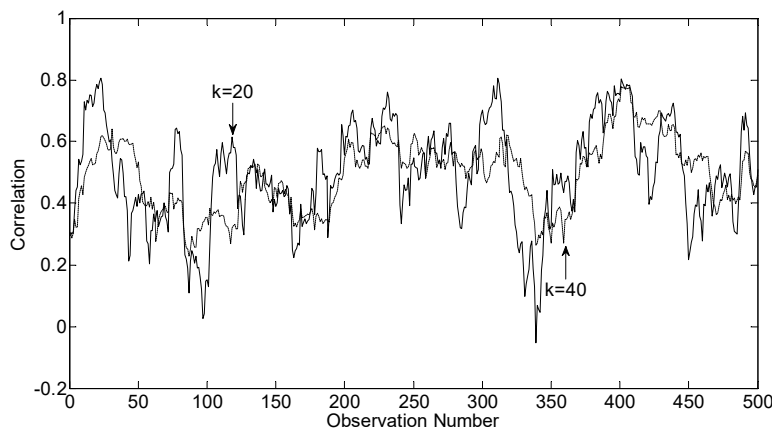
در این رابطه، $\sigma_{12,t}$ کوواریانس بازده دارایی یک و دو در زمان t است. r_{1s} « S » امین بازده دارایی یک و r_{2s} « S » امین بازده دارایی دو است. μ_1 و μ_2 نیز به ترتیب میانگین بازده دارایی یک و دو است. k هم حجم نمونه می‌باشد. مسأله تعیین حجم نمونه همواره ذهن متخصصان را به خود مشغول ساخته است. حجم نمونه باید به گونه‌ای باشد که جهت ایجاد تخمین‌هایی منطقی از کوواریانس، به اندازه کافی بزرگ و از طرفی دیگر، جهت حساس بودن نسبت به اخبار بازار، به اندازه کافی کوچک باشد. به هر حال باید در ذهن داشته باشیم که ضرایب همبستگی تخمینی با افزایش تعداد دوره‌های نمونه، بدون توجه به این که آیا بازده‌ها مشترکاً ایستا^۱ می‌باشند یا نه، گرایش به ثبات بیشتری دارند. بنابراین، باید به این موضوع توجه کنیم که همبستگی‌ها ممکن است تنها به این دلیل با ثبات باشند که از تعداد دوره‌های زیادی برای برآورد آنها استفاده کرده‌ایم. ضریب همبستگی از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\rho_{12,t|t-1} = \frac{\sigma_{12,t|t-1}^2}{\sigma_{1,t|t-1} \sigma_{2,t|t-1}} \quad (76-4)$$

1. jointly stationary

در این رابطه ضریب همبستگی سهم یک و دو در زمان t مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ است. $\rho_{12,t|t-1}$ و $\sigma_{2t|t-1}^2$ به ترتیب واریانس دارایی یک و دو در زمان t مشروط بر اطلاعات موجود تا $t-1$ و $\sigma_{12,t|t-1}^2$ نیز کوواریانس بازده دارایی یک و دو در زمان t مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ می‌باشد که معادل $\sigma_{12,t}^2$ در رابطه (۴-۷۵) است. بدیهی است که تمامی واریانس‌ها، کوواریانس‌ها و ضرایب همبستگی که در این فصل به معرفی آن‌ها می‌پردازیم، مشروط بر اطلاعات گذشته است و گاهی برای تأکید بر این موضوع آن‌ها را با علامت مشروط نشان می‌دهیم.

در نمودار زیر برآوردهای همبستگی بر اساس روش میانگین متحرک ساده ارایه شده است. اندازه پنجره‌های غلتان، ۲۰ و ۴۰ است. بازده‌ها بر اساس توزیع چندمتغیره نرمال با همبستگی واقعی ۰/۵ شبیه‌سازی شده‌اند ولی با این وجود، هر دو برآورد در بازه نسبتاً پهنی تلاطم می‌کند و همین نشان‌دهنده قابل‌اتکانبودن این برآوردکننده است. همان‌گونه که انتظار داریم برآوردهای باثبات‌تر، از نمونه بزرگ‌تر حاصل می‌شود، اما همین برآوردهای کم‌تلاطم‌تر نیز نسبتاً پرتلاطم به نظر می‌رسد، چراکه از یک طرف به ۰/۷۷۵ و از طرف دیگر به ۰/۲۲۵ می‌رسد و نماینده خوبی برای همبستگی واقعی نمی‌باشد.



نمودار (۴-۱۳): برآورد همبستگی بر اساس میانگین متحرک ساده برای بازده‌های شبیه‌سازی شده

تخمین‌های همبستگی، اغلب از شوک‌های منحصر به فرد مصون است. چنین شوک‌هایی هیچ اثر مشخصی بر هیچ کدام از همبستگی‌های گذشته‌نگر ندارد و این در

حالی است که تجربه بازار به ما نشان می‌دهد که بازارها گرایش دارند به شوک‌های بزرگ از طریق تشدید همبستگی‌ها پاسخ دهند. همبستگی‌های شدت یافته یکی از ویژگی‌های بحران‌های بازار^۱ است.

به‌رحال با وجود این که اثرات شبح برای همبستگی‌ها از اهمیت زیادی برخوردار نیست، احتمالاً برای کوواریانس‌ها دارای اهمیت است، چرا که مطابق رابطه (۴-۷۴) کوواریانس را می‌توان به‌عنوان حاصل ضرب همبستگی در انحراف‌معیارهای بازده دو دارایی در نظر گرفت و همان‌گونه که می‌دانیم، تلاطم‌ها متحمل اثرات شبح می‌شود. بنابراین، اثرات شبح موجود در برآوردهای تلاطم به برآوردهای کوواریانس منتقل می‌شود.

مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی

می‌توان کوواریانس‌ها را با استفاده از روش میانگین موزون نمایی برآورد کرد. در این روش، کوواریانس از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{12,t} = (1 - \lambda) \sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (r_{1s} - \mu)(r_{2s} - \mu) \quad (۷۷-۴)$$

ویژگی‌های این روش دقیقاً همانند روش ذکر شده برای تخمین واریانس دارایی است. هر چه λ کوچک‌تر باشد، با گذشت زمان اوزان با سرعت بیشتری کاهش می‌یابند.

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته

در روش میانگین متحرک با اوزان نمایی علاوه بر این که اثرات شوک‌های بازار تا خروج شوک از نمونه به‌طرز قابل ملاحظه‌ای بر کوواریانس محاسبه شده اثر می‌گذارد، کوواریانس‌های تخمینی از طریق این روش با محدودیت‌هایی مواجه است. مثلاً، در این روش همانند میانگین متحرک ساده به مشاهدات ماقبل پنجره نمونه‌گیری وزن صفر تعلق می‌گیرد. راه‌حل بدیهی این مسائل، تخمین کوواریانس‌ها با مدل‌های خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس است. مدل‌های کوواریانس این روش به‌طور مستقیم قابل استخراج از مدل‌های تلاطم آن می‌باشد. مدل کوواریانس بر اساس روش $GARCH(1,1)$ به‌صورت رابطه زیر است:

1. market crises

$$\sigma_{12,t} = \omega_{12} + \alpha_{12} \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} + \beta_{12} \sigma_{12,t-1} \quad (78-4)$$

که مطابق مدل تلاطم بر اساس روش $GARCH(1,1)$ است. هم چنین می توانیم کوواریانس ها و همبستگی ها را از طریق دیگر مدل های خانواده $GARCH$ به طریق مشابهی به دست آوریم. مثلاً، اگر از مدل $FGARCH$ استفاده کنیم، کوواریانس بازده دو دارایی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma_{12,t} = \beta_1 \beta_2 \sigma_{1,t}^2 + \varepsilon_{1,t} \varepsilon_{2,t} \quad (79-4)$$

رابطه فوق را می توان به صورت زیر نمایش داد که شکل عمومی آن است:

$$\sigma_{(i,j)t} = \beta_i \beta_j \sigma_{i,t}^2 + \varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} \quad (80-4)$$

سپس از مدل $FGARCH$ برای تخمین کوواریانس استفاده می کنیم. نحوه محاسبه کوواریانس در این روش دقیقاً مشابه همان روشی است که در برآورد تلاطم از آن استفاده می کنیم.

کوواریانس ها و همبستگی های ضمنی

کوواریانس ها و همبستگی ها را نیز می توان با استخراج کوواریانس ها و همبستگی های ضمنی به طریقی مشابه با تلاطم های ضمنی، برآورد کرد. برای درک چگونگی انجام این کار، ابتدا در نظر داشته باشید که واریانس اختلاف دو متغیر ۱ و ۲ عبارت است از:

$$\sigma_{1-2}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (81-4)$$

در رابطه فوق، ضریب همبستگی بین دو متغیر است. معادله فوق را به گونه ای مرتب می کنیم که ضریب همبستگی در سمت چپ قرار گیرد:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_{1-2}^2}{2\sigma_1\sigma_2} \quad (82-4)$$

این رابطه به ما می گوید که چگونه می توانیم از طریق تخمین سه تلاطم σ_1^2 ، σ_2^2 و σ_{1-2} ، تخمینی از همبستگی دو متغیر به دست آوریم. بهر حال تنها زمانی می توانیم این

همبستگی‌های ضمنی را محاسبه کنیم که اختیار معامله‌های مربوطه، در دسترس باشد. ما به اختیار معامله‌داری ۱ و ۲ و از همه مهم‌تر به اختیار معامله‌ای روی اختلاف بین ۱ و ۲ (مثلاً، اختیار معامله‌دامنک^۱ یا اختلاف قیمت^۲) نیازمندیم. بدیهی است که اختیار معامله‌دامنک نسبتاً کمیاب است، بنابراین به ندرت فرصت محاسبه همبستگی‌های ضمنی فراهم می‌شود. با این حال حتی اگر قادر به استخراج آن‌ها شدیم، باید با احتیاط مورد استفاده قرار گیرد، چراکه دارای محدودیت‌های مربوط به برآوردهای تلاطم ضمنی است و در عین حال ممکن است بسیار بی‌ثبات باشد.

برخی دام‌های مربوط به برآورد همبستگی

به هنگام برآورد همبستگی‌ها، باید به چند نکتهٔ اساسی توجه کرد:

- تخمین‌های همبستگی اغلب بسیار بی‌ثبات است، بنابراین حرفه‌ای‌ها باید در تعبیر همبستگی‌های تخمینی و اتکا بر آن‌ها دقت زیادی به خرج دهند.
- دقیقاً به خاطر همین بی‌ثباتی است که اغلب تعداد قابل ملاحظه‌ای از مشاهدات جهت شناسایی تغییرات اساسی در همبستگی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین، تغییرات در همبستگی‌ها اغلب به قدری دیر شناسایی می‌شود که کاری نمی‌توان کرد.
- اغلب در شرایط عادی بازار، همبستگی‌ها نسبتاً ثابت‌اند و در شرایط بحرانی مقادیر بسیار بالا یا بسیار پایین به خود می‌گیرند. به عبارت دیگر دقیقاً زمانی که به همبستگی‌ها نیاز است، این امکان وجود دارد که فاقد اعتبار باشند.
- یک نکتهٔ حیاتی نیز در مورد روش شناسایی همبستگی وجود دارد: باید قبل از اقدام به برآورد همبستگی یا تلاطم، وجود شرایط لازم برای استفاده از آن را کنترل کرد. اگر در انجام این کار کوتاهی شود، خطر بی‌معنی بودن برآوردها وجود دارد. زیرا، ممکن است که پارامترهای تخمینی در واقعیت وجود نداشته باشد. تنها این که می‌توانیم چیزی را تخمین بزنیم، دال بر وجود آن نیست.

پیش‌بینی ماتریس‌های کوواریانس

به نظر می‌رسد با تخمین واریانس‌ها و کوواریانس‌ها به راحتی می‌توان ماتریس واریانس-کوواریانس را جهت برآورد واریانس سبد دارایی تشکیل داد. اما، در عمل ممکن

1. spread option
2. diff option

است با مسائلی مواجه شویم که به پیچیدگی بیشتر فرآیند تخمین می‌انجامد. به‌عنوان مثال، ماتریس واریانس-کوواریانس تخمینی باید به‌طور معین یا نیمه‌معین، مثبت باشد.

ماتریس معین مثبت^۱ و ماتریس نیمه‌معین مثبت^۲

در این بخش به پیش‌بینی ماتریس‌های کوواریانس و همبستگی می‌پردازیم. پیش‌بینی این ماتریس‌ها مشکل‌تر از برآورد تلاطم‌های انفرادی و کوواریانس‌ها یا همبستگی‌هاست، چراکه ما به‌دنبال ماتریس کوواریانسی هستیم که بدون توجه به اندازه نسبی هر موقعیت همیشه واریانس سبب دارایی را مثبت و یا در صورت امکان غیرمنفی به‌دست آورد. قید مثبت‌بودن واریانس سبب دارایی مستلزم این است که ماتریس کوواریانس یعنی Σ ، همیشه مثبت^۳ باشد. این بدان معنی است که:

$$\mathbf{w} \Sigma \mathbf{w}^T > 0 \quad (۸۳-۴)$$

که بردار سطری وزن موجودی‌ها با ابعاد $1 \times m$ و \mathbf{w}^T نیز ترانزپوز^۴ آن است. این رابطه مشروط بر غیرصفربودن بردار وزن ($\mathbf{w} \neq 0$)، همیشه باید صادق باشد. قید غیرمنفی‌بودن مستلزم شرایطی است که اندکی ضعیف‌تر از قید قبلی است. در این‌جا ماتریس کوواریانس یعنی Σ ، باید به‌طور نیمه‌معین مثبت^۵ باشد. یعنی:

$$\mathbf{w} \Sigma \mathbf{w}^T \geq 0 \quad (۸۴-۴)$$

ما می‌توانیم هر کدام از این قیود را برای محاسبه ماتریس کوواریانس در نظر بگیریم، اما قید مثبت‌بودن معین، محدودکننده‌تر است ولی گاهی اوقات کار کردن با آن ساده‌تر است. بنابراین، نیاز به رویکردهای منظمی داریم که تمامی پارامترهای ماتریس واریانس-کوواریانس را به‌گونه‌ای برآورد کند که ماتریس واریانس-کوواریانس تخمینی، معین مثبت یا به‌طور نیمه‌معین مثبت باشد. این مسأله ما را به‌سوی سه روش زیر رهنمون می‌گردد.

1. positive-definite matrix
2. positive semi-definite matrix
3. positive definite
4. transpose
5. positive semi-definite

- تخمین واریانس-کوواریانس تاریخی
- $EWMA$ چندمتغیره^۱
- $GARCH$ چندمتغیره^۲

برآورد واریانس-کوواریانس تاریخی

این رویکرد ساده‌ترین روش برای تخمین ماتریس‌های واریانس-کوواریانس است. در این رویکرد ابتدا اندازه پنجره، یعنی k را تعیین می‌کنیم و سپس به برآورد تلاطم‌ها و کوواریانس‌ها می‌پردازیم. این رویکرد همانند برآورد تاریخی تلاطم‌ها و کوواریانس‌های انفرادی دارای مشکلاتی است و تنها زمانی مناسب است که ماتریس واریانس-کوواریانس واقعی در طی زمان ثابت باشد و این شرط هرگز در عمل برآورده نمی‌شود. این رویکرد همچنین متحمل اثرات شیخ است. اثرات شیخ، اصطلاحی است که به تأثیرگذاری بازده‌های کوچک و یا زیان‌های بزرگ در برآوردهای واریانس یا کوواریانس اطلاق می‌گردد. بدین معنی که یک بازده کوچک و یا زیان بزرگ تا خروج از پنجره غلتان، برآوردهای ما از تلاطم‌های دارایی را متأثر می‌سازد.

میانگین متحرک با اوزان نمایی چندمتغیره

ما می‌توانیم از نواقص رویکرد فوق با استفاده از رویکرد $EWMA$ چندمتغیره برای تخمین ماتریس واریانس-کوواریانس اجتناب کنیم. این رویکرد از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار است و کمتر متحمل اثرات شیخ می‌شود. به هر حال کاربرد این رویکرد مستلزم این است که برای هر واریانس و کوواریانس مقدار λ را به‌طور جداگانه تعیین کنیم و این ما را با وضعیت دشواری روبرو می‌سازد. ما به‌طور ایده‌آل به دنبال ضریب هموارسازی خاص هر واریانس و کوواریانس هستیم، به‌گونه‌ای که به بهترین برازش برای هر کدام از این تخمین‌ها حاصل شود. رویارویی با تعداد زیادی از مقادیر λ مشکل است و هیچ تضمینی وجود ندارد که ماتریس واریانس-کوواریانس حاصله، همپشه مثبت باشد. همین ملاحظات

1. multivariate EWMA
2. multivariate GARCH

باعث شد که در ریسک‌متری یک تنها یک مقدار λ برای برآورد ماتریس واریانس-کوواریانس بازده‌های روزانه در نظر گرفته شود که برابر $0/94$ است.

خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس چندمتغیره

از آن جا که رویکردهای $GARCH$ عموماً بهتر از $EWMA$ می‌باشد، به لحاظ نظری جهت برآورد ماتریس واریانس-کوواریانس ارجحیت دارد. به هر حال مدل‌های $GARCH$ چندمتغیره به پارامترهای فراوانی نیاز دارد و الزام در برآورد این پارامترها، محدودکننده توانمندی ما جهت اداره این رویکرد در اندازه‌های بزرگ است. هم‌چنین مدل‌های $GARCH$ چندمتغیره متحمل مسائل مربوط به همگرایی در برآورد^۱ است و این امر دستیابی به تخمین‌های قابل اتکا از تمامی پارامترها را با مشکل مواجه می‌کند. یکی از نتایج چنین مسائلی این است که سیستم‌های $GARCH$ چندمتغیره محدود شده^۲ تنها زمانی موجه است که تعداد نسبتاً کمی از سری‌های مختلف بازده در اختیار داشته باشیم. بر اساس یک قاعده سرانگشتی می‌توان گفت که این تعداد نباید از ۱۰ تجاوز کند. برای این که این مسائل را بهتر درک کنید یکی از مدل‌های استاندارد $GARCH$ چندمتغیره یعنی مدل $BEKK$ را در نظر بگیرید. این مدل به نام تصنیف کنندگانش یعنی بابا، انگل، کرافت و کرونر^۳ می‌باشد. این مدل برای $GARCH(1,1)$ چندمتغیره، دارای ماتریسی به صورت زیر است:

$$\Sigma_t = CC^T + AE_{t-1}E_{t-1}^T A^T + B \Sigma_{t-1} B^T \quad (85-4)$$

اگر n سری مختلف بازده داشته باشیم، Σ_t ماتریسی است که شامل $n(n+1)/2$ واریانس و کوواریانس شرطی مجزا در زمان t است. E_t ماتریس $n \times n$ خطاها و A و B ماتریس‌هایی $n \times n$ می‌باشند که اعضای این ماتریس‌ها به ترتیب شامل پارامترهای α و β است. ماتریس پارامترهای ω از حاصل ضرب دو ماتریس C و C^T ایجاد می‌شود. C ماتریسی $n \times n$ و پایین مثلثی است. این مدل هیچ محدودیتی میان معادلات برقرار نمی‌کند و ویژگی مثبت بودن همیشگی ماتریس واریانس-کوواریانس را تضمین می‌نماید.

1. convergence-in-estimation
2. unrestricted multivariate GARCH systems
3. Baba, Engle, Kraft and Kroner

مشکل این مدل پارامترهای زیاد آن است. تعداد پارامترهای این مدل با رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{n(5n+1)}{2} \quad (۸۶-۴)$$

به‌عنوان مثال، اگر تنها دو سری بازده داشته باشیم، مدل *BEKK* شامل ۱۱ پارامتر مختلف خواهد بود. برای دو سری بازده بر اساس رابطه (۸۵-۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Sigma_t = & \begin{pmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11,t-1} & \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{21,t-1} & \sigma_{22,t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} \\ \beta_{12} & \beta_{22} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (۸۷-۴)$$

تعداد پارامترها با بزرگ‌تر شدن n با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد. بنابراین این مدل برای مسائلی با ابعاد بزرگ، مستلزم برآورد پارامترهای بسیار زیادی است. البته، می‌توانیم با برقراری محدودیت‌هایی بر روی پارامترها، تعداد آن‌ها را کاهش دهیم، اما این محدودیت‌ها خود ممکن است باعث ایجاد مسائلی جدید شود.

راه‌حل‌های مختلفی برای چنین مسائلی پیشنهاد شده است. یک راه‌حل ساده استفاده از *GARCH* برای پیش‌بینی تلاطم‌ها و ثابت فرض کردن همبستگی‌هاست. راه‌حل پیشرفته‌تر بعدی کاربرد اجزای اصلی^۱ برای عوامل ریسک و سپس اجرای تحلیل *GARCH* بر روی این اجزای اصلی است. به‌عنوان مثال مدل *GARCH* متعامد^۲ از نمونه‌های این رویکردها است که برای اولین بار توسط الکساندر و چیبومبا پیشنهاد شد.^۳ برای اجرای این رویکرد ما عوامل ریسک را به گروه‌های حاوی طبقات شدیداً همبسته ریسک تقسیم

-
1. principal components
 2. orthogonal GARCH model
 3. Alexander and Chibumba (1997).

می‌کنیم و از تحلیل اجزای اصلی جهت متعامدساختن^۱ هر کدام از سیستم‌های فرعی عوامل ریسک استفاده می‌کنیم. سپس *GARCH* یک متغیره^۲ را برای هر کدام از اجزای اصلی طبقات ریسک به کار می‌گیریم و نتایج را جهت ایجاد ماتریس واریانس-کوواریانس بزرگی که در واقع به دنبال آن هستیم، به هم متصل می‌کنیم. از این روش می‌توان برای مسائلی با ابعاد بزرگ استفاده نمود.

اکنون که با مدل‌های پیش‌بینی بازده و تلاطم بازده آشنا شدیم به معرفی رویکردهای مدل‌سازی ریسک می‌پردازیم.

رویکردهای مدل‌سازی ریسک

در حالی که ریسک مفهومی قابل درک است، اندازه‌گیری آن مسأله‌ای چالش‌برانگیز می‌باشد. رویکردهای موجود برای کمی‌سازی ریسک، متدولوژی‌های مختلفی را به کار می‌گیرند، با این حال همگی از فرآیند مشترکی که در فصل دوم تشریح نمودیم تبعیت می‌کنند.

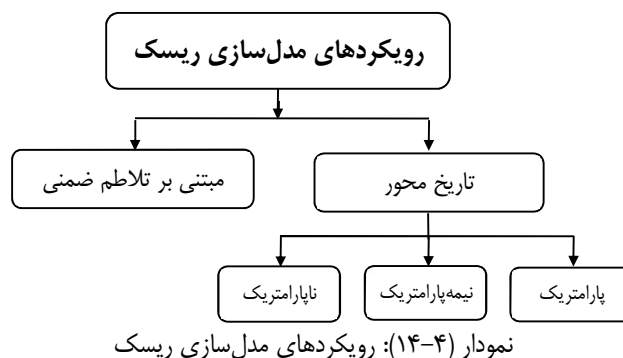
برای مدل‌سازی ریسک ابتدا باید به سؤال مهمی پاسخ دهیم. آیا می‌خواهیم از مدل‌های پارامتریک استفاده کنیم و بر اساس مبانی آن‌ها به اندازه‌گیری ریسک بپردازیم و یا در نظر داریم که از مدل‌های ناپارامتریک نیز استفاده کنیم؟ آیا در صورت امکان تمایل به استفاده از مدل‌های ترکیبی و به اصطلاح نیمه‌پارامتریک داریم؟ پاسخ به این سؤالات رویکرد ما را در مدل‌سازی ریسک مشخص می‌نماید. ما رویکردهای مدل‌سازی ریسک را در سه گروه دسته‌بندی می‌کنیم:

- رویکردهای پارامتریک^۳
- رویکردهای ناپارامتریک^۴
- رویکردهای نیمه‌پارامتریک^۵

-
1. orthogonalise
 2. univariate GARCH
 3. parametric approaches
 4. nonparametric approaches
 5. semiparametric approaches

هر کدام از رویکردهای پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه پارامتریک شامل مدل‌های متنوعی است. نتایج این مدل‌ها ممکن است با یکدیگر بسیار متفاوت باشد، بنابراین برای تصمیم‌گیری در مورد انتخاب مدل، درک مفروضات و نیز مدل‌های ریاضی و فنون کمی مورد استفاده، ضروری است. تنها پس از طی این گام‌های مقدماتی، محقق می‌تواند در مورد مدلی که به اهدافش نزدیک‌تر است، تصمیم بگیرد.

در نمودار (۴-۱۴) یک گروه‌بندی از رویکردهای مدل‌سازی ریسک ارائه شده است. رویکردهای سمت راست این نمودار جزء گروه رویکردهای تاریخ محور^۱ است. ویژگی مشترک تمامی روش‌های موجود در این گروه، استفاده آن‌ها از داده‌های تاریخی به منظور تعیین شکل توزیع احتمال است. در مقابل، رویکردهای مبتنی بر تلاطم ضمنی^۲ وجود دارد. این رویکرد از مدل‌های قیمت‌گذاری اوراق مشتقه و قیمت‌های جاری این اوراق بدون توسل به داده‌های تاریخی بهره می‌گیرد. استفاده از تلاطم ضمنی حاصل از مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله بلک-شولز رایج‌ترین مدل موجود در این رویکرد است.



رویکردهای ارزش در معرض ریسک، شکلی ساده‌تر از فرآیند آن است. روش‌ها و مدل‌های فراوانی در هر کدام از این رویکردها وجود دارد و برای این که بتوانیم به طور رضایت‌بخشی به معرفی آن‌ها بپردازیم، مجبوریم بازهم مسأله را ساده‌تر کنیم. ما در بیشتر اوقات به سادگی فرض را بر این می‌گیریم که عوامل ریسک سبب دارایی، قیمت‌های اوراق

1. historical based approaches
2. implied volatility based approaches

بهادار است. به عبارتی دیگر بردار عوامل کلیدی تنها شامل قیمت‌های آتی اوراق بهادار می‌باشد و این بدان معناست که در بررسی‌های ما بردار دارایی همان بردار کلیدی است. توجه به این نکته ما را در جهت برقراری ارتباط میان فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک و رویکردهای آن یاری می‌دهد.

در فصل‌های بعدی به ترتیب به تشریح رویکردهای پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه پارامتریک در قالب ارزش در معرض ریسک می‌پردازیم.

نتیجه‌گیری

پویایی‌ها و همبستگی‌های زمانی بازده و خصوصاً تلاطم‌های بازده ما را در جهت توسعه مدل‌هایی جهت احتساب این پویایی‌ها و همبستگی‌ها، سوق می‌دهد. بر این اساس، استفاده از مدل‌های غیر شرطی برای سری بازده مالی خصوصاً در کوتاه‌مدت قابلیت توجیه ندارد. بنابراین به‌ناچار باید مدل‌های شرطی را مورد توجه قرار دهیم. در این مدل‌ها، بازده و تلاطم هر دوره با توجه به آخرین اخبار رسیده پیش‌بینی می‌شود. با توسعه مدل‌های پیش‌بینی بازده و مدل‌های پیش‌بینی تلاطم، فرآیند مدل‌سازی ریسک کامل می‌شود و امکان ترسیم توزیع احتمال بازده دارایی و استخراج سنج‌های ریسک موردنظر فراهم می‌آید.



منابع

1. Alexander, C. and Chibumba, A. (1997), "Orthogonal GARCH: an empirical validation in equities, foreign exchange and interest rates," Mimeo. *University of Sussex*.
2. Bollerslev, T. (1986), "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol. 31, pp. 307-328.
3. Chatfield, C. (2001), *Time Series Forecasting*, Chapman & Hall / CRC, 181-214.
4. Dowd, K. (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
5. Engle, R. F. (1982), "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation," *Econometrica*, Vol. 50, pp. 987-1008.
6. Engle, R. F. (2001), "The use of ARCH/GARCH model in applied econometrics," *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, No. 4, pp. 157-168.
7. Engle, R. F. and Ng, V. K. (1993), "Measuring and testing the impact of news on volatility," *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5, pp. 1749-1778.
8. Glosten, L. R., Jagannathan, R. and Runkle, D. E. (1993), "On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks," *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5, pp. 1779-1801.
9. Harris, R. D. F., Stoja, E. and Tucker, J. (2007), "A simplified approach to modeling the co-movement of asset returns," *Journal of Future Markets*, Vol. 27, No. 6. pp. 575-598.
10. Holton, G. H. (2004), *Value-at-risk: Theory and Practice*, Academic Press.



11. Moosa, I. A., Bollen, B. (2002), "A benchmark for measuring bias in estimated daily value at risk," *International Review of Financial Analysis*, Vol. 11, No. 1, pp. 85-100.
12. Nelson, D.B., (1991), "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach," *Econometrica*, Vol. 59, pp. 347-370.
13. Nylund, S. (2001), *Value at Risk Analysis for Heavy-Tailed Financial Returns*, Helsinki University of Technology, Department of Engineering Physics and Mathematics.
14. Palendri, A. (2004), *Multivariate GARCH Models: Inference and Evaluation*. Department of Economics, Duke University.
15. RiskMetrics™ (1996), *RiskMetrics Technical Document*, J. P. Morgan, 4th Edition.
16. Sharpe, W. F. (1963), "A simplified model for portfolio analysis," *Management Science*, Vol. 9, pp. 277-293.
17. Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C. (2000), "A multivariate GARCH model with time-varying correlations," *Journal of Business and Economics*, Vol. 20, pp. 351-362.
18. Zakoian, J.-M. (1990), "Threshold heteroskedastic models," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 18. No. 5, pp. 931-955.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل پنجم

رویکردهای پارامتریک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

در میان رویکردهای مختلف مدل سازی و اندازه گیری ریسک، رویکردهای پارامتریک از بیشترین توجه برخوردارند. جذابیت‌های آمار پارامتریک از جمله سهولت تعمیم پذیری و وجود ابزارهای قدرت مند کمی سازی باعث شده که رویکردهای پارامتریک حاوی مدل‌های متنوعی در عرصه ریسک باشد. در فصل قبل به مدل سازی ریسک پرداختیم و مفاهیم و ابزارهای مورد نیاز را تشریح نمودیم. در این فصل و فصل بعدی رویکردهای پارامتریک اندازه گیری ریسک را در قالب ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بررسی کرده و مزایا و معایب هر کدام را برمی‌شمریم.

مشخصه‌ها و مفروضات

مهم‌ترین مشخصه رویکردهای پارامتریک این است که فرض خاصی را در مورد توزیع احتمال بازده دارایی در نظر می‌گیرد و تمامی محاسبات بر اساس فرض توزیعی بنا می‌گردد. این توزیع می‌تواند توزیع نرمال، t ، توزیع خطای تعمیم یافته و یا هر توزیع آماری دیگر باشد. این رویکردها مفروضات خاصی را برای ساده‌سازی فرآیند محاسبه ارزش در معرض ریسک به کار می‌گیرند.

مفروضات رویکردهای پارامتریک به این شرح است:



- بازده سرمایه‌گذاری و عوامل ریسک از توزیع خاصی پیروی می‌کند.
- معمولاً بازده سرمایه‌گذاری به لحاظ زمانی مستقل فرض می‌گردد.
- عموماً رابطه بین عوامل ریسک بازار و ارزش دارایی خطی در نظر گرفته می‌شود.

این مفروضات تا حد زیادی مسائل موجود در فرآیند محاسبه Var را تسهیل می‌کند. فرض اول توزیع خاصی به عوامل ریسک و بازده دارایی‌ها نسبت می‌دهد. این فرض از اظهار نظر در مورد توزیع عوامل ریسک جلوگیری می‌کند. به عبارتی دیگر، قسمت عمده‌ای از سختی فرآیند استنباط از بین می‌رود و تنها برآورد پارامترهای توزیع منتخب باقی می‌ماند. بدین ترتیب، ما دیگر به دنبال توزیع برانزده عوامل ریسک نیستیم و تنها باید مشخصات یک توزیع فرضی را بر اساس داده‌ها تخمین بزنیم. فرض دوم استفاده از قاعده جذر زمان را مقدور می‌سازد و فرض سوم باعث سادگی نگاشت سبب دارایی و به دنبال آن سادگی فرآیند انتقال می‌شود.

فرض اساسی رویکردهای پارامتریک همان فرض اول است. مفروضات بعدی عموماً جهت ساده‌سازی در نظر گرفته می‌شود ولی جزء مفروضات اصلی این رویکردها نیست. با نقض هر کدام از این مفروضات بر پیچیدگی رویکردهای پارامتریک افزوده می‌شود. در این فصل ما هیچ اصراری بر حفظ دو فرض آخر نداریم و تنها آن‌ها را برای آگاهی خوانندگان از برخی مفروضاتی ارایه نموده‌ایم که جهت ساده‌سازی بر رویکردهای Var تحمیل شده است.

مدل‌های پارامتریک

همان‌گونه که قبلاً اشاره کردیم، ارزش در معرض ریسک مفهومی است که مدل‌های متعددی جهت انعکاس آن توسعه یافته است. در این میان، مدل‌های پارامتریک از تداول و تنوع بیشتری برخوردارند. در ادامه، مدل‌های پارامتریک را در قالب دو گروه مدل‌های متداول و مدل‌های متنوع مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مدل‌های متداول پارامتریک

در میان مدل‌های پارامتریک، برخی بسیار متداول بوده و به‌طور گسترده مورد استفاده فعالان ریسک می‌باشد. ما این مدل‌ها را تحت عنوان مدل‌های متداول بررسی می‌کنیم که شامل ارزش در معرض ریسک نرمال، t ، لاگ‌نرمال و مدل‌های تلاطم تصادفی است.

ارزش در معرض ریسک و ریزش موردانتظار نرمال

با توجه به قضیه حد مرکزی، در نظر گرفتن فرض نرمال برای توزیع بازده دارایی‌ها بسیار رایج و معقول است. این توزیع هم‌چنین از این جهت مورد توجه است که تنها از طریق دو پارامتر تشریح می‌شود. در نهایت، محاسبه ارزش در معرض ریسک با فرض نرمال بودن توزیع بازده، فرمولی ساده و قابل درک دارد. با فرض نرمال بودن توزیع بازده، ارزش در معرض ریسک به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR_t = -P_{t-1} \times (\mu_t - \sigma_t z_\alpha)^{(1-5)}$$

که VaR_t ، ارزش در معرض ریسک دوره t ، P_{t-1} ، قیمت سهم در دوره $t-1$ ، μ_t میانگین بازده در دوره t ، σ_t انحراف معیار بازده در دوره t و z_α مقدار متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1-\alpha$ است. بدیهی است که عبارت داخل پرانتز، $\%VaR$ با علامت منفی می‌باشد که حاصل ضرب آن در منفی قیمت جاری سهم، معادل VaR است. برای محاسبه ریزش موردانتظار از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$ES_t = -P_{t-1} \left(\mu_t - \sigma_t \frac{\phi(z_\alpha)}{z_\alpha} \right)^{(2-5)}$$

در این رابطه، ES_t ریزش موردانتظار دوره t است و $\phi(z_\alpha)$ مقدار تابع چگالی احتمال توزیع نرمال استاندارد به ازای مقدار z_α است. در این جا هم عبارت داخل پرانتز، $\%ES$ با علامت منفی می‌باشد که حاصل ضرب آن در قیمت جاری دارایی با علامت منفی، معادل ES است.

مثال (۱-۵): ES و VaR نرمال

فرض کنید بازده یک دارایی با قیمت جاری ۱۰۰ تومان، دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ است. در سطح اطمینان ۹۵ درصد، ES و VaR برابر است با:

$$VaR = -100 \times (0 - 1.645 \times 0.1) = 16.45$$

$$ES = -100 \left(0 - 0.1 \frac{0.1031}{0.05} \right) = 20.62$$

مقدار VaR بدین معناست که در سطح اطمینان ۹۵٪، کاهش ارزش دارایی بیشتر از ۱۶/۴۵ تومان نخواهد شد. و مقدار ES گویای این است که متوسط ۵٪ از بدترین زبان‌های دارایی ۲۰/۶۲ تومان خواهد بود.

یکی از ویژگی‌های مطلوب رویکردهای پارامتریک، امکان تخمین ارزش در معرض ریسک در هر سطح اطمینان و هر دوره نگهداری است. در مورد توزیع نرمال، سطح اطمینان مورد نظر در مقدار z_α منعکس می‌شود و دوره نگهداری در μ_t و σ_t ظاهر می‌گردد. اگر μ_t و σ_t به ترتیب میانگین و انحراف معیار بازده طی یک دوره زمانی خاص (مثلاً، دوره یک‌روزه) باشد، میانگین و انحراف معیار بازده برای تعداد h دوره از این دوره خاص، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu(h) = h\mu \quad (۳-۵)$$

$$\sigma^2(h) = h\sigma^2 \Rightarrow \sigma(h) = \sqrt{h}\sigma \quad (۴-۵)$$

هم‌اکنون این روابط را در معادله VaR و ES جایگزین می‌کنیم تا به فرمول VaR و ES طی h دوره زمانی و سطح اطمینان $1-\alpha$ برسیم:

$$VaR_{ht} = -P_{t-1} (h\mu_t - \sqrt{h}\sigma_t z_\alpha) \quad (۵-۵)$$

$$ES_{ht} = -P_{t-1} \left(h\mu_t - \sqrt{h}\sigma_t \frac{\phi(z_\alpha)}{\alpha} \right) \quad (۶-۵)$$

توجه داشته باشید استفاده از روابط فوق در صورت پذیرش فرض استقلال زمانی بازدهها توجیه‌پذیر است. در غیر این صورت مجاز به استفاده از این روابط نیستیم.

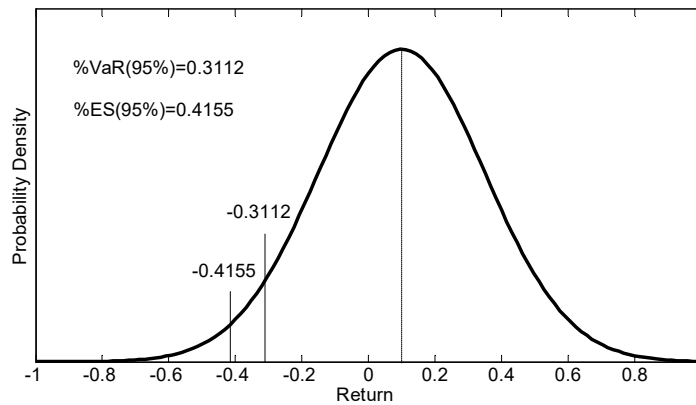
مثال (۲-۵): ES و VaR تک‌دوره‌ای و چنددوره‌ای

فرض کنید توزیع بازده یک دارایی، نرمال با میانگین ۰/۱ و انحراف معیار روزانه ۰/۲۵ است و قیمت جاری دارایی ۱۰۰ هزار تومان است. بدین ترتیب، بر اساس روابط (۵-۱) و (۵-۲) ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار روزانه در سطح اطمینان ۹۵٪ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$VaR = -100 \times (0.1 - 0.25 \times 1.645) = 31.12$$

$$ES = -100 \left(0.1 - 0.25 \frac{0.1031}{0.05} \right) = 41.55$$

در نمودار زیر، این ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار ارایه شده است.



نمودار (۵-۱): ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار برای توزیع بازده نرمال

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید از توزیع بازده دارایی برای نمایش استفاده کرده‌ایم. بنابراین صدک‌های مشخص شده، VaR و ES می‌باشند. با استفاده از روابط (۵-۵) و (۵-۶)، VaR و ES طی یک دوره زمانی ۵ روزه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR_{5t} = -100 \times (0.1 \times 5 - 0.25 \times \sqrt{5} \times 1.645) = 41.96$$

$$ES_{5t} = -100 \left(5 \times 0.1 - \sqrt{5} \times 0.25 \frac{0.1031}{0.05} \right) = 65.28$$

و برای یک دوره ۱۰ روزه خواهیم داشت:

$$VaR_{10t} = -100 \times (10 \times 0.1 - \sqrt{10} \times 0.25 \times 1.645) = 30.05$$

$$ES_{10t} = -100 \left(10 \times 0.1 - \sqrt{10} \times 0.25 \frac{0.1031}{0.05} \right) = 63.01$$

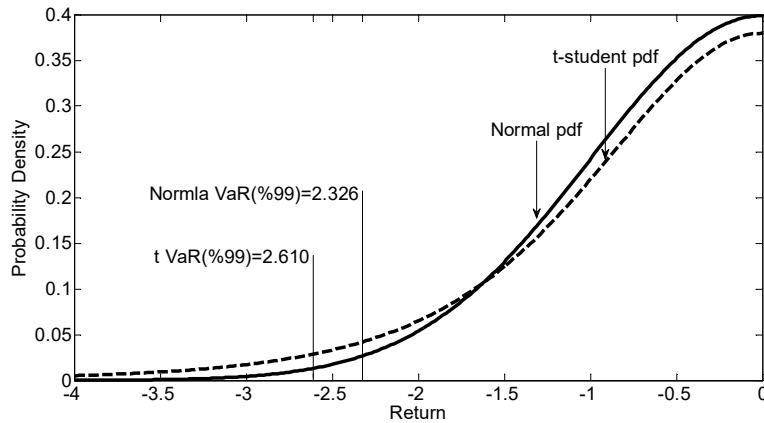
معایب فرض نرمال

به هنگام استفاده از ارزش در معرض ریسک نرمال، باید معایب فرض توزیع نرمال را در خاطر داشته باشیم. یکی از معایب چنین فرضی این است که هیچ محدودیتی برای مقدار بازده بحرانی وجود ندارد و بازده بحرانی می‌تواند هر مقدار کوچکی را به خود بگیرد و این در حالی است که معمولاً بازده‌های کوچک دارای مرز است. مثلاً، بازده نمی‌تواند بیش از ۱۰۰٪- شود. نارسایی توزیع نرمال در محدود کردن حداقل بازده، ممکن است به ارزش در معرض ریسک منفی بیانجامد و این بدان معناست که VaR بیش از ارزش دارایی است. به علاوه این نارسایی می‌تواند به تخمین دست‌بالا^۱ از حداکثر زیان منجر شود.

م‌سأله بعدی به منطق آماری آن بازمی‌گردد. فرض نرمال با اتکا به قضیه حد مرکزی توجیه می‌شود و این قضیه بیشتر در مورد صدک‌ها و احتمالاتی کاربرد دارد که در مرکز ثقل تابع چگالی قرار دارد. برآزش این توزیع برای صدک‌های موجود در دنباله در حاله‌ای از ابهام قرار دارد. وقتی با ارزش‌های فرین سروکار داریم، باید به نظریه ارزش فرین (فصل ششم) مراجعه نماییم. طبق این نظریه برای مدل‌سازی ارزش‌های فرین نباید از توزیع نرمال استفاده کرد.

مسأله دیگر این که بیشتر بازده‌های مالی دارای کشیدگی فراتر از نرمال و یا به عبارتی دنباله‌های ضخیم‌تری نسبت به توزیع نرمال است و نارسایی در احتساب این کشیدگی اضافی^۲ ممکن است به تخمین دست‌پایین^۳ از VaR یا ES منجر شود. اثرات کشیدگی در نمودار صفحه بعد ارایه شده است. این نمودار تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد و یک نوع خاص از تابع چگالی احتمال با دنباله متراکم^۴ را نشان می‌دهد. چگالی احتمال اخیر، تابع چگالی t با میانگین صفر و انحراف معیار واحد و درجه آزادی ۵ است.

1. overestimation
2. excess kurtosis
3. underestimation
4. thick tail



نمودار (۵-۲): مقایسه ارزش در معرض ریسک نرمال و t

در این نمودار تأثیر کشیدگی اضافی توزیع t را به خوبی می‌توان مشاهده کرد. کشیدگی اضافی به این معنی است که دنباله‌ها نسبت به توزیع نرمال متراکم‌ترند و این معادل VaR یا ES بزرگ‌تر می‌باشد. مثلاً، در سطح اطمینان ۹۹ درصد، ارزش در معرض ریسک نرمال، $2/326$ و ارزش در معرض ریسک t معادل $2/610$ می‌باشد که ۱۲٪ بزرگ‌تر است. همچنین از روی نمودار مشخص است که با افزایش سطح اطمینان، این اختلاف بیشتر می‌شود.

ارزش در معرض ریسک t^۱

یک راه برای نشان دادن کشیدگی توزیع بازده یک دارایی استفاده از توزیع t به جای توزیع نرمال است. کشیدگی یک توزیع t با درجه آزادی ν مشروط بر $\nu \geq 5$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{3(\nu - 2)}{\nu - 5} \quad (۷-۵)$$

بنابراین، با انتخاب درجه آزادی مناسب می‌توانیم حداکثر تا ۹ واحد کشیدگی را برای مشاهدات در نظر بگیریم. اگر به دنبال کشیدگی بالایی هستیم می‌توانیم مقدار نسبتاً کوچکی را برای ν انتخاب کنیم و اگر به دنبال کشیدگی نسبتاً پایینی هستیم می‌توانیم مقدار بالایی را برای آن در نظر بگیریم. برای اهداف اندازه‌گیری ریسک، می‌توانیم با توزیع

1. t VaR

تعمیم یافته t کار کنیم که به ما امکان تعیین میانگین و انحراف معیار و نیز درجه آزادی توزیع بازده را می‌دهد. براین اساس ارزش در معرض ریسک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$VaR_{h_t} = -P_{t-1} \left(h\mu_t - \sqrt{h} \sqrt{\frac{v-2}{v}} \sigma_t t_{\alpha, v} \right) \quad (8-5)$$

که مقدار معکوس تابع توزیع تجمعی t با درجه آزادی v و در سطح خطای α است. این رابطه با رابطه ارزش در معرض ریسک نرمال متفاوت است. در اینجا عبارت مربوط به سطح اطمینان یعنی $t_{\alpha, v}$ ، به جای توزیع نرمال به توزیع t اشاره دارد و بنابراین علاوه بر سطح خطا (α) ، به v نیز بستگی دارد. همچنین رابطه اخیر شامل ضریب $\sqrt{v-2}/v$ است.

از آنجا که با بزرگ شدن v ، توزیع t به توزیع نرمال نزدیک می‌شود، می‌توانیم توزیع t را به عنوان تعمیمی از توزیع نرمال با امکان ایجاد کشیدگی بیشتر از نرمال در نظر بگیریم. با بزرگ شدن v ، مقدار $t_{\alpha, v}$ به معادل نرمال خود یعنی z_α و مقدار $\sqrt{v-2}/v$ به یک نزدیک می‌شود و در نتیجه ارزش در معرض ریسک t در رابطه (8-5) به ارزش در معرض ریسک نرمال در رابطه (5-5) نزدیک می‌شود.

بزرگ‌ترین مزیت توزیع t نسبت به نرمال، توانایی آن در ایجاد مقادیر معقولی از کشیدگی است. به هر حال توزیع t دارای مسائل مربوط به خود است. این توزیع نیز همانند توزیع نرمال از برقراری محدودیت بر روی حداکثر زیان‌های ممکن عاجز است و از این رو ممکن است به طرز گمراه‌کننده‌ای تخمین‌های بالایی از ریسک ارائه دهد. به هنگام استفاده از این توزیع در سطوح اطمینان بسیار بالا یا بسیار پایین، با مسأله دیگری مواجه می‌شویم. این توزیع نیز همانند توزیع نرمال با نظریه ارزش فرین همخوانی ندارد و بنابراین باید از کاربرد توزیع t برای سطوح اطمینان بسیار بالا یا بسیار پایین اجتناب کنیم. توزیع t همچنین دارای مشکل دیگری است که در توزیع نرمال به چشم نمی‌خورد. این توزیع از ثبات برخوردار نیست. یعنی مجموع دو یا چند متغیر تصادفی که دارای توزیع t باشد، ضرورتاً دارای توزیع t نیست. این مسأله، هنگام کار کردن با توزیع‌های چندمتغیره t ، مشکل‌ساز می‌شود. به عنوان مثال، اگر بازده دارایی‌های انفرادی دارای توزیع t باشد، توزیع بازده سبد

1. generalized t-distribution

دارایی به راحتی مشخص نمی‌شود. برای غلبه بر این مشکل می‌توان از فنونی چون شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده کرد.

مثال (۳-۵): $t-VaR$

فرض کنید بازده یک دارایی دارای توزیع تعمیم یافته t با میانگین 0.1 و انحراف معیار 0.25 و درجه آزادی 5 است و قیمت جاری آن نیز 100 تومان می‌باشد. برای دوره آتی، ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان 99% به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$VaR = -100 \times \left(0.1 - \sqrt{\frac{5-2}{5}} \times 0.25 \times 3.365 \right) = 55.16$$

ارزش در معرض ریسک نرمال بر اساس اطلاعات فوق $48/15$ به دست می‌آید.

ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال

یک گزینه معمول دیگر این است که فرض کنیم بازده‌های هندسی به صورت نرمال توزیع شده‌اند. این فرض معادل در نظر گرفتن توزیع لاگ نرمال برای ارزش سبد دارایی در پایان دوره نگهداری است. ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$VaR_{ht} = P_{t-1} \left(1 - \left(\exp(h\mu_t - \sqrt{h} \sigma_t z_\alpha) \right) \right)^{(9-5)}$$

در این رابطه، μ_t میانگین بازده‌های هندسی و σ_t انحراف معیار آن است. z_α نیز مطابق معمول، مقدار متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ است. بدیهی است که عبارت داخل پرانتز $VaR\%$ است.

جذابیت فرض توزیع لاگ نرمال در این است که احتمال ایجاد ارزش منفی برای سبد دارایی را از بین می‌برد. بدین معنی که با در نظر گرفتن این فرض، ارزش در معرض ریسک هرگز نمی‌تواند از ارزش سبد فراتر رود. وقتی قیمت یک دارایی دارای توزیع لاگ نرمال

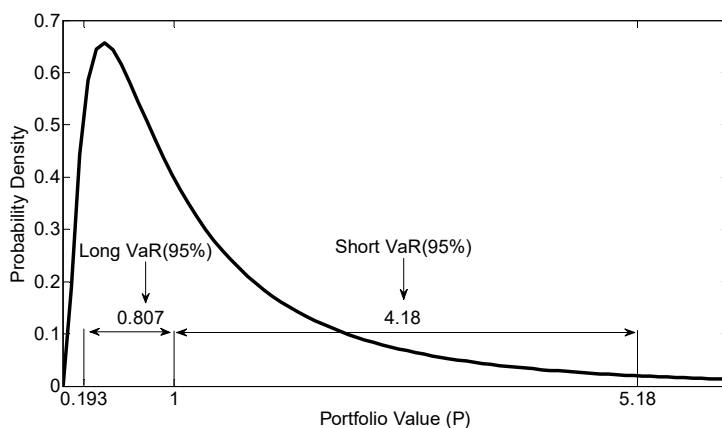
باشد، به معنی یک فرآیند حرکت برآونی هندسی^۱ یا یک فرآیند گشت تصادفی لاگ نرمال^۲ می‌باشد.

نکته قابل توجه در مورد توزیع لاگ نرمال، عدم تقارن^۳ آن است و بنابراین به کارگیری آن به این معنی است که موقعیت‌های خرید^۴ و فروش^۵ به صورت نامتقارنی در معرض ریسک قرار دارد. زیان موقعیت خرید به هنگام کاهش قیمت‌ها و زیان موقعیت فروش به هنگام افزایش قیمت‌ها ایجاد می‌شود. بدیهی است که در هر توزیع متقارنی، ارزش در معرض ریسک موقعیت خرید و فروش، تصویر آینه‌ای یکدیگرند که این امر نشان‌گر تقارن دنباله پایینی و بالایی است. در توزیع لاگ نرمال بدترین زیان حاصل از یک موقعیت خرید به اندازه مبلغ سرمایه‌گذاری است و سنج‌های ریسک به طور طبیعی برای مقادیر زیان‌های بزرگ‌تر محدود می‌شود. اما، یک موقعیت فروش می‌تواند متحمل زیان‌های بزرگ‌تری گردد. مثلاً، اگر شما سهمی را به صورت استقرای بفروشید، دارای موقعیت فروشی هستید که زیان آن نامحدود است، چراکه قیمت دارایی برای حرکت رو به بالا با محدودیتی مواجه نیست. اما، اگر شما سهمی را بخرید، حداکثر زیان موقعیت خرید شما به اندازه مبلغ خرید سهم است، چراکه حداکثر کاهش قیمت سهام به اندازه قیمت آن است.

نمودار زیر ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال را برای موقعیت‌های خرید و فروش یک دارایی نشان می‌دهد. میانگین و انحراف معیار بازده هندسی این دارایی به ترتیب صفر و یک است و ارزش روز دارایی نیز واحد در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، Var در سطح اطمینان ۹۵٪ برای موقعیت خرید ۰/۸۰۷ و برای موقعیت فروش متناظر با آن ۴/۱۸ است. موقعیت فروش به طور بالقوه دارای ارزش در معرض ریسک نامحدودی است، چراکه در دنباله کشیده سمت راست قرار می‌گیرد. توجه داشته باشید که این نمودار بر اساس داده‌های ارزش سبد دارایی رسم شده است.

1. geometric Brownian motion process (GBMP)
2. lognormal random walk
3. asymmetry
4. long position
5. short position



نمودار (۳-۵): ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال برای موقعیت‌های خرید و فروش

به‌طور خلاصه، رویکرد لاگ نرمال به جهت برقراری محدودیت‌های حداکثر زیان (حداقل بازده) برای موقعیت‌های خرید مطلوب است. مزیت دیگر این که با فرآیند حرکت براونی هندسی هم‌خوانی دارد؛ فرآیندی که تعدادی ویژگی مطلوب و پر کاربرد در زمینه قیمت‌گذاری اوراق مشتقه دارد.

مثال (۴-۵): ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال

فرض کنید بازده هندسی دارای توزیع نرمال با میانگین ۰/۰۵ و انحراف معیار ۰/۲۵ است. قیمت جاری دارایی نیز ۱۰۰ تومان است. با استفاده از رابطه ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال، Var برای دوره نگهداری یک‌روزه و در سطح اطمینان ۹۵ درصد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR = 100 \times (1 - \exp(0.05 - 0.25 \times 1.645)) = 30.32$$

مثال (۵-۵): ارزش در معرض ریسک نرمال و لاگ نرمال برای موقعیت‌های خرید و

فروش

فرض کنید سری بازده حسابی دارای توزیع نرمال با میانگین ۰/۱ و انحراف معیار ۰/۲۵ است و ارزش جاری سبد دارایی ۱۰۰ تومان می‌باشد. ارزش در معرض ریسک نرمال برای موقعیت خرید در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با:

$$VaR = -100(0.1 - 0.25 \times 1.645) = 31.12$$

ارزش در معرض ریسک نرمال برای موقعیت فروش متناظر، دقیقاً برابر همین مقدار است. حالا فرض کنید که بازده‌های هندسی دارای توزیع نرمال با میانگین ۰/۱ و انحراف معیار ۰/۲۵ است. ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال برای موقعیت خرید در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با:

$$VaR = 100(1 - \exp(0.1 - 0.25 \times 1.645)) = 26.75$$

و ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال برای موقعیت فروش متناظر، برابر است با:

$$VaR = -100(1 - \exp(0.1 + 0.25 \times 1.645)) = 66.74$$

همان‌طور که از نتایج برمی‌آید، در توزیع نامتقارنی مثل لاگ نرمال، ارزش در معرض ریسک موقعیت خرید و فروش تصویر آینه‌ای یکدیگر نیست.

مدل‌های تلاطم تصادفی

یک رویکرد بسیار مؤثر جهت محاسبه VaR ، مدل سازی تلاطم به‌عنوان یک فرآیند تصادفی است. همان‌طور که در فصل قبل اشاره کردیم، با این‌که تلاطم‌ها تصادفی است، اما اگر امروز شاهد تلاطم بالایی باشیم، بالابودن تلاطم فردا نیز محتمل است. در این مدل‌ها تلاطم امروز غالباً به‌صورت تابعی تصادفی از یک یا چند تلاطم گذشته در نظر گرفته می‌شود. روش‌های متعددی برای تعیین این تابع وجود دارد. به‌عنوان مثال می‌توانیم تلاطم را از طریق یک فرآیند $GARCH$ مانند $GARCH(1,1)$ مدل‌سازی کنیم:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \omega \geq 0, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta < 1 \quad (10-5)$$

که ε_{t-1} آخرین باقیمانده بازده است و به‌عبارتی برابر با اختلاف بازده واقعی و بازده موردانتظار دوره قبل (جمله خطا) است. مقدار بالای β به این معنی است که تلاطم‌ها پایدار است و تغییرات آن‌ها مستلزم گذشت مدت زمانی طولانی است. مقدار بالای α بدین معنی است که تلاطم‌ها پرجنب‌وجوش بوده و نسبت به تحرکات بازار واکنش سریعی از خود نشان می‌دهد. هم‌چنین می‌توانیم تلاطم‌های بازده را با استفاده از دیگر فرآیندهای خانواده

$GARCH$ مدل‌سازی کنیم. شاید بتوان مدل $EWMA$ را نیز جزء رویکردهای تلاطم تصادفی به حساب آورد، چراکه مدل‌های $GARCH$ در واقع تعمیمی از این مدل می‌باشد. در فصل چهارم مدل‌های $EWMA$ و خانواده $GARCH$ را به تفصیل تشریح نمودیم.

به‌عنوان گزینه‌ای دیگر، می‌توانیم برای مدل‌سازی تلاطم از مدل‌های تغییر رژیم زنجیره مارکوف^۱ استفاده کنیم. در این مدل تلاطم‌ها شمار محدودی از مقادیر ممکن را اتخاذ می‌کند و گذارهای تصادفی تلاطم‌ها در طی زمان با یک ماتریس گذار^۲ مدل‌سازی می‌شود. این ماتریس، احتمال تغییر از یک حالت به حالت دیگر را در اختیار می‌گذارد. در فصل یازدهم به بررسی زنجیره مارکوف و ماتریس گذار خواهیم پرداخت و به همین دلیل در این‌جا از ارایه توضیحات بیشتر خودداری می‌کنیم.

برای برآورد Var کافی است که تلاطم‌های تخمینی را در رابطه (۵-۱) قرار دهیم. به این ترتیب برای هر دوره، یک تلاطم تخمینی خواهیم داشت که برآوردی از ارزش در معرض ریسک در اختیارمان می‌گذارد. بدیهی است که در ارزش در معرض ریسک نرمال، تلاطم‌ها بر اساس میانگین متحرک ساده برآورد می‌شود و بدین ترتیب تلاطم هر دوره تفاوت چندانی با تلاطم دوره قبل نخواهد داشت. در واقع در این رویکرد، به آن معنا که در رویکردهای تلاطم تصادفی مشاهده می‌کنیم، تلاطم‌ها پیش‌بینی نمی‌شوند.

اگر ارزش در معرض ریسک با استفاده از رویکردهای تلاطم تصادفی برآورد شود، برای نام‌گذاری معمولاً از مدل تلاطم تصادفی استفاده می‌کنیم. مثلاً، $GARCH(1,1) Var$ به معنی ارزش در معرض ریسکی است که تلاطم آن بر اساس مدل $GARCH(1,1)$ برآورد شده است. به همین ترتیب ممکن است از یک مدل شکل‌گیری بازده دارایی برای برآورد بازده موردانتظار استفاده نماییم. در این صورت برای نام‌گذاری Var از نام مدل مربوطه نیز استفاده می‌کنیم. مثلاً، $ARMA(1,1)GARCH(1,1) Var$ به معنی ارزش در معرض ریسکی است که بازده موردانتظار آن بر اساس مدل $ARMA(1,1)$ و تلاطم آن بر اساس مدل $GARCH(1,1)$ برآورد شده است. اگر مدل پیش‌بینی بازده، گشت تصادفی باشد، با عدم‌ذکر نام مدل پیش‌بینی بازده، آن را مشخص می‌نماییم. مثلاً، $EWMA Var$ بیانگر ارزش در معرض ریسکی است که مدل پیش‌بینی تلاطم آن $EWMA$ و مدل پیش‌بینی بازده آن، گشت تصادفی است.

1. regime-switching Markov chain models
2. transition matrix

مدل‌های متنوع پارامتریک

مدل‌هایی که در این جا معرفی می‌کنیم، نسبت به مدل‌های متداول، کمتر رایج است و دلیل اصلی آن، پیچیدگی آن‌هاست. ما این گروه را تحت عنوان مدل‌های متنوع پارامتریک برر سی می‌کنیم که شامل توزیع‌های بیضوی و هذلولی، مدل نرمال مرکب، مدل جهش-انتشار، مدل کاکس-باکس، توزیع خطای تعمیم‌یافته، توزیع‌های خانوادهٔ جانسون، خانوادهٔ پیرسون، چوله-t و لاندای تعمیم‌یافته و در نهایت، تقریب کورنیش-فیشر می‌باشد.

توزیع بیضوی^۱ و توزیع هذلولی^۲

استفاده از توزیع‌های بیضوی و هذلولی روش دیگری برای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک است. این روش در سال‌های اخیر توسط ابرلین پیشنهاد شد.^۳ توزیع‌های بیضوی، توزیع‌های مقارنی است که معمولاً در مدیریت ریسک مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد. یعنی چولگی آن‌ها صفر است، اما کشیدگی آن‌ها از توزیع نرمال بیشتر است. این توزیع‌ها روابط ساده‌ای برای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک ایجاد می‌کند. این روابط بسیار شبیه روابط مربوط به توزیع نرمال می‌باشد و از این لحاظ دارای مزیت است. اگر توزیع بازدهٔ دارایی بیضوی باشد و پارامترهای موقعیت^۴ و معیار^۵ به ترتیب با μ و σ^2 مشخص شود، ارزش در معرض ریسک برابر است با:

$$VaR_t = -P_{t-1}(\mu_t - \delta_t z_\alpha)^{(11-5)}$$

که z_α ، صدک حالت استاندارد (یعنی پارامتر موقعیت برابر صفر و پارامتر معیار برابر یک) توزیع بیضوی در سطح خطای α است. کارکردن با توزیع‌های بیضوی در سطح یک دارایی و نیز در سطح سبد دارایی آسان است که از مزیت‌های این توزیع به‌شمار می‌رود.

-
1. elliptical distribution
 2. hyperbolic distribution
 3. Eberlein (1999).
 4. location parameter
 5. scale parameter

توزیع‌های بیضوی و هذلولی جزء خانواده موقعیت-معیار^۱ است و آن طبقه‌ای از توزیع‌های احتمال تک‌متغیره است که با دو پارامتر موقعیت و معیار مشخص می‌شود. این توزیع‌ها شامل توزیع‌های هذلولی، بیضوی، گوسی معکوس نرمال^۲ و نرمال (به‌عنوان یک مورد خاص) می‌باشد. توزیع هذلولی تعمیم‌یافته^۳، تعمیمی از این خانواده است. این توزیع پارامتر دیگری را نیز به توزیع هذلولی اضافه می‌کند و بنابراین، انعطاف بیشتری در برازش از خود نشان می‌دهد.

برای برآورد ارزش در معرض ریسک بیضوی^۴ باید پارامترهای آن را تخمین بزنیم و سپس مقادیر تخمینی را در رابطه (۵-۱۱) جایگذاری کنیم. می‌توانیم μ را به‌عنوان میانگین در نظر گرفته و با استفاده از روش‌هایی ساده مانند حداقل مجذورات برآورد کنیم. برای برآورد پارامتر دیگر می‌توان از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده کرد. به‌طور کلی این توزیع‌ها به‌غیر از موارد خاص، هیچ راه‌حل بسته‌ای برای ارزش در معرض ریسک ارائه نمی‌کند. شواهد حاکی از بهبود قابل‌ملاحظه برآوردهای توزیع بیضوی نسبت به توزیع نرمال است.

مدل‌های نرمال مرکب^۵

استفاده از مدل‌های نرمال مرکب، روش دیگری برای محاسبه ارزش در معرض ریسک است. در این رویکرد فرض بر این است که بازده، معمولاً مطابق یک فرآیند خاص نرمال حاصل می‌شود، اما گاهی از فرآیند نرمال دیگری با واریانس بزرگ‌تر تبعیت می‌کند. یک فرآیند معمولی نرمال مرکب بر اساس رابطه (۵-۱۲) تعریف می‌شود:

$$\text{normal mixture process} = (1 - \delta_t) \varepsilon_{1,t} + \delta_t \varepsilon_{2,t} \quad (5-12)$$

1. location-scale family
2. normal inverse Gaussian
3. generalized hyperbolic distribution
4. elliptical VaR
5. normal mixture models

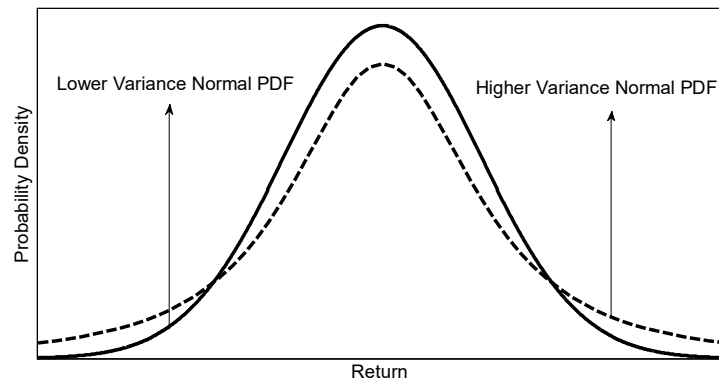
که دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ_1^2 و $\varepsilon_{2,t}$ دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ_2^2 می‌باشد. متغیر δ_t یک متغیر تصادفی دوتایی^۱ است که اغلب اوقات مقدار آن صفر است، اما گاهی هم یک می‌شود. احتمال یک شدن این متغیر را با p نشان می‌دهند. بر این اساس، اغلب اوقات متغیر نرمال مرکب، $\varepsilon_{1,t}$ است، اما برای زمان‌های کوتاهی هم $\varepsilon_{2,t}$ می‌شود. در این حالت فرآیند ترکیبی از واریانس بیشتری برخوردار است. بدین ترتیب اعداد خیلی بزرگ و خیلی کوچک با توالی بیشتری ظاهر می‌شود و دنباله‌های توزیع نسبت به توزیع نرمال تعدیل نشده متراکم‌ترند. گشتاورهای این مدل ترکیبی را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید.

میانگین	μ
واریانس	$[p\sigma_{1,t}^2 + (1-p)\sigma_{2,t}^2]$
چولگی	0
کشیدگی	$3[p\sigma_{1,t}^4 + (1-p)\sigma_{2,t}^4]/[p\sigma_{1,t}^2 + (1-p)\sigma_{2,t}^2]^2$

جدول (۵-۱): گشتاورهای توزیع نرمال مرکب

همان‌طور که در جدول فوق ملاحظه می‌کنید، مدل ترکیبی دارای چولگی صفر است و نسبت به توزیع نرمال کشیدگی بیشتری دارد. مدل‌های نرمال مرکب دارای چندین مزیت است: آن‌ها به لحاظ مفهومی نسبتاً ساده‌اند؛ به‌وسیله آن‌ها می‌توان هر کشیدگی معقولی را به حساب آورد و از تخمین‌های استاندارد خطی نرمال برای برآورد واریانس‌ها و همبستگی‌ها بهره می‌گیرند. بدین ترتیب، قسمت عمده سهولت رویکردهای نرمال در آن‌ها حفظ می‌شود و حداقل برای سبدهای کم‌تنوع، به تعداد نسبتاً کمی پارامتر نیازمند است. نمودار زیر تصویری از توزیع نرمال مرکب است.

1. binary random variable



نمودار (۴-۵): تصویری از یک توزیع نرمال مرکب

به‌هر حال به‌هنگام اجرای رویکرد ترکیبی، باید برآوردهایی از پارامترهای مربوطه به‌دست آورد و این کار در عمل سخت‌تر از آن است که به‌نظر می‌رسد. رایج‌ترین روش برای برآورد پارامترها، حداکثر درست‌نمایی است، اما متأسفانه تابع حداکثر درست‌نمایی برای توزیع نرمال مرکب یک ماکزیمم سراسری به‌دست نمی‌دهد و این امر رویکرد حداکثر درست‌نمایی را ناکارآمد می‌سازد. زنگاری و ونکاتارمن راه‌حل‌های دیگری را برای این مسأله پیشنهاد می‌کنند. زنگاری استفاده از ابزار نمونه‌گیری گیبس^۱ و ونکاتارمن حداکثر درست‌نمایی گوسی-بیزی^۲ را به‌عنوان راه‌حل ارائه می‌کنند.^۳ جزییات این روش‌ها را می‌توانید در مقاله‌های آن‌ها بیابید.

به‌هنگام کاربرد مدل نرمال مرکب برای یک سبد دارایی باید به مسأله مهم دیگری توجه کنیم و آن این که چگونه عوامل ریسک هر دارایی که در عبارات دوتایی δ_i ظاهر می‌شود، با یکدیگر همبسته‌اند.

پس از برآورد پارامترهای مدل مرکب، Var همانند ارزش در معرض ریسک نرمال محاسبه می‌شود.

1. Gibbs sampling tool
2. Guasi-Bayesian maximum likelihood
3. Zangari (1996) and Venkatarman (1997).

مدل‌های جهش-انتشار^۱

در این روش برای نشان دادن دنباله‌های سنگین^۲ توزیع بازده، فرض می‌شود که توزیع شامل اجزای عادی و غیرعادی^۳ است. در این جا جزء غیرعادی یک متغیر جهش^۴ می‌باشد که منعکس کننده حرکات بزرگ بازار است. این فرآیند به‌عنوان جهش-انتشار معروف است و اولین بار توسط مرتون^۵ معرفی شد. فرآیند جهش-انتشار، تغییر در لگاریتم قیمت را به دو جزء زیر تجزیه می‌کند:

$$\Delta \log p_t = e_t + e_t^j \quad (۱۳-۵)$$

که e_t متغیر تصادفی نرمال بوده و جزء عادی توزیع است. میانگین این متغیر صفر و واریانس آن σ_t^2 است. e_t^j مجموع N_t متغیر تصادفی J_n است که $n = 1, 2, \dots, N_t$ و هر J_n دارای توزیع نرمال با میانگین μ_j و واریانس σ_j^2 است. N_t یک متغیر تصادفی است که دارای توزیع پواسون با میانگین λ است که λ میانگین تعداد جهش‌ها در هر روز می‌باشد. گشتاورهای مدل جهش در جدول زیر ارائه شده است.

$\lambda \mu_j$	میانگین
$\sigma^2 + \lambda(\mu_j^2 + \sigma_j^2)$	واریانس
$\lambda \mu_j(\mu_j^2 + 3\sigma_j^2)$	چولگی
$3 + \lambda(\mu_j^4 + 6\mu_j^2 \sigma_j^2 + 3\sigma_j^4)$	کشیدگی

جدول (۲-۵): گشتاورهای توزیع جهش-انتشار

همان‌گونه که از جدول پیداست، می‌توان از یک فرآیند جهش جهت احتساب چولگی و نیز کشیدگی فراتر از نرمال در توزیع موردنظر استفاده کرد. علامت λ تعیین‌کننده علامت چولگی است و اندازه پارامتر تلاطم جهش (σ_j) تعیین‌کننده کشیدگی است.

1. jump-diffusion models
2. heavy tails
3. ordinary and extraordinary components
4. jump variable
5. Merton

فرآیند جهش-انتشار روش مفیدی جهت فراهم‌آوردن توزیع‌هایی با دنباله متراکم و یا در صورت نیاز توزیع‌های چوله در افق‌های زمانی کوتاه‌مدت است. اما، تخمین چنین مدل‌هایی بسیار مشکل است و ضرورتاً عملکردی بهتر از مدل‌های فاقد فرآیند جهش-انتشار ندارد.

شاید ساده‌ترین راه برای برآورد سنجه‌های ریسک در این مدل، استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو باشد. در این روش مسیرهای بسیار زیادی از فرآیند جهش-انتشار را تا انتهای دوره نگهداری شبیه‌سازی می‌کنیم و بدین ترتیب تعداد زیادی قیمت پایانی فراهم می‌آید که سازنده توزیع قیمت‌های پایانی سبد دارایی است. در نهایت، ارزش در معرض ریسک را به شیوه معمول از طریق محاسبه صدک موردنظر برآورد می‌کنیم. نحوه محاسبه صدک بر اساس توزیع‌های شبیه‌سازی شده در فصل هفتم و به‌هنگام بررسی رویکردهای ناپارامتریک ارزش در معرض ریسک تشریح می‌شود.

مدل باکس-کاکس^۱

یکی از روش‌های تخمین VAR ، روش تبدیل باکس-کاکس^۲ است. این رویکرد، روشی نسبتاً ساده است و برای بررسی داده‌های غیرنرمال کاربرد زیادی دارد. رویکرد باکس-کاکس برای موقعیت‌هایی بسیار مفید است که تصور می‌کنیم داده‌ها غیرنرمال است، اما در مورد توزیع واقعی آن‌ها اطلاعاتی در دست نیست. اگر مجموعه داده‌ها را با X نشان دهیم تبدیل باکس-کاکس، یک متغیر مبدل^۳ (X^λ) معرفی می‌کند که تقریباً دارای توزیع نرمال است:

$$X^\lambda = \begin{cases} (X^\lambda - 1)/\lambda & \text{if } \lambda \neq 0 \end{cases} \quad (14-5)$$

λ را می‌توان با بیشینه‌سازی یک تابع احتمال نرمال، برآورد نمود.

برای تخمین ارزش در معرض ریسک، باید این فرآیند تبدیل را در مورد داده‌ها به کار برد و ارزش در معرض ریسک نرمال را بر روی داده‌های مبدل برآورد کرد. سپس با اجرای یک

-
1. Box-Cox model
 2. Box-Cox transformation
 3. transformed variable

تبدیل معکوس باکس-کاکس^۱ بر روی ارزش در معرض ریسک نرمال، ارزش در معرض ریسک باکس-کاکس محاسبه می‌شود.

توزیع خطای تعمیم یافته

روش دیگر، استفاده از توزیع خطای تعمیم یافته است. این توزیع جزء خانواده‌ای از توزیع‌هاست که بسته به مقدار پارامتر ν ، اشکال متنوع و خاصی را به خود می‌گیرد. به عنوان مثال یک مورد خاص از این اشکال، توزیع نرمال است. بنابراین توزیع خطای تعمیم یافته را می‌توان به عنوان شکل منعطف‌تری از توزیع نرمال دانست. در این توزیع، بازده‌های استاندارد دارای تابع چگالی احتمالی با رابطه (۱۵-۵) است:

$$f(r) = \frac{\nu \exp\left[-\left(\frac{1}{2}\right)\left|\frac{r}{\lambda}\right|^\nu\right]}{\Gamma(1/\nu)\Gamma(3/\nu)} \quad (15-5)$$

که $\Gamma(1/\nu)$ تابع استاندارد گاما بوده و λ برابر است با:

$$\lambda = [2^{-(2/\nu)} \Gamma(1/\nu) \Gamma(3/\nu)]^{1/2} \quad (16-5)$$

این فرآیند به ازای $\nu = 2$ ، نرمال می‌شود، اما وقتی که $\nu < 2$ ، نسبت به توزیع نرمال دارای دنباله‌های سنگین‌تری است. بنابراین می‌توان مقدار ν را طوری انتخاب کرد که به کشیدگی مورد نظر دست یافت. نتایج حاکی از این است که تخمین‌های رویکرد توزیع خطای تعمیم یافته نسبت به توزیع نرمال دارای بهبود قابل ملاحظه‌ای است.

توزیع‌های خانواده جانسون^۲، خانواده پیرسون^۳، چوله-t^۴ و لاندای تعمیم یافته^۵ می‌توان گشتاورهای تجربی^۶ را بر توزیع‌های خانواده جانسون، خانواده پیرسون، توزیع چوله-t و یا توزیع لاندای تعمیم یافته برازش کنیم. این توزیع‌ها بسیار منعطفند.

1. reverse Box-Cox transformation
2. Johnson family distributions
3. Pearson family
4. skew-t
5. generalized lambda
6. empirical moments

در صورتی که برآوردهایی از چهار گشتاور اول یک توزیع تجربی داشته باشیم، می‌توان این گشتاورها را بر یکی از این توزیع‌ها برازش نموده و سپس تخمین‌هایی از سنج‌های ریسک آن توزیع به‌دست آورد. به هر حال انعطاف‌پذیری این توزیع‌ها به بهای پیچیدگی کاربرد آن‌ها تمام می‌شود، به طوری که به‌کارگیری هیچ‌کدام از آن‌ها کار ساده‌ای نیست.

تقریب کورنیش- فیشر^۱

یک رویکرد بسیار متفاوت، تقریب کورنیش- فیشر است. این تقریب بر مبنای بسط کورنیش- فیشر می‌باشد که برای تعیین صدک‌های توزیع‌هایی که نزدیک به نرمال است، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این بسط یک عامل تعدیل^۲ برای تعدیل صدک‌های تخمینی توزیع‌های غیرنرمال فراهم می‌آورد. این تعدیلات تا زمانی قابل‌اتکا است که میزان انحرافات از توزیع نرمال کوچک باشد.

اگر z_α را به‌عنوان صدک توزیع نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1 - \alpha$ در نظر بگیریم، بسط کورنیش- فیشر به‌صورت زیر است:

$$z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\rho_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\rho_4 \quad (17-5)$$

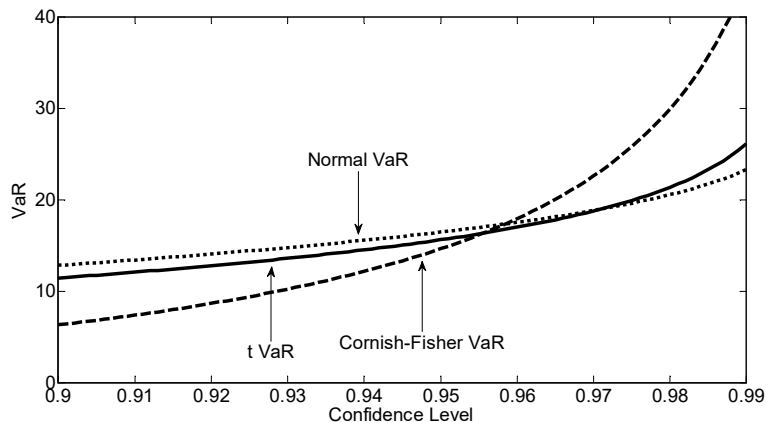
که ρ_3 ضریب چولگی توزیع و ρ_4 کشیدگی آن می‌باشد. اگر جملات مراتب بالاتر را ناچیز قلمداد کنیم، این بسط به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\rho_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\rho_4 \quad (18-5)$$

بدیهی است که نادیده‌گرفتن جملات مراتب بالاتر با این فرض که انحرافات از توزیع نرمال ناچیز است، هم‌خوانی دارد.

1. Cornish-Fisher approximation
2. adjustment factor

برای استفاده از این بسط، به سادگی z_α را در رابطه (۵-۱۸) جایگزین می‌کنیم و به این ترتیب صدک تخمینی خود را به دست می‌آوریم. این کار معادل تعدیل z_α برای چولگی و کشیدگی غیرنرمال است. به‌هنگام استفاده از تقریب کورنیش-فیشر باید این نکته را در ذهن داشته باشیم که این بسط تنها در صورتی که توزیع موردنظر نزدیک به توزیع نرمال باشد، تقریب خوبی فراهم می‌آورد. بنابراین، اگر توزیع موردنظر انحراف زیادی از توزیع نرمال داشته باشد، نمی‌توان به تقریب‌های آن اتکا کرد. برای نشان دادن این نکته فرض کنید بازده دارای توزیع t با درجه آزادی ۵، میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ است و قیمت جاری داری ۱۰۰ تومان است. کشیدگی این توزیع ۹ می‌باشد، و مشخصاً با کشیدگی توزیع نرمال که برابر ۳ است، تفاوت فاحشی دارد. در نمودار (۵-۵)، ارزش در معرض ریسک صحیح (ارزش در معرض ریسک t)، نرمال و کورنیش-فیشر ارایه شده است.



نمودار (۵-۵): ارزش در معرض ریسک t ، نرمال و کورنیش-فیشر با کشیدگی نسبتاً بالا

از این نمودار می‌توان فهمید که تقریب کورنیش-فیشر در چنین حالتی کاملاً ضعیف عمل می‌کند. غیر از حوالی سطح اطمینان ۹۵٪، تقریب کورنیش-فیشر عموماً برآوردهایی از VaR ارایه می‌دهد که حتی بدتر از تخمین‌های نرمال می‌باشد. بنابراین، باید با احتیاط از آن استفاده کرد، چراکه در شرایط خاص ممکن است باعث بدتر شدن تخمین‌ها گردد همچنان که ممکن است به بهبود آن‌ها کمک نماید.

مثال (۵-۶): تقریب کورنیش-فیشر:

فرض کنید قیمت کنونی دارایی ۱۰۰ تومان است و بازده آن دارای توزیع t با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ است. چولگی این توزیع صفر و کشیدگی آن ۹ است. می‌خواهیم در سطح اطمینان ۹۵٪، ارزش در معرض ریسک کورنیش-فیش را به دست آوریم. با توجه به روابطی که بیان شد، صدک تعدیل شده برابر است با:

$$1.645 + (1/24)(1.645^3 - 3 \times 1.645) \times 9 = 1.464$$

و بدین ترتیب ارزش در معرض ریسک کورنیش-فیش برابر است با:

$$VaR = 100 \times 0.1 \times 1.464 = 14.64$$

و این در حالی است که ارزش در معرض ریسک نرمال برابر است با:

$$VaR = 100 \times 0.1 \times 1.645 = 16.45$$

برای به دست آوردن ارزش در معرض ریسک واقعی می‌توانیم یک توزیع t با درجه آزادی ۵ را بر پارامترهای چولگی و کشیدگی برازش کنیم. به این ترتیب ارزش در معرض ریسک واقعی که همان ارزش در معرض ریسک t است برابر است با:

$$VaR = 100 \times \sqrt{(5-2)/5} \times 2.015 \times 0.1 = 15.61$$

بنابراین ارزش در معرض ریسک نرمال برابر ۱۶/۴۵ است که با به کارگیری روش کورنیش-فیش، تعدیل شده و مقدار آن ۱۴/۶۴ می‌شود و این در حالی است که ارزش در معرض ریسک t (که بنا به مفروضات، مقدار واقعی VaR است) برابر ۱۵/۶۱ است. با مقایسه این ارقام، نتیجه می‌گیریم که در این مورد خاص به کارگیری روش کورنیش-فیش به تعدیل بیش از حد منجر می‌شود، به گونه‌ای که استفاده از آن مفید نیست.

مدل‌های پارامتریک ارزش در معرض ریسک سبد دارایی

تا این جا مدل‌هایی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک ارائه شد، اما به طور خاص در مورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی‌ها سخنی به میان نیامد. البته، این بدان معنا نیست که محاسبه ارزش در معرض ریسک برای سبد دارایی متفاوت از دارایی‌های انفرادی است،

بلکه تنها باید پارامترهای مربوط به سبد دارایی‌ها، جایگزین پارامترهای دارایی انفرادی شود. با این حال محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد دارایی نسبت به دارایی‌های انفرادی از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. در این جا به‌طور خاص دو رویکرد کلی محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد دارایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم که عبارتند از: رویکرد واریانس-کوواریانس چندمتغیره نرمال و رویکردهای واریانس-کوواریانس غیرنرمال

رویکرد واریانس-کوواریانس چندمتغیره نرمال^۱

در بسیاری مواقع برای محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد دارایی این فرض را اساس کار خود قرار می‌دهیم که بازده دارایی‌های انفرادی دارای توزیع چندمتغیره نرمال است. این فرض مترادف در نظر گرفتن توزیع نرمال برای بازده سبد می‌باشد. فرض کنید سبدهی از n دارایی مختلف داریم و بازده آن‌ها دارای توزیع چندمتغیره نرمال با میانگین μ و ماتریس واریانس-کوواریانس Σ است. μ یک بردار $1 \times n$ و Σ یک ماتریس $n \times n$ است که واریانس‌ها در قطر اصلی و کوواریانس‌ها در دیگر جایگاه‌های آن قرار دارد. بردار سطری w را به‌عنوان نسبت‌های سرمایه‌گذاری شده در هر دارایی در نظر بگیرید. ابعاد این بردار، $1 \times n$ است. بدین ترتیب میانگین و واریانس سبد دارایی از طریق روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_d = w\mu \quad (19-5)$$

$$\sigma_n^2 = w\Sigma w^T \quad (20-5)$$

اگر قیمت سبد دارایی در دوره $t-I$ را با P_{t-1} نشان دهیم، ارزش در معرض ریسک طی h دوره نگهداری و سطح اطمینان $1-\alpha$ برابر است با:

$$VaR_{ht} = -P_{t-1} (h\mu_{n,t} - \sqrt{h} \sigma_{n,t} z_\alpha) \quad (21-5)$$

ریزش موردانتظار نیز طی h دوره نگهداری و سطح اطمینان $1-\alpha$ برابر است با:

1. multivariate normal variance-covariance approach

$$ES_{h_t} = -P_{t-1} \left(h\mu_{n,t} - \sqrt{h} \sigma_{n,t} \frac{\phi(z_\alpha)}{\alpha} \right) \quad (22-5)$$

رویکردهای واریانس-کوواریانس غیرنرمال

اگر بر این اعتقاد باشیم که توزیع بازده سبب دارایی نرمال نیست، می‌توانیم از رویکردهای واریانس-کوواریانس غیرنرمال برای محاسبه ارزش در معرض ریسک سبب دارایی استفاده کنیم. سه نمونه از این رویکردها عبارتند از:

- توزیع‌های چندمتغیره t
- توزیع‌های چندمتغیره بیضوی
- رویکرد حال-وایت جهت انتقال به نرمال بودن

توزیع‌های چندمتغیره t

اگر بازده‌ها دارای توزیع چندمتغیره نرمال نباشد، هنوز هم این امکان وجود دارد که از رویکرد واریانس-کوواریانس استفاده کنیم. توزیع چندمتغیره t یکی از انتخاب‌های ماست که ES و Var برای آن به ترتیب بر اساس روابط (۲۳-۵) و (۲۴-۵) تعریف می‌شود:

$$Var_{h_t} = -P_{t-1} \left(h\mu_{n,t} - \sqrt{h} \sigma_{n,t} \sqrt{\frac{v-2}{v}} \right) \quad (23-5)$$

$$ES_{h_t} = -P_{t-1} \left(h\mu_{n,t} - \sqrt{h} \sigma_{n,t} \frac{f(t_{v,\alpha})}{\alpha} \right) \quad (24-5)$$

که v درجه آزادی، مقدار معکوس تابع توزیع تجمعی t در درجه آزادی v و $t_{v,\alpha}$ مقدار معکوس تابع چگالی احتمال توزیع t به ازای مقدار $t_{v,\alpha}$ است. $f(t_{v,\alpha})$ و α سطح خطای α و مقدار $t_{v,\alpha}$ است.

1. multivariate t-distributions

توزیع چندمتغیره t مزایای توزیع چندمتغیره نرمال را حفظ می‌کند، چرا که از همان پارامترها استفاده می‌کند و نیز کاربرد آن آسان است. این توزیع، در عین حال به ما اجازه می‌دهد که کشیدگی‌های فراتر از نرمال را در نظر بگیریم.

توزیع‌های چندمتغیره بیضوی^۱

به‌طور کلی می‌توانیم برای بازده‌هایی که دارای توزیع چندمتغیره بیضوی است از رویکرد واریانس-کوواریانس استفاده کنیم. در این جا روابط مربوط به ES و Var مشابه روابط مربوط به توزیع چندمتغیره نرمال است، اما عموماً دارای پارامترهای موقعیت و معیار متفاوتی است. مشکل استفاده از این رویکردها، تخمین پارامترهای آن‌هاست. برآوردکننده‌های حداکثر درست‌نمایی فاقد راه‌حلی بسته است. استفاده از روش‌های عددی نیز در صورت بزرگ بودن ابعاد مسأله، مشکل است. به‌هرحال در اغلب موارد می‌توانیم مسأله تخمین پارامترها را به دو مرحله قابل کنترل تقسیم کنیم. در مرحله اول، بردار میانگین و واریانس-کوواریانس را با استفاده از روش‌های استاندارد برآورد می‌کنیم. میانگین تخمینی، پارامتر موقعیت را در اختیارمان قرار می‌دهد. در مرحله دوم، ماتریس واریانس-کوواریانس تخمینی را به‌عنوان برآورد اولیه، جهت برآورد دیگر پارامترها با الگوریتم‌های حداکثر درست‌نمایی ترکیب می‌کنیم.

رویکرد هال-وایت جهت انتقال به نرمال بودن^۲

یک رویکرد متفاوت توسط هال و وایت پیشنهاد شد.^۳ آن‌ها پیشنهاد کردند که اگر بازده‌ها دارای توزیع چندمتغیره نرمال نباشد با تبدیل آن به توزیع چندمتغیره نرمال می‌توان از رویکرد واریانس-کوواریانس استفاده کرد. بدین ترتیب که رویکرد واریانس-کوواریانس را بر روی بازده‌های مبدل پیاده می‌کنیم و در نهایت نتایج را جهت استخراج ارزش در معرض ریسک واقعی به حالت اولیه برمی‌گردانیم. بنابراین، در این جا این فرض را که بازده‌ها دارای توزیع چندمتغیره نرمال است با فرض ضعیف‌تری مبنی بر این که آن‌ها قابل تبدیل به توزیع چندمتغیره نرمال است، جابجا می‌کنیم. این کار به ما اجازه می‌دهد که

1. multivariate elliptical distributions
2. Hull-White transformation-into-normality approach
3. Hull and White (1998).



ویژگی‌های مفید رویکرد واریانس-کوواریانس از جمله سادگی آن را حفظ کنیم و در عین حال به ما اجازه می‌دهد که ES و Var را با احتساب کشیدگی، چولگی و گشتاورهای مراتب بالاتر توزیع بازده چندمتغیره برآورد نماییم.

تصور کنید که m ابزار مالی مختلف در سبد خود داریم. e_{it} را بازده دارایی i در دوره t و G_{it} را نیز یک تابع توزیع تجمعی فرضی برای e_{it} در نظر بگیرید. به‌طور کلی این تابع وابسته به زمان است و منعکس‌کننده عواملی مانند تلاطم $GARCH$ و فرآیندهای همبستگی^۲ است. حالا e_{it} را به یک متغیر جدید یعنی f_{it} تبدیل می‌کنیم:

$$f_{it} = N^{-1}[G_{it}(e_{it})] \quad (۲۵-۵)$$

که N تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و عبارت داخل براکت یعنی $G(e_{it})$ ، احتمال تجمعی متغیر e_{it} بر اساس تابع توزیع تجمعی $G(\cdot)$ است. f_{it} نیز احتمال تجمعی متناظر در توزیع نرمال استاندارد است. رابطه (۲۵-۵)، بازده یعنی e_{it} را به معادل نرمال استاندارد آن یعنی f_{it} تبدیل می‌کند. بنابراین، می‌توانیم این رابطه را جهت استخراج e_{it} معکوس کنیم:

$$e_{it} = G_{it}^{-1}[N(f_{it})] \quad (۲۶-۵)$$

بنابراین، رابطه (۲۵-۵) به ما امکان تبدیل بازده‌ها را می‌دهد و رابطه (۲۶-۵) امکان تبدیل معکوس آن‌ها را فراهم می‌آورد. G_{it} می‌تواند هر شکلی داشته باشد. به‌عنوان مثال می‌توانیم یک توزیع خاص با دنباله متراکم را به آن نسبت دهیم و یا می‌توانیم آن را توزیعی تجربی در نظر بگیریم که برآمده از داده‌های اولیه است.

پس از تبدیل بازده‌ها، فرض می‌کنیم که بازده‌های مبدل یعنی f_{it} دارای توزیع چندمتغیره نرمال است و بر این اساس، بردار میانگین و ماتریس واریانس-کوواریانس را برآورد می‌کنیم. در ادامه، حال و وایت پیشنهاد می‌کنند که از روش مونت کارلو برای شبیه‌سازی مقادیر بازده‌های مبدل (f_{it}) بر اساس پارامترهای میانگین و واریانس-کوواریانس تخمینی استفاده کنیم. سپس از رابطه (۲۶-۵) جهت تبدیل معکوس داده‌های مبدل شبیه‌سازی‌شده به همتای خود یعنی e_{it} استفاده می‌کنیم تا به مجموعه‌ای از بازده‌های غیرنرمال شبیه‌سازی‌شده برسیم. سرانجام می‌توانیم با استفاده از یک روش

1. GARCH volatility
2. correlation processes

استاندارد، سنجۀ ریسک موردنظر خود را برآورد نماییم. به‌عنوان مثال این روش استاندارد می‌تواند یک روش ناپارامتریک مبتنی بر سری‌های شبیه‌سازی‌شده باشد. رویکردهای ناپارامتریک در فصل هفتم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کاربرد رویکرد هال-وایت آسان است و نسبت به رویکردهای بیضوی که کاربرد محدودی دارند، می‌توان آن را برای یک مجموعه بسیار گسترده از توزیع‌های چندمتغیره غیرنرمال به کار بست. بنابراین، این رویکرد به ما امکان می‌دهد که فراتر از آنچه که توزیع‌های بیضوی میسر می‌سازند، انحرافات از توزیع چندمتغیره نرمال را اداره کنیم. نتایج گزارش‌شده توسط هال و وایت حاکی از این است که این رویکرد در عمل نتایج بسیار خوبی در پی داشته است.

محدودیت‌های رویکرد پارامتریک

رویکردهای پارامتریک، ابزار تحلیلی مفیدی برای برآورد سنجه‌های ریسک فراهم می‌آورد، اما به‌علت مفروضات ساده‌کننده، دارای محدودیت‌هایی است. در ادامه به برخی از این محدودیت‌ها اشاره می‌کنیم:

روش پارامتریک مانند تمامی روش‌های محاسبه Var ، چنین فرض می‌کند که ترکیب سبد دارایی در طول دوره نگهداری تغییر نمی‌کند. ارزش در معرض ریسک محاسبه‌شده به برآورد ریسک در سبد فعلی و در افق زمانی یا دوره نگهداری موردنظر می‌پردازد. با تغییر ترکیب سبد دارایی، توزیع سود و زیان سبد با آنچه که در محاسبه Var منظور شده است، متفاوت خواهد بود.

بسیاری از روش‌های پارامتریک بر پایه تقریب خطی ارزش سبد دارایی استوار است. لذا، این روش زمانی به‌درستی کار می‌کند که این تقریب خطی، تغییرات ارزش سبد دارایی را به شکل صحیح توصیف نماید. کفایت این تقریب خطی به انحنا^۱ تابع تشریح‌کننده ارزش سبد دارایی بر حسب عوامل بازار بستگی دارد. انحنا^۱ تابع یاد شده توسط گامای^۲ سبد دارایی (مشتق دوم) نسبت به هر یک از عوامل بازار تعیین می‌شود. وجود گاما یا انحنا

1. curvature
2. gamma

در تابع ارزش سبد دارایی، یکی از ویژگی‌های اختیار معامله یا ابزارهای مشابه آن است. مفهوم ضمنی مطلب اخیر این است که کفایت تقریب خطی به وسیله تعداد اختیار معامله‌های موجود در سبد و خواص آن‌ها تعیین می‌شود. در نتیجه ممکن است روش پارامتریک برای سبدهای متشکل از تعداد زیادی اوراق اختیار معامله برآورد دقیقی از Var ارائه ندهد. به طور خاص، در مورد سبدهایی که تابع ارزش آن‌ها دارای انحنای رو به پایین باشد یا گامای آن‌ها کوچک‌تر از صفر باشد، تقریب خطی همیشه بزرگ‌تر از ارزش واقعی سبد دارایی است، به گونه‌ای که زیان برآورد شده بر حسب تقریب خطی بیشتر از مقدار واقعی آن است. به عبارت دیگر، روش‌های پارامتریکی که بر اساس تقریب خطی است، در این موارد Var را بیش از مقدار واقعی برآورد می‌کند.

روش پارامتریک توزیع خاصی را برای تغییرات عوامل بازار در نظر می‌گیرد. در بسیاری از موارد این توزیع نرمال در نظر گرفته می‌شود. متأسفانه، توزیع واقعی تغییرات قیمت غالباً دارای دنباله‌های ضخیم‌تری نسبت به توزیع نرمال است. به عبارت دیگر، در توزیع واقعی، تغییرات بسیار بزرگ و بسیار کوچک نسبت به آنچه که در توزیع نرمال با واریانس مشابه پیش‌بینی می‌شود، بیشتر مشاهده می‌گردد. چنانچه توزیع بازده نرمال نباشد، استفاده از توزیع نرمال برای انجام محاسبات، به برآوردهای غیردقیقی می‌انجامد. برای حل این مشکل باید از فنون پیشرفته آماری جهت انجام محاسبات بهره برد. برای این منظور از مدل‌هایی استفاده می‌شود که دنباله‌های متراکمی برای تابع توزیع تولید می‌کند.

در روش پارامتریک، تحلیل‌گر باید ماتریس واریانس-کوواریانس کلیه دارایی‌های موجود در سبد دارایی را بداند، اما اکثر این اطلاعات متکی بر داده‌های تاریخی است. از آنجا که ارزش در معرض ریسک به منظور سنجش «تغییرات احتمالی آتی» در ارزش بازار طراحی شده است، استفاده از برآوردهای تاریخی برای ماتریس واریانس-کوواریانس گزینه مناسبی به نظر نمی‌رسد. در مواقع بروز بحران، همبستگی میان گروه‌های مختلف دارایی‌ها به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند. این به معنای آن است که ارزش در معرض ریسک محاسبه شده توسط روش پارامتریک ممکن است ریسک بالقوه را در مواقع بحرانی کمتر از میزان واقعی برآورد نماید.



در نهایت می‌توان گفت به موازات افزایش تعداد دارایی‌ها یا عوامل ریسک، تعداد عبارتهای معادله واریانس سبب دارایی به صورت هندسی افزایش می‌یابد. لذا محاسبه Var با روش پارامتریک برای سبدهای بزرگ امری دشوار و زمان بر است.

نتیجه‌گیری

رویکردهای پارامتریک شامل مدل‌های متنوعی برای اندازه‌گیری ریسک است. این مدل‌ها هم در سطح موقعیت‌های انفرادی و هم در سطح سبب دارایی قابل کاربرد است. مهم‌ترین نقطه قوت رویکردهای پارامتریک این است که بر اساس مفروضات نسبتاً کمی اطلاعات زیادی در مورد سنبدهای ریسک در اختیارمان قرار می‌دهد و از آنجا که این رویکردها از اطلاعات موجود در مفروضات پارامتریک بهره می‌گیرند، در صورت صحت این مفروضات، عموماً نسبت به رویکردهای ناپارامتریک و نیمه پارامتریک برآوردهای بهتری از ریسک ارائه می‌دهد. مهم‌ترین نقطه ضعف رویکردهای پارامتریک نیز به همین مفروضات برمی‌گردد، چراکه در صورت غلط بودن آنها، برآوردهای ریسک در معرض خطاهای بزرگی قرار می‌گیرد. بنابراین، در استفاده از رویکردهای پارامتریک بررسی صحت مفروضات بسیار مفید است. برای انجام چنین کاری، باید چند نکته را مورد توجه قرار دهیم:

- باید در مورد دامنه مجاز داده‌ها اندیشه کنیم. آیا می‌خواهیم زیان‌ها یا بازده‌ها دارای مرز باشد؟
- باید چولگی و کشیدگی داده‌ها را مورد بررسی قرار دهیم. این اطلاعات در انتخاب تابع توزیع، نقشی حیاتی ایفا می‌کند.
- باید در مورد وابستگی زمانی و یا شرطی بودن^۱ داده‌هایمان کنجاوی نماییم.
- اگر تنها به دنبال برآورد ریسک در یک سطح اطمینان خاص و یا سطوح اطمینان باریکی هستیم، هیچ ضرورتی برای برازش یک منحنی به کل توزیع وجود ندارد. در این صورت می‌توانیم توزیعی را انتخاب کنیم که برازنده سطح اطمینان و یا محدوده‌ای از سطوح اطمینان مورد علاقه باشد. یعنی باید به دنبال برازش محلی توزیع باشیم، نه برازش کلی آن.

1. conditionality

- اگر مفروضات پارامتریک را در سطح سبد دارایی به کار می‌بریم، باید خصوصاً ساختار وابستگی داده‌ها را مورد توجه قرار دهیم. باید تنها در صورتی از فرض چندمتغیره نرمال استفاده کنیم که از نزدیکی آن‌ها به این توزیع باخبر باشیم. همچنین، برای تشریح رفتار داده‌ها نباید بیش از حد بر قضیه گرایش مرکزی اتکا کنیم. اگر بخواهیم از قيود محدودکننده توزیع‌های چندمتغیره نرمال اجتناب کنیم، ممکن است بتوانیم از گزینه‌هایی نظیر رویکردهای بیضوی یا رویکرد هال-وایت استفاده نماییم.
- به‌طور خلاصه نکته کلیدی برای موفقیت رویکردهای پارامتریک، ایجاد مفروضاتی منطقی و احتساب عدم‌اطمینان و نیز دانسته‌ها و اندیشه‌هایمان است.

منابع

۱. بابک لطفعلی‌ای. (۱۳۸۵)، پایان‌نامه: استفاده از معیار ارزش در معرض خطر برای محاسبه ریسک سبد سهامی بانک صنعت و معدن، شرکت‌های زیر مجموعه و شرکت‌های عضو بورس اوراق بهادار تهران، دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف، استاد راهنما: دکتر احمد شربت اوغلی.
2. Allen, L., Boudoukh, J., Saunders, A. (2004), *Understanding Market, Credit and Operational Risk (The Value at Risk Approach)*, Blackwell Publishing Ltd.
3. Chmielewski, M.A. (1981), "Elliptical symmetric distributions: a review and bibliography," *International Statistical Review*, Vol. 49, pp. 67-74.
4. Dowd, K. (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
5. Eberlein, E. (1999), "Recent advances in more realistic risk management: the hyperbolic model," Mimeo, *University of Freiburg*.

6. Fang, K.T., Kotz, S. and Ng, K.W. (1990), *Symmetric Multivariate and Related Distributions*, Chapman and Hall, London UK.
7. Fong, G. and Vasicek, O. A. (1997), "A multidimensional framework for risk analysis," *Financial Analysts Journal*, Vol. 53, No. 4, pp. 51-57.
8. Hull, J. and White, A. (1998), "Value at risk when daily changes in market variables are not normally distributed," *Journal of Derivatives*, Vol. 5, pp. 9-19.
9. Moosa, I. A. and Bollen, B. (2002), "A benchmark for measuring bias in estimated daily value at risk," *International Review of financial analysis*, Vol. 11, No. 1, pp. 85-100.
10. RiskMetrics™ (1996), *RiskMetrics Technical Document*, J.P. Morgan, 4th Edition.
11. Venkatarman, S. (1997), "Value at risk for a mixture of normal distributions: The use of Guasi-Bayesian estimation techniques" Federal Reserve Bank of Chicago, *Economic Perspectives* (March/April), pp. 3-13.
12. Zangari, P. (1996), "An improved methodology for measuring VaR" *RiskMetric™ Monitor*, Fourth Quarter, pp. 12-41.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل ششم

نظریه ارزش فرین



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



باز نشر :

مقدمه

در فصل پیشین رویکردهای پارامتریک در قالب ارزش در معرض ریسک تشریح شد. در این فصل نیز به بررسی رویکردهای پارامتریک مدل سازی ریسک می پردازیم. تفاوت های تکنیکی و ساختاری مباحث نظریه ارزش فرین^۱ با فصل گذشته ما را بر آن داشت تا در فصلی جداگانه به بررسی آن پردازیم. هم چنین با وجود این که این فصل نیز در برگزیده رویکردهای پارامتریک است، برای جلوگیری از تشابه اسمی، نام نظریه ارزش فرین که هسته اصلی مباحث فصل جاری است برای آن انتخاب گردید.

ارزش فرین^۲

مدیریت ریسک، مشکلات بسیاری در مواجهه با رویدادهای فرین^۳ دارد. این نوع رویدادها، غیرمحمتمل است ولی در صورت وقوع ممکن است بسیار پرهزینه باشد. به عبارتی دیگر احتمال رخداد این حوادث پایین است ولی اثرات بزرگی به همراه دارد. افت های شدید بازار، قصور مؤسسات بزرگ در ایفای تعهدات، بحران بازار مالی^۴ و بلایای طبیعی مثال هایی

-
1. extreme value theory (EVT)
 2. extreme value
 3. extreme events
 4. financial market crisis



از این حوادث است. با توجه به اهمیت این حوادث، آرایه برآورد‌هایی از سنج‌های ریسک‌های فرین، یکی از کلیدی‌ترین مسائل مربوط به مدیریت ریسک است.

چگونگی برآورد چنین ریسک‌هایی ما را با مسأله دشواری روبرو می‌سازد. رویدادهای فرین طبق تعریف نادر است و بنابراین مشاهدات نسبتاً کمی در مورد آن‌ها در دست است و به راحتی نمی‌توان برآورد‌هایی قابل‌اتکا بر اساس این مشاهدات اندک تولید کرد. بدین ترتیب برآورد‌های مربوط به ریسک‌های فرین از عدم اطمینان بالایی برخوردار خواهد بود و این عدم اطمینان خصوصاً زمانی محرز می‌گردد که در جستجوی ریسک‌های فرین نه فقط در محدوده داده‌های مشاهده‌شده بلکه بسیار فراتر از آن باشیم.

بسیاری از تحلیل‌گران برای حل مشکل کمبود داده‌های فرین به مفروضاتی اتکا می‌کنند که متأسفانه بسیاری از آن مفروضات سؤال‌برانگیز است. آن‌ها عموماً توزیعی را به صورت اختیاری انتخاب و سپس آن را بر تمامی داده‌ها برازش می‌کنند. بدیهی است که توزیع برازش شده اغلب مشاهدات مرکزی را در خود جای می‌دهد، زیرا نسبت به مشاهدات فرین که پراکنده و کم‌تعداد است، شمار زیادی از این‌گونه مشاهدات مرکزی وجود دارد. بنابراین، این رویکرد زمانی مناسب است که به دنبال بخش مرکزی توزیع باشیم و بنا به دلایل یادشده تناسب آن برای ارزش‌های فرین در حاله‌ای از ابهام قرار دارد.

تلاش‌ها برای حل مسأله ارزش‌های فرین در نهایت به آرایه نظریه ارزش فرین منجر گردید. نظریه ارزش فرین شاخه‌ای از آمار کاربردی است که برای حل چنین مسائلی توسعه یافته است. این نظریه بر تمایز ارزش‌های فرین و نیز نظریه‌هایی تمرکز دارد که باید در راستای آن آرایه گردد. جای تعجب نیست که نظریه ارزش فرین متفاوت از مفاهیم آشنای آماری‌ای است که تا کنون با آن‌ها سروکار داشته‌ایم. دلیل اصلی این است که مفاهیم آماری اغلب بر مبنای قضیه حد مرکزی^۱ است، تا جایی که به این قسمت از آمار، آمار گرایش مرکزی^۲ گویند. در حالی که ارزش‌های فرین بر اساس قضیه‌های ارزش فرین^۳ شکل می‌گیرد. نظریه ارزش فرین از این قضایا برای تشریح توزیع‌هایی استفاده می‌کند که برازنده داده‌های فرین است. این نظریه همچنین به ما در جهت چگونگی برآورد پارامترهای مربوطه یاری می‌رساند. توزیع‌های ارزش‌های فرین با توزیع‌های آشنای مربوط به آمار گرایش

1. central limit theorem (CLT)

2. central tendency statistics

3. extreme value theorems

مرکزی کاملاً متفاوت است. هم‌چنین پارامترهای آن متفاوت و برآورد آن‌ها نیز سخت‌تر است.

استفاده از نظریه ارزش فرین در مواجهه با ارزش‌های فرین دارای مزیت‌هایی است:

- اول این که بر اساس گفته‌های پیشین، توزیع داده‌ها را تنها می‌توان در جایی نزدیک به مرکز توزیع به‌خوبی برآورد کرد، چراکه مشاهدات زیادی در این ناحیه قرار می‌گیرد. از سوی دیگر ارزش‌های فرین نادر است و طبق تعریف، مشاهدات کمی در دنباله‌های توزیع وجود دارد. بدیهی است که این امر استفاده از توزیع‌های آماری شناخته شده را جهت تعیین رفتار دنباله‌ها دچار مشکل می‌نماید.
 - دوم این که بر اساس مطالعات انجام‌گرفته وجود دنباله‌های متراکم و خصوصاً غیرنرمال در سری بازده مالی مشهود است. تحت چنین شرایطی استفاده از رویکردهای ناپارامتریک برای تخمین دنباله‌های آماری معقول‌تر به‌نظر می‌رسد. بدیهی است که در این شرایط تحمیل یک توزیع شناخته شده آماری بر مشاهدات مان‌چندان قابلیت توجیه ندارد. این دقیقاً جایی است که نظریه ارزش فرین جهت برآورد دنباله‌ها به‌دامن می‌رسد.
 - سوم این که همیشه این احتمال وجود دارد که تحركات فرین^۱ در قیمت‌داری‌ها توسط سازوکارهایی ایجاد شوند که به‌لحاظ ساختاری از عملکرد معمول بازار متفاوت باشد. مثلاً، یک مشاهده فرین ممکن است در اثر یک نکول بزرگ یا یک حباب سفته‌بازی ایجاد گردد. طی این دوره‌ها ممکن است مشخصات توزیعی مربوط به داده‌ها تغییر کند. این تغییرات ساختاری مستلزم جداسازی برآورد دنباله از باقی توزیع است. این امر خصوصاً زمانی که به مابقی توزیع چگالی نیازی نیست، مثلاً، در محاسبات ارزش در معرض ریسک، بسیار مفید است.
- در ادامه، به معرفی نظریه ارزش فرین و چگونگی استفاده از آن جهت برآورد سنجه‌های ریسک بازار می‌پردازیم.

1. extreme movements

نظریه تعمیم یافته ارزش فرین^۱

اجازه دهید $f(x)$ تابع چگالی احتمال و $F(x)$ تابع توزیع تجمعی X باشد. همچنین اجازه دهید که توالی متغیر X را در دوره‌های $1, 2, \dots, n$ با X_1, X_2, \dots, X_n نشان دهیم. ارزش‌های فرین به‌عنوان حداکثرها^۲ و حداقل‌های^۳ n متغیر تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n تعریف می‌شود که مستقل از هم بوده و دارای توزیع‌های یکسان است. ما بالاترین میزان یا حداکثر متغیر X را در طی n دوره با $X_{\max, n}$ و پایین‌ترین مقدار یا حداقل آن را با $X_{\min, n}$ نمایش می‌دهیم. یعنی:

$$X_{\max, n} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (۱-۶)$$

$$X_{\min, n} = \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (۲-۶)$$

منظور از $X_{\max, n}$ متغیر حداکثری است که از نمونه‌ای تصادفی به اندازه n حاصل شده است. و منظور از $X_{\min, n}$ متغیر حداقلی است که از نمونه‌ای تصادفی به اندازه n به‌دست آمده است.

گامبل در سال ۱۹۵۸ نشان داد اگر متغیرهای X_1, X_2, \dots, X_n به‌لحاظ آماری مستقل از یکدیگر بوده و دارای توزیع‌های یکسانی باشند، توزیع دقیق حداکثرها را می‌توان به‌عنوان تابعی از توزیع مادر^۴ یعنی $F(x)$ و طول دوره انتخابی یعنی n بازگو نمود:^۵

$$H_{\max, n}(x) = [F(x)]^n \quad (۳-۶)$$

که $H_{\max, n}(x)$ توزیع دقیق $X_{\max, n}$ است. به همین ترتیب توزیع دقیق حداقل‌ها از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

1. generalized extreme value theory (GEVT)
2. maxima
3. minima
4. parent distribution
5. Gumbel (1958).

$$H_{\min,n}(x) = 1 - [1 - F(x)]^n \quad (۴-۶)$$

در عمل، توزیع دقیق متغیر مادر ناشناخته است و اگر این توزیع ناشناخته باشد، توزیع دقیق ارزش‌های فرین نیز مشخص نخواهد بود. به همین دلیل رفتار تقریبی متغیر حداکثر $X_{\max,n}$ و متغیر حداقل $X_{\min,n}$ مورد مطالعه قرار می‌گیرد. دقت داشته باشید که از این به بعد اندیس n را حذف می‌کنیم و متغیر حداکثر و حداقل را به ترتیب با X_{\max} و X_{\min} نمایش می‌دهیم.

بر اساس قضیه فیشر و تیپت^۱، با بزرگ شدن n ، توزیع ارزش‌های فرین یعنی X_{\max} به توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین نزدیک می‌شود:

$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x_{\max}) = \begin{cases} \text{if } \xi_{\max} \neq 0 \\ \exp\left\{-\left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}}\right)^{-1/\xi_{\max}}\right]\right\} \end{cases} \quad (۵-۶)$$

بدیهی است، که حد رابطه اول زمانی که ξ به سمت صفر میل می‌کند برابر است با رابطه دوم. بر این اساس، جنکینسون^۲ پیشنهاد کرد که توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین تنها با رابطه (۶-۶) نمایش داده شود:

(۶-۶)
$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x_{\max}) = \exp\left\{-\left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}}\right)^{-1/\xi_{\max}}\right]\right\}$$
 که $H_{\xi,\mu,\sigma}(x_{\max})$ تابع توزیع تجمعی متغیر حداکثر است. برای به دست آوردن احتمال تجمعی متغیر حداکثر، باید محدودیتی با رابطه (۶-۷) برآورده گردد.

-
1. Fisher and Tippet theorem
 2. Jenkinson

$$1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \geq 0 \quad (6-7)$$

این توزیع سه پارامتر دارد. دو پارامتر اول، μ_{\max} و σ_{\max} است. پارامتر موقعیت توزیع است و سنجه گرایش مرکزی X_{\max} می‌باشد. پارامتر معیار توزیع است و سنجه پراکندگی X_{\max} است. این پارامترها با پارامترهای آشنای میانگین و انحراف معیار در ارتباط است، اما در عین حال با آنها تفاوت دارد. پارامتر سوم ξ_{\max} است که شاخص دنباله^۱ بوده و بر شکل یا تراکم دنباله^۱ توزیع دلالت دارد.

توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین دارای سه حالت خاص است:

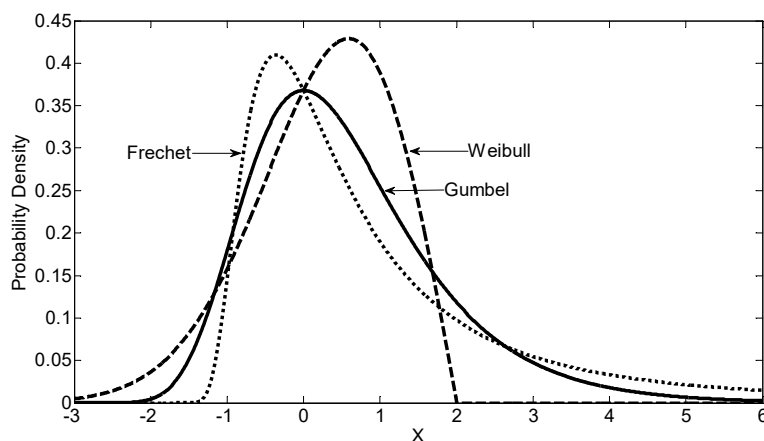
- اگر $\xi_{\max} > 0$ ، توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین به توزیع فرچت^۲ تبدیل می‌شود. این توزیع زمانی استفاده می‌شود که دنباله^۱ $F(x)$ متراکم است. توزیع‌هایی که در این طبقه جای می‌گیرند شامل توزیع لوی^۳، توزیع t ، توزیع پرتو^۴، کوچی^۵ و توزیع‌های مرکب^۶ است. این حالت خصوصاً برای بازده‌های مالی مفید است، چراکه عموماً دنباله‌های متراکم دارد. شاخص دنباله^۱ در اغلب بازده‌های مالی، مثبت و در عین حال کوچک‌تر از ۰/۳۵ می‌باشد.
- اگر $\xi_{\max} = 0$ ، توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین به توزیع گامبل^۷ تبدیل می‌شود و آن زمانی است که $F(x)$ دارای دنباله‌های توزیع نمایی باشد. دنباله‌های توزیع نمایی نسبتاً دنباله‌هایی سبک^۸ (کم‌تراکم) است. از جمله توزیع‌هایی که در دامنه^۹ جذب

-
1. tail index
 2. Frechet distribution
 3. Levy distribution
 4. Pareto distribution
 5. Cauchy
 6. mixture distributions
 7. Gumbel distribution
 8. light tails
 9. domain of attraction

توزیع گامبل قرار می‌گیرد توزیع نرمال، نمایی، گاما^۱ و لاگ‌نرمال است که از میان آن‌ها تنها توزیع لاگ‌نرمال دارای دنباله نسبتاً متراکمی است.

- اگر $\sigma_{\max} < 0$ ، توزیع تعمیم یافته ارزش فرین به توزیع ویبول^۲ بدل می‌گردد و آن حالتی است که $F(x)$ دارای دنباله‌هایی کم‌تراکم‌تر از دنباله‌های توزیع نرمال است. بدیهی است که توزیع ویبول خصوصاً برای مدل‌سازی بازده‌های مالی مناسب نیست، چراکه سری بازده مالی اغلب دنباله‌هایی به این کم‌تراکمی ندارد. از جمله توزیع‌هایی که در دامنه جذب توزیع ویبول قرار می‌گیرند، توزیع یکنواخت^۳ و بتا^۴ است.

در نمودار (۱-۶) توابع چگالی احتمال فرچت، گامبل و ویبول استاندارد شده ارایه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، توابع چگالی احتمال استاندارد شده فرچت و گامبل (یعنی $\mu_{\max} = 0$ و $\sigma_{\max} = 1$)، چوله به سمت راست است، اما توزیع فرچت نسبت به گامبل دارای چولگی بیشتری است و به طرز قابل ملاحظه‌ای دنباله سمت راست آن طولانی‌تر است.



نمودار (۱-۶): توابع چگالی احتمال فرچت، گامبل و ویبول استاندارد شده

1. gamma distribution
2. Weibull distribution
3. uniform distribution
4. beta distribution

بنابراین، تولید مقادیر بسیار بزرگ X در توزیع فرچت به طرز قابل ملاحظه‌ای محتمل‌تر است. در نتیجه، می‌توان گفت توزیع فرچت دارای متراکم‌ترین دنباله و توزیع ویبول دارای کم‌تراکم‌ترین دنباله است. توزیع گامبل نیز در جایی بین این دو توزیع قرار دارد.

تخمین پارامترها

برای تخمین سنجه‌های ریسک باید پارامترهای توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین را برآورد کنیم. این پارامترها μ_{\max} ، σ_{\max} و ξ_{\max} است. با برآورد این پارامترها و جایگذاری آن‌ها در تابع تجمعی توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین، به راحتی می‌توانیم صدک‌های موردنظر خود را محاسبه کنیم. سه رویکرد جهت تخمین پارامترها وجود دارد که به تشریح هر کدام می‌پردازیم.

روش حداکثر درست‌نمایی

روش حداکثر درست‌نمایی محتمل‌ترین برآوردکننده‌ها را استخراج می‌کند. برای کاربرد این روش، ابتدا تابع احتمال و یا لگاریتم احتمال را ایجاد می‌کنیم. بدیهی است که تابع احتمال از روی تابع چگالی احتمال حاصل می‌شود. تابع چگالی احتمال توزیع GEV عبارت است از:

$$h_{\xi, \mu, \sigma}(H; x_{\max}) = \left(\frac{1}{\sigma} \right) \times \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-\left(\frac{1 + \xi_{\max}}{\xi_{\max}} \right)} \quad (۸-۶)$$

بدین ترتیب تابع لگاریتم احتمال نیز به صورت رابطه (۹-۶) خواهد بود:

$$\ln L_h = \begin{cases} \text{if } \xi_{\max} \neq 0 \\ -n_e \ln \sigma_{\max} \\ -\left(\frac{1+\xi_{\max}}{\xi_{\max}}\right) \sum_{i=1}^{n_e} \ln \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] \\ -\sum_{i=1}^{n_e} \ln \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi_{\max}}} \end{cases} \quad (9-6)$$

بخش دوم رابطه فوق بر اساس حد بخش اول و به‌ازای $\xi_{\max} \rightarrow 0$ ، حاصل شده است. بنابراین، می‌توانیم بخش اول این رابطه را به‌عنوان رابطه عمومی لگاریتم احتمال GEV در نظر بگیریم. در روابط فوق، n_e اندازه نمونه ارزش‌های فرین (حداکثر) می‌باشد که با n_e بار نمونه‌گیری از جامعه مادر به‌دست آمده است و همان‌طور که پیش‌تر گفتیم اندازه نمونه‌هایی را که ارزش‌های فرین را از آن‌ها استخراج می‌کنیم، با n نمایش می‌دهیم. برای تخمین پارامترها کافی است که تابع لگاریتم احتمال GEV را با توجه به محدودیت زیر حداکثر نماییم:

$$1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \geq 0 \quad (10-6)$$

روش حداکثر درست‌نمایی دارای ویژگی‌های جذابی است. از جمله این‌که به‌لحاظ آماری دارای پایه نظری محکمی است؛ برآوردکننده‌ها سازگار^۱ و در صورتی که $\xi \geq -1/2$ ،

1. consistent

مجانباً نرمال است. هم‌چنین به‌راحتی می‌توانیم فرضیات مربوط به پارامترها را با استفاده از آماره‌های نسبت احتمال^۲ آزمون کنیم. از سوی دیگر، این روش هیچ راه‌حل بسته‌ای را برای برآورد پارامترها در اختیار قرار نمی‌دهد و از این رو کاربرد رویکرد حداکثر درست‌نمایی مستلزم استفاده از یک روش عددی^۳ و یا الگوریتم‌های جستجوی^۴ مناسب می‌باشد. استفاده از روش‌های عددی، اجبار در استفاده از یک نرم افزار مناسب را به‌همراه دارد و در نتیجه همیشه خطر عدم‌توانمندی این روش، در کمین است. علاوه بر این‌ها، از آن‌جا که نظریه زیربنایی این رویکرد، مجانبی است، کوچک‌بودن نمونه‌ها مشکلات بالقوه‌ای پیش روی قرار می‌دهد.

روش رگرسیون

راه ساده‌تر برای تخمین پارامترها استفاده از یک روش رگرسیون است که در سال ۱۹۵۸ توسط گامبل پیشنهاد شد. برای نشان‌دادن چگونگی عملکرد این روش، کار را با مرتب‌کردن نمونه ارزش‌های حداکثر یعنی X_{\max, n_e} شروع می‌کنیم. توجه کنید که n_e اندازه نمونه ارزش‌های فرین است و آن را با اندازه نمونه‌هایی که ارزش‌های فرین از آن‌ها حاصل شده‌اند یعنی n اشتباه نگیرید. توالی ارزش‌های حداکثر را که با نشان می‌دهیم از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و به $X_{\max, n_e}, X_{\max, n_e-1}, \dots, X_{\max, 1}$ این ترتیب به آماره‌های ترتیبی ارزش‌های حداکثر یعنی $\hat{X}_{\max, n_e}, \hat{X}_{\max, n_e-1}, \dots, \hat{X}_{\max, 1}$ دست می‌یابیم. این آماره‌ها شرط زیر را برآورده می‌سازد:

$$\hat{X}_{\max, n} \leq \hat{X}_{\max, n-1} \leq \dots \leq \hat{X}_{\max, 1} \quad (۱۱-۶)$$

که i ، شماره آماره است و آن را در محدوده ۱ تا n_e تعریف می‌کنیم. بدین ترتیب میانگین فراوانی تجمعی « i » امین مقدار برابر است با:

1. asymptotically
2. likelihood ratio statistics
3. numerical method
4. search algorithms

$$\frac{n_e - i + 1}{\cdot} \quad (۱۲-۶)$$

برای « i »امین مقدار، فراوانی تجمعی مشاهدات فرین یعنی $H_{\xi, \mu, \sigma}(\hat{x}_{\max, i})$ متغیری تصادفی است که بین صفر و یک قرار دارد. روش رگرسیون، تابع توزیع تجمعی این مشاهدات مرتب‌شده را برابر میانگین نظری آن‌ها قرار می‌دهد:

$$E[H_{\xi, \mu, \sigma}(\hat{x}_{\max, i})] = E \left[\exp \left\{ - \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max, i} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] \right\} \right] \quad (۱۳-۶)$$

$$= \frac{n_e - i + 1}{\cdot}$$

که $H_{\xi, \mu, \sigma}(\hat{x}_{\max, i})$ تابع توزیع تجمعی مشاهدات حداکثر می‌باشد. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\exp \left\{ - \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max, i} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] \right\} \approx \frac{n_e - i + 1}{\cdot} \quad (۱۴-۶)$$

از رابطه فوق، دو بار لگاریتم می‌گیریم تا به شکل ساده‌تری تبدیل شود:

$$-\frac{1}{\xi_{\max}} \log \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max, i} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] \quad (۱۵-۶)$$

سپس جمله خطا را به سمت راست اضافه می‌کنیم تا به یک تساوی تبدیل گردد:

$$-\frac{1}{\xi_{\max}} \log \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max,i} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] \quad (16-6)$$

و در نهایت پارامترها را از طریق کمینه کردن مجموع مجذورات خطا با استفاده از معادلات رگرسیون غیرخطی، برآورد می‌کنیم.

توجه داشته باشید که اگر $\xi = 0$ ، رابطه (۱۶-۶) به این صورت درمی‌آید:

$$\left(\frac{\hat{x}_{\max,i} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) = \log \left[-\log \left(\frac{n_e - i + 1}{n_e} \right) \right] + \varepsilon_i \quad (17-6)$$

رابطه فوق بر اساس حد رابطه (۱۶-۶) به ازای $\xi_{\max} \rightarrow 0$ ، استخراج می‌شود و بازهم استفاده از معادلات رگرسیون غیرخطی جهت تخمین پارامترها کارساز خواهد بود.

روش نیمه پارامتریک

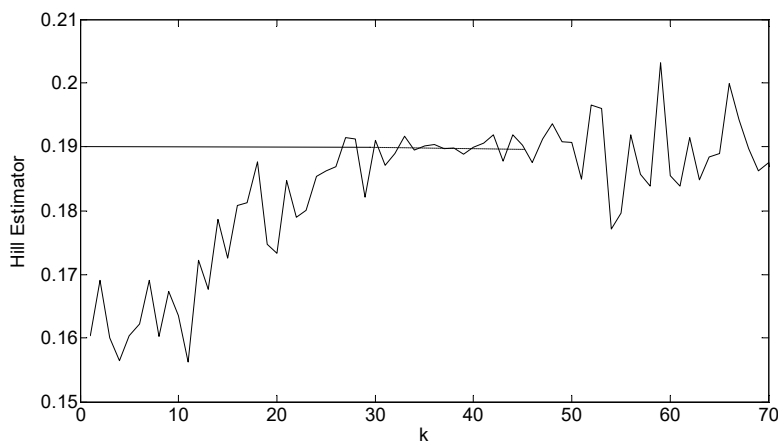
این امکان وجود دارد که پارامترها را بر اساس یک روش نیمه پارامتریک تخمین بزنیم. از برآوردکننده‌های نیمه پارامتریک اغلب برای برآورد شاخص دنباله استفاده می‌شود و معروف‌ترین آن‌ها برآوردکننده هیل^۱ است. این برآوردکننده مستقیماً از مشاهدات مرتب‌شده حاصل می‌شود. اگر توالی مشاهدات مرتب‌شده را از بزرگ به کوچک به صورت $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ نشان دهیم، برآوردکننده هیل با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\xi}_k = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln X_{(i,n)} - \ln X_{(k,n)} \quad \text{for } k \geq 2 \quad (18-6)$$

که k شماره بالاترین آماره ترتیبی است. برآوردکننده هیل میانگین اختلاف $k-1$ مشاهده فرین (فرین‌ترین مشاهدات) از مشاهده « k »ام است. بدیهی است که مشاهده « k »ام، اولین مشاهده بعد از دنباله است؛ یعنی مشاهده‌ای است که دیگر جزء مشاهدات

1. Hill estimator

فرین محسوب نمی‌شود و بنابراین مشاهده آستانه می‌باشد. برآوردکننده هیل، برآوردکننده‌ای سازگار و مجاناً دارای توزیع نرمال است، اما ویژگی‌های نمونه کوچک^۱ این برآوردکننده مناسب ارزیابی نمی‌شود. در ادبیات نظریه ارزش فرین مشکلاتی راجع به ویژگی‌های نمونه کوچک این برآوردکننده و حساسیت آن نسبت به انتخاب k گزارش شده است. با این وجود بسیاری از متخصصان نظریه ارزش فرین، از آن به‌عنوان برآوردکننده‌ای مناسب یاد می‌کنند. بدیهی است که در تخمین شاخص دنباله، مسأله اصلی انتخاب k است. می‌دانیم برآوردکننده شاخص دنباله نسبت به انتخاب k حساس است، اما در ادبیات هیچ رهنمودی برای تعیین دقیق مقدار k وجود ندارد. اغلب پیشنهاد می‌شود که برآوردکننده هیل را برای محدوده‌ای از مقادیر k محاسبه کنیم و امیدوار باشیم که این برآوردکننده نسبت به برخی از مقادیر k از ثبات بیشتری برخوردار باشد. اگر نمودار هیل^۲ برای برخی از مقادیر k نسبتاً با ثبات (افقی) باشد، مقادیری از k که باعث ایجاد چنین ثباتی شده‌اند، برآوردی منطقی از شاخص دنباله فراهم می‌آورد. این راه‌حل در تلاش است از تمامی داده‌ها بیشترین اطلاعات ممکن را استخراج نماید و البته راهی که انتخاب می‌کند غیررسمی و غیرمعمول است.



نمودار (۶-۲): نمودار هیل

این نمودار بر اساس یک نمونه فرضی استخراج شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید نمودار در محدوده « k »های ۳۰ تا ۴۵ تقریباً افقی است. بنابراین، برآوردکننده هیل در این محدوده نسبتاً پایدار است و مقدار آن (حدود ۰/۱۹) تخمینی از شاخص دنباله در

1. small-sample properties
2. Hill plot

اختیارمان قرار می‌دهد. برآوردکننده هیل تنها یکی از پارامترهای توزیع GEV یعنی شاخص دنباله را برآورد می‌کند. برای برآورد دیگر پارامترها می‌توانیم از روش حداکثر درست‌نمایی و یا رگرسیون استفاده کنیم.

انتخاب نمونه ارزش‌های فرین

بدیهی است که برای برآورد پارامترهای ارزش‌های فرین باید نمونه‌ای از آن‌ها داشته باشیم. از آنجا که هر نمونه تنها یک ارزش فرین (حداقل یا حداکثر) دارد، برای تهیه نمونه‌ای متشکل از n_e ارزش فرین باید n_e بار از توزیع ناشناخته مادر نمونه‌گیری کنیم. در واقع هر کدام از ارزش‌های فرین با انتخاب نمونه‌ای به اندازه n و استخراج بزرگترین یا کوچکترین مقدار نمونه حاصل می‌شود. بدیهی است که اندازه تمامی نمونه‌ها برابر و مساوی n می‌باشد. با بزرگ‌تر شدن n می‌توان پارامترها را با دقت بیشتری برآورد کرد.

محاسبه صدک‌های توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین

برای محاسبه صدک‌های توزیع GEV ، سمت چپ رابطه (۶-۵) را برابر p قرار می‌دهیم. بدیهی است که p احتمال تجمعی توزیع GEV است. سپس از طرفین رابطه لگاریتم می‌گیریم. پس از انجام این عملیات خواهیم داشت:

$$\ln p = \begin{cases} - \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] & \text{if } \xi_{\max} \neq 0 \end{cases} \quad (6-19)$$

سپس مقدار x_{\max} را از آن خارج می‌کنیم:

$$x_{\max} = \begin{cases} \mu_{\max} - \left(\frac{\sigma_{\max}}{\xi_{\max}} \right) \left[1 - (-\ln p)^{-\xi} \right] & \text{if (Frechet, } \xi > 0) \end{cases} \quad (20-6)$$

مقدار حاصل، صدک توزیع GEV برای احتمال تجمعی p است.

مثال (۱-۶): صدک‌های گامبل

برای توزیع استاندارد گامبل ($\mu = 0, \sigma = 1$) صدک پنجم و نود و پنجم برابر است با:

$$-\ln[-\ln(0.05)] = -1.0972$$

$$-\ln[-\ln(0.095)] = 2.9702$$

مثال (۲-۶): صدک‌های فرچت

در توزیع استاندارد فرچت با $\xi_{\max} = 0.2$ ، صدک پنجم و نود و پنجم برابر است با:

$$-(1/0.2)[1 - (-\ln(0.05))]^{-0.2} = -0.9851$$

$$-(1/0.2)[1 - (-\ln(0.095))]^{-0.2} = 4.0564$$

با $\xi = 0.3$ ، صدک پنجم و نود و پنجم عبارت است از:

$$-(1/0.3)[1 - (-\ln(0.05))]^{-0.3} = -0.9349$$

$$-(1/0.3)[1 - (-\ln(0.095))]^{-0.3} = 4.7924$$

بنابراین صدک‌های توزیع فرچت نسبت به مقدار شاخص دنباله حساس است و با افزایش آن بزرگ‌تر می‌شود. هنگامی که $\xi_{\max} \rightarrow 0$ ، صدک‌های توزیع فرچت به صدک‌های متناظر در توزیع گامبل نزدیک می‌شوند.

محاسبه ارزش در معرض ریسک

محاسبه ارزش در معرض ریسک مستلزم استخراج صدک موردنظر از توزیع بازده یا توزیع زیان دارایی است. باید به خاطر داشته باشیم که روابط (۱۹-۶) و (۲۰-۶) مربوط به

توزیع زیان حداکثر و یا توزیع بازده حداقل بوده و به توزیع زیان مادر یا توزیع بازده مادر (که ارزش‌های فرین از آن‌ها استخراج شده است) باز نمی‌گردد. به‌عنوان مثال صدک پنجم گویای بازدهی است که ۵٪ از کوچکترین بازده‌ها (بازده‌های فرین) کوچک‌تر یا مساوی آن است. این صدک در سمت چپ توزیع بازده‌های فرین قرار دارد.

برای این که بتوانیم صدک‌های مربوط به توزیع ارزش‌های فرین را به صدک‌های توزیع مادر منتقل کنیم، باید به‌گونه‌ای بین احتمالات این دو توزیع رابطه برقرار نماییم. به عبارتی دیگر، باید توزیع احتمال ارزش‌های فرین X_{\max} را به توزیع احتمال متغیر مادر X مرتبط سازیم.

همان‌گونه که قبلاً گفتیم و بر اساس رابطه (۶-۳)، توزیع دقیق حداکثرها را می‌توان به‌عنوان تابعی از توزیع مادر یعنی $F(x)$ و طول دوره انتخابی یعنی n بیان نمود. این رابطه به‌صورت زیر است:

$$H_{\max, n}(x) = [F(x)]^n$$

که $H_{\max, n}(x)$ و $F(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_{\max, n}(x) = \Pr\{X_{\max} \leq x_{\max}\} = p \quad (۶-۲۱)$$

$$F(x) = \Pr\{X \leq x_{\max}\} = 1 - \alpha \quad (۶-۲۲)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$p = (1 - \alpha)^n \quad (۶-۲۳)$$

که n اندازه نمونه‌هایی است که ارزش‌های فرین از آن‌ها استخراج شده‌اند. با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۶-۲۰) داریم:

$$x = \begin{cases} \text{if (Frechet, } \xi > 0) \\ \mu_{\max} - \left(\frac{\sigma_{\max}}{\xi_{\max}} \right) \left[1 - (-n \ln(1 - \alpha))^{-\xi_{\max}} \right] \end{cases} \quad (۶-۲۴)$$

بر اساس این رابطه، صدک توزیع بازده مادر در سطح اطمینان موردنظر محاسبه می‌شود. بنابراین، این صدک همان ارزش در معرض ریسک در صدی است. برای محاسبه VaR کافی است که حاصل ضرب این صدک و قیمت جاری دارایی را محاسبه نماییم:

$$VaR_t = P_{t-1} \times \%VaR_t^{(25-6)}$$

مثال (۳-۶): ارزش در معرض ریسک فرچت و گامبل

فرض کنید پارامترهای مربوط به ارزش‌های فرین بازده یک سهم از توزیع فرچت با مشخصات $\mu_{\max} = 2\%$ ، $\sigma_{\max} = 0.7\%$ و $\xi_{\max} = 0.3$ پیروی می‌کند. همچنین فرض کنید ارزش‌های فرین از نمونه‌هایی با اندازه ۱۰۰ مشاهده حاصل شده‌اند. قیمت جاری این سهم ۱،۰۰۰ تومان است. ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹/۵٪ عبارت است از:

$$q_{99.5\%}(r) = 0.02 - \left(\frac{0.007}{0.3} \right) \times \left[1 - (-100 \times \ln(0.995))^{-0.03} \right]$$

$$= 0.02537$$

$$VaR = 1000 \times 0.02537 = 253.7$$

و در سطح اطمینان ۹۹/۹٪ داریم:

$$q_{99.9\%}(r) = 0.02 - \left(\frac{0.007}{0.3} \right) \times \left[1 - (-100 \times \ln(0.999))^{-0.03} \right]$$

$$= 0.04322$$

$$VaR = 1000 \times 0.04322 = 432.2$$

ارزش در معرض ریسک را برای توزیع گامبل نیز محاسبه می‌کنیم. در سطح اطمینان ۹۹٪/۵ داریم:

$$q_{99.5\%}(r) = 2 - 0.007 \times \ln[-100 \times \ln(0.995)] = 0.02483$$

و در سطح اطمینان ۹۹/۹٪

$$q_{99.5\%}(r) = 2 - 0.007 \times \ln[-100 \times \ln(0.999)] = 0.03612$$

نتایج گویای بزرگ‌تر بودن ارزش در معرض ریسک فرچت نسبت به گامبل می‌باشد و این خود نشان‌دهنده اهمیت انتخاب مقدار مناسب برای شاخص دنباله است. اما، چگونه از بین توزیع گامبل و فرچت دست به انتخاب بزنیم؟ چندین راه وجود دارد که به ما در انتخاب توزیع مناسب ارزش‌های فرین یاری می‌رساند:

- اگر با اطمینان نسبی امکان شناسایی توزیع بازده مادر وجود دارد، می‌توان توزیع ارزش‌های فرین را در دامنه‌ای انتخاب کرد که با توزیع مادر هم‌خوانی داشته باشد. مثلاً، اگر اطمینان داریم که توزیع مادر t است، می‌توانیم توزیع فرچت را انتخاب کنیم، چرا که توزیع t در دامنه جذب توزیع فرچت قرار دارد. به عبارت دیگر، ما توزیع ارزش‌های فرین را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم با ارزش‌های فرین توزیع مادر سازگار باشد.
- می‌توان معنی‌دار بودن شاخص دنباله را آزمون کرد و در صورتی که شاخص دنباله به لحاظ آماری معنی‌دار نباشد، از توزیع گامبل و در غیر این صورت از توزیع فرچت استفاده کنیم. به هر حال همیشه این خطر وجود دارد که اشتباهاً مقدار شاخص دنباله را صفر در نظر بگیریم و این خود باعث می‌شود که سنج‌های ریسک فرین را کمتر از واقع برآورد کنیم.
- با توجه به خطرات ریسک مدل و در نظر گرفتن این موضوع که برآوردهای سنج ریسک با افزایش شاخص دنباله افزایش می‌یابد، همیشه انتخاب مطمئن‌تر، توزیع فرچت است.

رویکرد فراتر از آستانه^۱

در این جا به بخش دوم ادبیات ارزش‌های فرین می‌پردازیم. این بخش با کاربرد نظریه ارزش فرین برای توزیع زیان‌های فراتر از یک آستانه سروکار دارد. رویکردی که برای

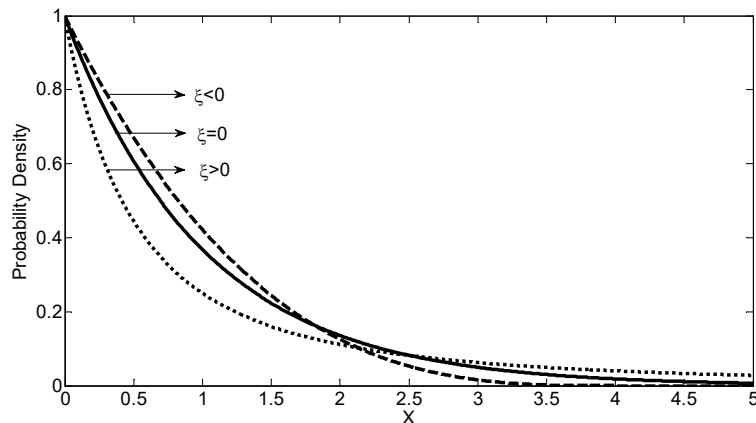
1. peak over threshold (POT)

مطالعهٔ زبان‌های فراتر از آستانه به کار می‌گیریم، فراتر از آستانه یا توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو^۱ می‌باشد که بر اساس قضیهٔ تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین شکل گرفته است. این توزیع نسبت به توزیع تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین به پارامترهای کمتری نیاز دارد.

توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو، طیف پیوسته‌ای از اشکال مختلف را پدید می‌آورد که توزیع نمایی و پرتو دو نمونهٔ خاص از آن است. همانند توزیع تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین، این توزیع نیز به ازای مقادیر مختلف شاخص دنباله، سه حالت خاص دارد:

- اگر $\xi_{\max} > 0$ ، توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو دارای دنباله‌ای نسبتاً متراکم خواهد بود. در این حالت توزیع‌هایی مانند t در دامنهٔ جذب آن قرار می‌گیرد.
- اگر $\xi_{\max} = 0$ ، توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو دارای دنباله‌ای با تراکم متوسط است. در این حالت توزیع‌هایی مانند نرمال در دامنهٔ جذب آن قرار می‌گیرد.
- اگر $\xi_{\max} < 0$ ، توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو دنباله‌ای نسبتاً کم‌تراکم دارد. در این حالت توزیع‌هایی مانند بتا در دامنهٔ جذب آن قرار می‌گیرد.

نمودار زیر، اشکال مختلف توزیع تعمیم‌یافتهٔ استاندارد شدهٔ پرتو (پارامتر موقعیت برابر صفر و پارامتر معیار برابر یک) را به ازای مقادیر مختلف شاخص دنباله به تصویر می‌کشد.



نمودار (۳-۶): توزیع تعمیم‌یافتهٔ استاندارد شدهٔ پرتو به ازای مقادیر مختلف شاخص دنباله

1. generalized Pareto distribution (GPD)

بر اساس نمودار (۳-۶) با کاهش مقادیر شاخص دنباله از مثبت به منفی از تراکم دنباله کاسته می‌شود و احتمال رخداد فرین کاهش می‌یابد.

همان‌گونه که نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین راه‌حلی بدیهی برای مدل سازی حداکثرها و حداقل‌هاست، رویکرد فراتر از آستانه نیز روشی بدیهی برای مدل سازی تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ است. به عبارتی دیگر ما تنها به دنبال مشاهدات حداکثر یا حداقل نیستیم، بلکه تخطی مشاهدات فرین از یک آستانه بزرگ نیز برایمان جالب توجه است. یک راه استخراج ارزش‌های فرین از یک نمونه مشاهدات این است که تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ را به‌عنوان ارزش‌های فرین در نظر بگیریم. اگر نمونه مشاهدات را با X_1, X_2, \dots, X_n و تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F(u) = \Pr\{X_i \leq u\} \quad (۲۶-۶)$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $i = 1, 2, \dots, n$ داشته باشیم:

$$X_i > u \quad (۲۷-۶)$$

بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$y_i = X_i - u \quad (۲۸-۶)$$

برای احتمالات $X_i \leq y_i + u$ خواهیم داشت:

$$\Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u) \quad (۲۹-۶)$$

به این ترتیب، برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u خواهیم داشت:

$$F_u(y) = \Pr\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} \quad (۳۰-۶)$$

که $F_u(y)$ نمایانگر احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از آستانه u است، البته مشروط بر این‌که X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{\Pr\{X_i > u\}} \quad (۳۱-۶)$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (۳۲-۶)$$

از آنجا که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگ‌تر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای هر $X > u$ داریم: $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (۳۳-۶)$$

توجه داشته باشید که رابطه فوق تنها برای $X > u$ ، صادق است. بالکما و دی‌هان^۱ و نیز پیکاندس^۲ طی قضیه‌ای نشان دادند که برای « u »هایی که به اندازه کافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافته پرتو تقریب زد، چراکه با بزرگ شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی $F_u(y)$ به توزیع تعمیم‌یافته پرتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم‌یافته پرتو را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) = \begin{cases} \left[1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi} \right] & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (۳۴-۶)$$

with

بدیهی است که حد بخش اول رابطه فوق به ازای $\xi_{\max} \rightarrow 0$ ، برابر است با رابطه دوم. بر این اساس، می‌توان توزیع تعمیم‌یافته پرتو را تنها با رابطه زیر نمایش داد:

1. Balkema and de Haan (1974).
2. Pickands (1975).

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) = I - \left[I + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi_{\max}} \quad (35-6)$$

رابطه ساده‌ای بین GEV و GPD وجود دارد:

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) = I + \log H_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) \quad \text{if } \log H_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) > -I \quad (36-6)$$

اهمیت قضیهٔ بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه را با انتخاب شاخص دنباله و یک آستانهٔ بزرگ از طریق GPD تخمین زد. توجه داشته باشید که در روابط (۳۴-۶) و (۳۵-۶)، همان ارزش‌های فراتر از آستانه یا « X »های بزرگ‌تر از u است و μ_{\max} نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین می‌توان رابطهٔ (۳۴-۶) را به این صورت بازنویسی کرد:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi_{\max}} & \text{if } \xi \neq 0 \quad (37-6) \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 0 \end{cases}$$

with

تحلیل داده‌ها پیش از برآورد^۱

برای تخمین پارامترها باید یک مقدار منطقی برای آستانه u انتخاب کنیم. این آستانه تعیین‌کنندهٔ تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یعنی n_u است. مبانی نظری ضعیفی برای انتخاب آستانه وجود دارد و این یکی از نقاط ضعف نظریهٔ فراتر از آستانه است. بدین ترتیب

1. preestimation data analysis

این انتخاب بیشتر به قضاوت‌های ما مربوط می‌شود. هرچند تخمین این پارامتر از طریق حداکثر درست‌نمایی طبیعی‌ترین راه به نظر می‌رسد، اما این رویکرد از ثبات برخوردار نیست. با تغییر آستانه، تعداد مشاهدات فراتر از آستانه تغییر می‌کند و این امر موجب ایجاد تابع احتمال ناپیوسته و اغلب نامحدود می‌شود. انتخاب آستانه مستلزم برقراری یک مصالحه بین بزرگی آستانه و تعداد مشاهدات فراتر از آستانه است. از طرفی آستانه باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا تقریب توزیع مشاهدات فراتر از آستانه بر اساس قضیه توزیع تعمیم‌یافته پرتو از دقت بیشتری برخوردار باشد و از طرفی دیگر، انتخاب یک آستانه بسیار بزرگ باعث می‌شود که تعداد کافی از مشاهدات فراتر از آستانه در اختیار نداشته باشیم و این امر قابلیت اتکای تخمین‌هایمان را زیر سؤال می‌برد. اگر بخواهیم به این گفته‌ها رنگ آماری بیشتری بدهیم باید بگوییم که تعیین آستانه مستلزم ایجاد تعادل بین تورش (اریب) و واریانس است. اگر آستانه کوچکی را انتخاب کنیم، تعداد مشاهدات یا همان تعداد تخطی‌ها افزایش می‌یابد و برآورد از دقت بیشتری برخوردار می‌شود. به‌رحال انتخاب یک آستانه کوچک باعث معرفی برخی از مشاهدات مرکزی‌تر به مجموعه مشاهدات می‌گردد و به این ترتیب برآورد، اریب خواهد گردید.

هر چند که روش مشخص و تجویز شده‌ای برای انتخاب آستانه وجود ندارد ولی می‌توان با بررسی مشاهدات فرین و تجزیه و تحلیل دنباله‌ها به شیوه قابل قبولی آستانه را انتخاب کرد. تجزیه و تحلیل داده‌ها همچنین رهنمودهای مناسبی را در جهت انتخاب مناسب شاخص دنباله فراهم می‌آورد. در این زمینه سه ابزار شناسایی دنباله وجود دارد که عبارتند از:

- نمودار صدک- صدک^۱
- تابع میانگین فرونی^۲
- نمودار هیل

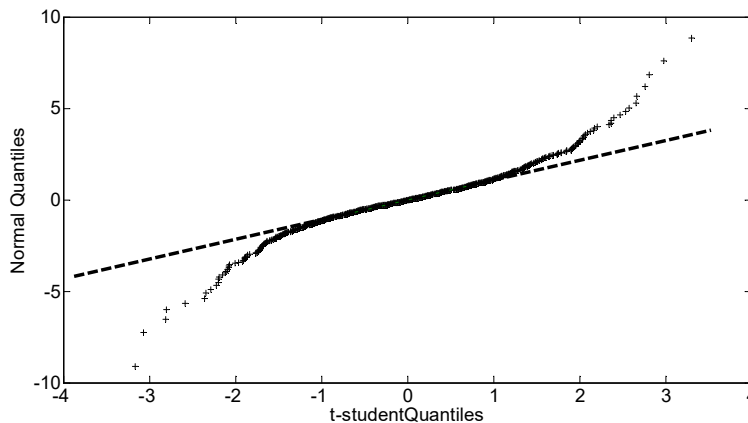
به‌وسیله هر کدام از این ابزار می‌توان قسمتی از ویژگی‌های مشاهدات فرین را مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. آگاهی از رفتار دنباله‌ها ما را در انتخاب آستانه یاری می‌دهد.

1. quantile-quantile plot (Q-Q plot)
2. mean excess function (MEF)

نمودار صدک- صدک

در تحلیل‌های آماری برای بررسی این که آیا یک نمونه از توزیع خاصی ناشی می‌شود، از نمودار صدک- صدک استفاده می‌کنند. این نمودار یک ابزار ساده بصری است. برای استفاده از این ابزار، صدک‌های توزیع فرضی در مقابل صدک‌های توزیع تجربی ترسیم می‌شود و میزان هم‌خوانی صدک‌های دو توزیع با هم مقایسه می‌شود. اگر توزیع نمونه از توزیع فرضی حاصل شده باشد، نمودار صدک- صدک خطی خواهد بود.

در زمینه نظریه ارزش فرین، عموماً نمودار صدک- صدک توزیع نمونه‌ها را در مقابل توزیع نمایی ترسیم می‌کنند و از آن‌جا که توزیع نمایی دارای دنباله‌هایی با تراکم متوسط است، تراکم دنباله سایر توزیع‌ها در مقایسه با آن سنجیده می‌شود. اگر داده‌ها دارای توزیع نمایی باشد، نقاط مربوط به داده‌ها روی خطی با شیب مثبت قرار می‌گیرند. البته، در نظرگرفتن توزیع نمایی به‌عنوان توزیع معیار، یک انتخاب است و به‌جای آن می‌توان از توزیع‌های دیگر مانند نرمال نیز استفاده کرد. در نمودار (۴-۶)، نمودار صدک- صدک ارایه شده است. در این نمودار صدک‌های تابع توزیع تجربی (که در این‌جا توزیع t است) بر روی محور افقی و صدک‌های تابع توزیع نرمال بر روی محور عمودی ارایه شده است.



نمودار (۴-۶): نمودار صدک- صدک توزیع t در برابر توزیع نرمال

داده‌های نمودار فوق بوسیله مولد اعداد تصادفی نرمال و t تولید شده است. اگر داده‌ها از توزیع نرمال حاصل شده باشد، باید روی خط راست قرار گیرد. اگر توزیع تجربی دارای دنباله‌های سنگین‌تری باشد، منحنی در سمت چپ به سمت پایین و در سمت راست به سمت

بالا خمیدگی پیدا می‌کند. بدیهی است که توزیع t نسبت به توزیع نرمال دارای دنباله‌های سنگین‌تری است و این امر در نمودار (۶-۴) کاملاً مشخص است.

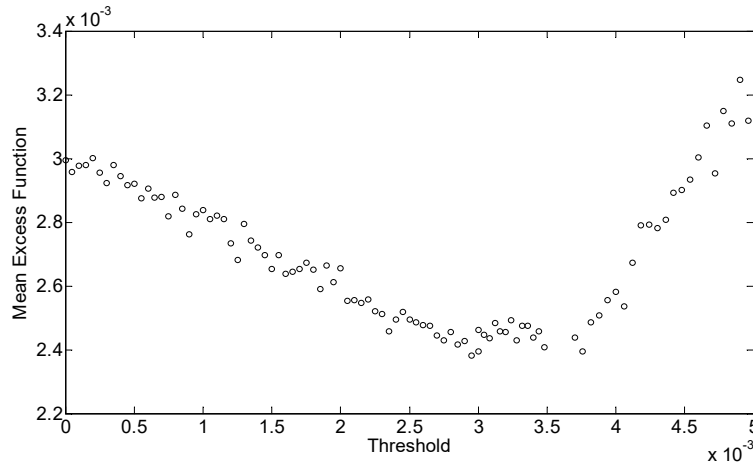
تابع میانگین فزونی

ابزار دیگری که برای بررسی دنباله‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، تابع میانگین فزونی نمونه است. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n_u} (X_i - u)}{n_u} \quad (۶-۳۸)$$

که I تابع معرف است و زمانی که داده‌ها بزرگ‌تر از آستانه باشد یک می‌گیرد و در غیر این صورت صفر می‌شود. تابع میانگین فزونی برابر است با حاصل جمع فزونی‌های فراتر از آستانه (مقادیر اضافی فراتر از آستانه) تقسیم بر تعداد داده‌هایی که فراتر از آستانه است. این تابع در واقع میزان دورافتادگی موردانتظار داده‌ها را به‌هنگام رخداد یک تخطی نشان می‌دهد. اگر تابع میانگین فزونی در بالای یک آستانه خاص، خطی را ست با شیب مثبت باشد، نشانگر این است که داده‌ها از توزیع تعمیم‌یافته پرتو با شاخص دنباله مثبت پیروی می‌کنند. از سوی دیگر، تابع میانگین فزونی داده‌هایی که دارای توزیع نمایی است، خطی افقی است و در نهایت این تابع برای داده‌هایی با دنباله‌های کم‌تراکم، خطی با شیب منفی است.

تابع میانگین فزونی کمک مؤثری در جهت انتخاب آستانه می‌کند. اگر این تابع را بر اساس تغییرات آستانه ترسیم کنیم، بهتر است آستانه را در جایی انتخاب کنیم که تابع میانگین فزونی پس از آن، خطی را ست با شیب مثبت باشد. در نمودار (۶-۵) تابع میانگین فزونی بر اساس تغییرات آستانه برای نمونه‌ای از داده‌ها ارایه شده است.



نمودار (۵-۶): تابع میانگین فزونی بر اساس تغییرات آستانه برای داده‌های بورس تهران

توجه داشته باشید که نمودار پس از ۰/۳۷ درصد، تقریباً خطی با شیب مثبت است که وجود رفتار پرتو در دنباله را نوید می‌دهد.

نمودار هیل

ابزار دیگر جهت تعیین آستانه، نمودار هیل است. هیل برآوردکننده زیر را برای شاخص دنباله پیشنهاد می‌کند:^۱

$$\hat{\xi}_k = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln X_{i,n} - \ln X_{k,n} \quad \text{for } k \geq 2 \quad (۳۹-۶)$$

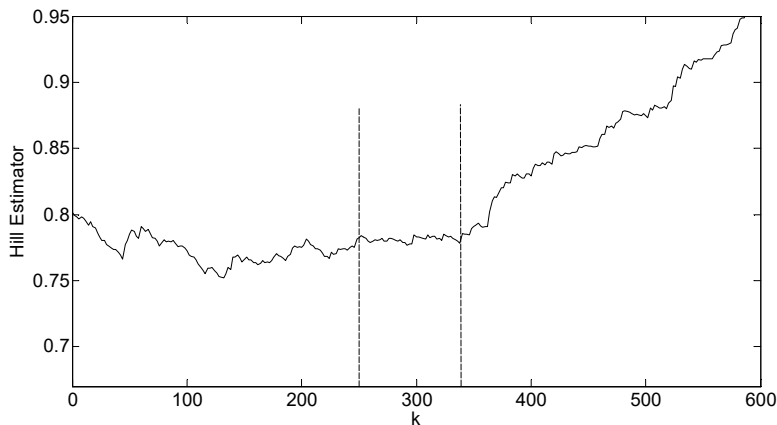
که k شماره بالاترین آماره ترتیبی است و یا به عبارت دیگر تعداد تخطی‌ها می‌باشد و n اندازه نمونه است.

برای تعیین آستانه، نمودار هیل را ترسیم می‌کنیم، به گونه‌ای که شاخص دنباله تخمینی، تابعی از تعداد k بالاترین آماره ترتیبی باشد. آستانه را در جایی انتخاب می‌کنیم که شاخص دنباله نسبتاً ثابت باشد. به عبارتی دیگر، آستانه را در جایی انتخاب می‌کنیم که تابع میانگین فزونی، با ازای مقادیر k نسبتاً افقی می‌شود.

1. Hill (1975).

در نمودار (۶-۶)، نحوه انتخاب آستانه برای داده‌های شاخص بورس تهران ارایه شده است. همان‌طور که از نمودار مشخص است، شاخص دنباله تخمینی در ناحیه‌ای بین ۲۵۰ تا ۳۳۰ نسبتاً ثابت است و در نتیجه k را عددی بین این دو عدد در نظر می‌گیریم. شاید این بازه برای برآورد شاخص دنباله اندکی بزرگ به نظر برسد، اما می‌توان از آن به‌عنوان نقطه شروع استفاده کرد.

توجه داشته باشید که پارامتر موقعیت یعنی μ_{\max} همان آستانه است و با انتخاب u مشکل انتخاب این پارامتر مرتفع می‌گردد. به‌هنگام محاسبه ارزش در معرض ریسک این مسأله را بیشتر توضیح می‌دهیم.



نمودار (۶-۶): نمودار هیل و نحوه انتخاب آستانه

برای انتخاب آستانه باید ترکیبی از ابزارهای مناسب مانند نمودار صدک- صدک، تابع میانگین فزونی و نمودار هیل را مد نظر قرار داد، در غیر این صورت ممکن است برآوردهایمان واریانس بالایی داشته و یا همراه با اریب باشد.

برآورد پارامترها

در ادامه کار باید پارامترهای σ_{\max} و ξ_{\max} را برآورد کنیم. این پارامترها را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی، روش رگرسیون و یا دیگر روش‌های مناسب تخمین

زد. احتمالاً روش حداکثر درست‌نمایی نسبت به دیگر روش‌ها از قابلیت اتکای بیشتری برخوردار است. در ادامه، به تشریح این روش‌ها می‌پردازیم.

روش حداکثر درست‌نمایی

همان‌گونه که می‌دانیم، برای استفاده از این روش ابتدا باید تابع احتمال و یا لگاریتم احتمال را بنا کنیم. بدیهی است تابع احتمال از روی تابع چگالی احتمال حاصل می‌شود. تابع چگالی احتمال توزیع GPD برابر است با:

$$g_{\xi, \mu, \sigma}(G; x_{\max}) = \left(\frac{1}{\sigma_{\max}} \right) \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-\left(\frac{1 + \xi_{\max}}{\xi_{\max}} \right) (40-6)}$$

بدین ترتیب تابع لگاریتم احتمال نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\ln L_h = \begin{cases} \text{if } \xi \neq 0 \\ -n_u \ln \sigma_{\max} - \left(\frac{1 + \xi_{\max}}{\xi_{\max}} \right) \sum_{i=1}^{n_u} \ln \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] \end{cases} \quad (41-6)$$

برای تخمین پارامترها کافی است که تابع لگاریتم احتمال GPD را با توجه به محدودیت زیر حداکثر کنیم:

$$x \in \begin{cases} [\mu_{\max}, \infty] & \text{if } \xi \geq 0 \\ [\mu_{\max} - \sigma_{\max}, \mu_{\max}] & \text{if } \xi < 0 \end{cases} \quad (42-6)$$

اگر $\xi > -0.5$ ، برآوردکننده‌های حاصل از روش حداکثر درست‌نمایی مجاناً نرمال بوده و بنابراین از خصوصیت نسبتاً مناسبی برخوردار است.

روش رگرسیون

روش رگرسیون راه‌حل مناسبی جهت تخمین پارامترهای توزیع تعمیم‌یافته پرتو می‌باشد. این روش مشابه روش رگرسیون در تخمین پارامترهای GEV است، به همین دلیل از معرفی مجدد متغیرها خودداری می‌کنیم و تنها به نحوه اجرای آن می‌پردازیم: روش رگرسیون، تابع توزیع تجمعی مشاهدات مرتب شده را برابر میانگین نظری آن‌ها قرار می‌دهد:

$$E[G_{\max, n}(\hat{x}_{\max, i})] = \begin{cases} \text{if } \xi \neq 0 & (43-6) \\ E \left[1 - \left(1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] \\ = \frac{n_u + i - 1}{n_u + 1} \\ \text{if } \xi = 0 \end{cases}$$

که $G_{\xi, \mu, \sigma}(\hat{x}_{\max, i})$ تابع توزیع تجمعی ارزش‌های فراتر از آستانه و n_u شمار ارزش‌های فراتر از آستانه است. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\left[1 - \left(1 + \xi_{\max} \left(\frac{\hat{x}_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right)^{-1/\xi_{\max}} \right] \approx \frac{n_u + i - 1}{n_u + 1} \quad \text{if } \xi \neq 0 \quad (44-6)$$

از رابطه فوق دو بار لگاریتم می‌گیریم تا به شکل ساده‌تری تبدیل شود. سپس جمله خطا را به سمت راست اضافه می‌کنیم تا رابطه به یک تساوی تبدیل گردد و در نهایت پارامترها را از طریق کمینه‌کردن مجموع مجذورات خطا با استفاده از معادلات رگرسیون غیرخطی برآورد می‌کنیم.

محاسبه ارزش در معرض ریسک

محاسبه ارزش در معرض ریسک مستلزم تخمین صدک‌های توزیع بازده دارایی است. این کار معادل محاسبه صدک‌های توزیع بازده مادر است. تا این جا، فرآیند تخمین توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه ارایه شد، به عبارتی دیگر، می‌توانیم توزیع بازده‌های کوچک‌تر از یک آستانه کوچک و یا زیان‌های بزرگ‌تر از یک آستانه بزرگ را تعیین کنیم. اما، چگونه می‌توان از طریق توزیع احتمال دنباله‌های متغیری تصادفی مانند بازده، توزیع بازده مادر را استخراج نمود و چگونه می‌توان صدک‌های توزیع بازده را استخراج کرد؟ و در نهایت، چگونه می‌توان ارزش در معرض ریسک را محاسبه نمود؟

برای حل این مسأله باید به دنبال رابطه‌ای باشیم که نشان‌دهنده نحوه ارتباط توزیع بازده‌های فراتر از آستانه و توزیع بازده مادر است. این ویژگی در رابطه (۶-۳۲) یافت می‌شود که عبارت است از:

$$F_u(y) = \frac{F(y+u) - F(u)}{y}$$

طبق قضیه بالکما، دی‌هان و پیکانندس، برای « u »هایی که به اندازه کافی بزرگ است، به توزیع تعمیم‌یافته پرتو نزدیک می‌شود و نیز از آن جا که برای هر $X > u$ داریم: $X = u + y$ ، می‌توان نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]G_{\varepsilon, u, \sigma}(x - u) + F(u) \quad (۴۵-۶)$$

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را از نمونه مشاهدات جدا می‌کنیم. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با n_u و تعداد کل مشاهدات نمونه را با n نمایش دهیم.

به راحتی می‌توانیم آخرین جمله سمت راست رابطه (۴۵-۶) را با برآوردکننده تجربی زیر تخمین بزنیم:

$$\hat{F}(u) = \frac{n - n_u}{n} \quad (۴۶-۶)$$

با جایگذاری رابطه (۴۶-۶) در (۴۵-۶) می‌توان توزیع احتمال مقادیر x را برآورد کرد:

$$\begin{aligned} \hat{F}(x) &= \left(1 - \frac{n - n_u}{n}\right) G_{\xi, \mu, \sigma}(x - u) + \frac{n - n_u}{n} \quad (۴۷-۶) \\ &= \frac{n_u}{n} G_{\xi, \mu, \sigma}(x - u) + \frac{n - n_u}{n} \end{aligned}$$

در نهایت، با جایگذاری رابطه (۳۵-۶) در (۴۷-۶) خواهیم داشت:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n} \left[1 + \hat{\xi}_{\max} \frac{x - u}{\hat{\sigma}_{\max}} \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}_{\max}}} \quad (۴۸-۶)$$

می‌توانیم به جای $x - u$ ، معادل آن یعنی مقادیر اضافی فراتر از آستانه را جایگزین کنیم:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n} \left[1 + \hat{\xi}_{\max} \frac{y}{\hat{\sigma}_{\max}} \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}_{\max}}} \quad (۴۹-۶)$$

برای یک احتمال معین مثل $1 - \alpha$ ، به راحتی می‌توان صدک مربوط به توزیع $\hat{F}(x)$ را برآورد نمود. بدیهی است که این کار با معکوس کردن توزیع $\hat{F}(x)$ امکان پذیر است:

$$\hat{F}^{-1}(1 - \alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}_{\max}}{\hat{\xi}_{\max}} \left[\left(\frac{n}{n_u} \alpha \right)^{-\hat{\xi}_{\max}} - 1 \right] \quad (۵۰-۶)$$

این رابطه در صورتی صحیح است که شرط زیر برآورده گردد:

$$1 - \alpha > F(u) \quad (۵۱-۶)$$

اگر داده‌های موردبررسی بازده دارایی باشد، رابطه (۵۰-۶) همان ارزش در معرض ریسک درصدی است. یعنی می‌توان نوشت:

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\sigma}_{\max}}{\xi_{\max}} \left[\left(\frac{n}{\xi_{\max}} \alpha \right)^{-\xi_{\max}} - 1 \right] \quad (۵۲-۶)$$

مطابق رابطه (۲۵-۶)، ارزش در معرض ریسک از حاصل ضرب ارزش در معرض ریسک درصدی در قیمت جاری دارایی به دست می‌آید. ریزش موردانتظار درصدی نیز برابر است با:

$$\%ES = \frac{\%VaR}{\xi_{\max}} + \frac{\hat{\sigma}_{\max} - \xi_{\max} u}{\xi_{\max}} \quad (۵۳-۶)$$

البته، این رابطه مشروط بر $\xi_{\max} < 1$ می‌باشد.

مثال ۴-۶: سنج‌های ریسک *POT*

فرض کنید برای بازده‌های روزانه یک سهم، آستانه‌ای معادل ۶٪ تعیین کرده‌ایم. قیمت روز این سهم ۱۰۰ تو مان است و پارامترهای تخمینی، $\hat{\sigma}_{\max} = 0.05$ و $\xi_{\max} = 0.5$ می‌باشد. اگر $n = 1000$ و $n_u = 50$ باشد، ارزش در معرض ریسک یک‌روزه در سطح اطمینان ۹۹٪ برابر است با:

$$\%VaR = q_{0.01}(r) = 0.06 + \frac{0.05}{0.5} \left[\left(\frac{1000 \times 0.01}{50} \right)^{-0.5} - 1 \right] = 0.184$$

$$VaR = 100 \times 0.184 = 18.4$$

و *ES* نیز در همین سطح اطمینان برابر است با:

$$\%ES = \frac{0.184}{1-0.5} + \frac{0.05 - 0.5 \times 0.06}{1-0.5} = 0.408$$

$$ES = 100 \times 0.408 = 40.8$$

نظریهٔ تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین در مقابل فراتر از آستانه

هر دو رویکرد *GEV* و *POT* نسخه‌های مختلفی از یک نظریهٔ زیربنایی به نام نظریهٔ ارزش فرین است. رویکرد اول، پوشش‌دهندهٔ توزیع ارزش‌های فرین است و رویکرد دوم، با توزیع تخطی‌های فراتر از یک آستانهٔ بزرگ سروکار دارد. بنابراین به لحاظ نظری اختلاف زیادی بین آن‌ها نیست، اما در عمل ممکن است بنا به دلایلی که ارائه می‌کنیم، یکی بر دیگری رجحان یابد:

در یک موقعیت خاص انتخاب یکی از رویکردها ممکن است از توجیه بیشتری برخوردار باشد. مثلاً، ممکن است با محدودیت داده مواجه باشیم و انتخاب یک رویکرد بر دیگری ترجیح داشته باشد. رویکرد *GEV* نسبت به *POT* دارای یک پارامتر اضافی است. همچنین رویکرد *GEV* ممکن است باعث از دست رفتن بخشی از اطلاعات مفید گردد، چراکه ممکن است برخی از نمونه‌ها (بلوک‌ها) بیش از یک ارزش فرین داشته باشد. این دو مورد از معایب *GEV* نسبت به *POT* است. از طرف دیگر، *POT* مستلزم انتخاب آستانه است و این مسأله در *GEV* وجود ندارد.

در نهایت باید بگوییم که هر دو رویکرد *GEV* و *POT* از مبنای نظری محکمی برخوردارند و به همین دلیل معقول و منطقی‌اند، ولی به هر حال باید رویکردی را انتخاب نمود که با مسأله پیش روی مناسبت بیشتری داشته باشد.

تکامل رویکردهای ارزش فرین

در بخش‌های قبل در مورد اصول اساسی نظریهٔ ارزش فرین شرح مفصلی ارائه گردید. در این بخش به موقعیت‌های نسبتاً پیچیده‌تری می‌پردازیم؛ در هر کدام از این موقعیت‌ها برخی مفروضاتی نقض می‌گردد که قبلاً به‌طور صریح و یا تلویحی در نظر گرفته می‌شد. این موقعیت‌ها شامل ارزش فرین شرطی، داده‌های وابسته (و یا مشاهداتی که به‌طور

مستقل و یکسان توزیع نشده‌اند) و نظریه ارزش فرین چندمتغیره است. در بخش‌های بعدی به تشریح مختصر هر کدام از این موقعیت‌ها می‌پردازیم.

ارزش فرین شرطی^۱

رویه‌هایی که در مورد نظریه ارزش فرین تشریح نمودیم، تماماً غیر شرطی است؛ بدین معنی که بدون هیچ‌گونه تعدیلی نسبت به متغیر تصادفی موردنظر (مثلاً X) مستقیماً به کار گرفته می‌شود. کاربرد نظریه ارزش فرین غیر شرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک و یا زیان منتظره در طی یک دوره بلندمدت مفید است. اما، گاهی اوقات خواهان کاربرد نظریه ارزش فرین شرطی برای برخی ساختارهای پویا هستیم و این مستلزم تمایز بین X و عوامل تصادفی محرک آن است. استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی یا پویا زمانی مفید است که با دوره‌های کوتاه‌مدت سروکار داشته باشیم و در عین حال، X دارای ساختاری پویا و قابل‌مدل‌سازی باشد. برای مثال اگر بتوان متغیر تصادفی را با یک فرآیند $GARCH$ مدل‌سازی کرد، فرصت خوبی برای استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی ایجاد می‌شود. در این حالت ما به دنبال این هستیم که با استفاده از فرآیند $GARCH$ ، تلاطم‌های متغیر تصادفی را تشریح کرده و سپس از نظریه ارزش فرین برای مدل‌سازی خطاهای حاصل از فرآیند $GARCH$ استفاده کنیم. برای این کار مک‌نیل و فری فرآیند دو مرحله‌ای زیر را پیشنهاد کردند:^۲

- از یک مدل $GARCH$ جهت پیش‌بینی تلاطم‌های بازده استفاده می‌کنیم و پس از تخمین پارامترهای مدل، خطاها را استخراج می‌کنیم. بدیهی است که این خطاها با کم‌کردن بازده موردانتظار از بازده واقعی حاصل می‌شود و بازده موردانتظار نیز از طریق مدل شکل‌گیری بازده قیمت‌ها حاصل می‌شود. انتظار بر این است که این خطاها دارای توزیع‌های یکسان و مستقل از هم باشند. در انتهای این مرحله از تلاطم و بازده موردانتظار آتی یعنی σ_{t+1} و μ_{t+1} تخمین‌هایی در دست داریم.

1. conditional extreme value
2. McNeil and Frey (2000).

- نظریه ارزش فرین را برای خطاهای استانداردشده به کار می‌گیریم و بدین ترتیب با احتساب ساختاری پویا (یعنی $GARCH$) و نیز با کاربرد EVT برای باقیمانده‌ها تخمین‌هایی از VaR به دست می‌آوریم.

عدم وجود استقلال زمانی

تاکنون چنین فرض می‌شد که فرآیندهای تصادفی محرک داده‌ها به‌طور یکسان و مستقل از هم توزیع شده‌اند، اما تحقیقات نشان داده که اغلب داده‌های مالی به‌نوعی وابستگی زمانی از خود نشان می‌دهد. این وابستگی زمانی معمولاً به شکل خوشه‌ها ظاهر می‌گردد. بدین معنی که مشاهدات کوچک و بزرگ با هم تشکیل خوشه می‌دهند. تشکیل خوشه بنا به دلایل زیر حائز اهمیت است:

- تشکیل خوشه، فرض توزیع یکسان و مستقل داده‌ها را دستخوش تهدید می‌کند و شرایط آماری آن مشخص نخواهد بود.
- بدیهی است که وابستگی داده‌ها می‌تواند باعث عملکرد بسیار ضعیف برآوردکننده گردد.
- تشکیل خوشه تعبیر نتایج را دگرگون می‌سازد. مثلاً، ممکن است بگوییم که به‌طور متوسط مشاهدات در هر صد مورد بیش از ۵ بار از صدک خاصی فراتر نخواهد رفت. اگر داده‌ها تشکیل خوشه دهد، تعداد تخطی‌های موردانتظار در یک دوره زمانی معین مشخص نخواهد بود و تعداد تخطی‌ها بستگی به تمایل داده‌ها برای تشکیل خوشه دارد. بنابراین تشکیل خوشه اثر مهمی بر نحوه تعبیر داده‌ها دارد.

دو راه ساده برای برخورد با وابستگی زمانی داده‌ها وجود دارد. شاید متداول‌ترین و ساده‌ترین روش، استفاده از توزیع‌های GEV برای حداکثرهای بلوک^۱ باشد. این روش نقطه‌ای را استخراج می‌کند که داده‌های حداکثر، نسبت به داده‌های اصلی که از آن حاصل شده است، کمتر تشکیل خوشه دهد؛ با بزرگ‌تر شدن دوره‌هایی که این داده‌های حداکثر از آن‌ها استخراج می‌شود، خوشه‌های کمتری ایجاد می‌گردد. استفاده از رویکرد حداکثرهای بلوک بسیار ساده است، اما بخشی از کارایی آن به دلیل بیرون‌ریختن مشاهدات حداکثری

1. block maxima

که جزء حداکثرهای بلوک نیست، از بین می‌رود. مشکل دیگر این که هیچ رهنمودی راجع به طول دوره‌های هر بلوک وجود ندارد و این به مسأله عرض بند منجر می‌شود که قابل مقایسه با مسأله نحوه انتخاب k است.

راه حل دوم، برآورد دنباله توزیع شرطی نسبت به توزیع غیر شرطی است. برای انجام این کار ابتدا باید مدل تلاطم شرطی را مثلاً بر اساس فرآیند $GARCH$ برآورد کنیم و سپس شاخص دنباله مربوط به باقیمانده‌های استاندارد شده شرطی را تخمین بزنیم. بدین ترتیب وابستگی زمانی داده‌ها از طریق بخش قطعی مدل جمع‌آوری می‌شود و می‌توان با فرآیند تصادفی به صورت مستقل رفتار کرد. این راه حل همان روش پیشنهادی فری و مک‌نیل است.

نظریه ارزش فرین چندمتغیره^۱

تا به حال با نظریه ارزش فرین تک‌متغیره^۲ مواجه بودیم، اما نظریه ارزش فرین چندمتغیره نیز وجود دارد که از آن می‌توان برای مدل سازی دنباله‌های توزیع‌های چندمتغیره استفاده کرد. در این جا موضوع اصلی، مدل سازی ساختار وابستگی ارزش‌های فرین است. برای درک این موضوع باید دوباره تمایز نظریه ارزش فرین را از نظریه آشنای ارزش مرکزی مورد توجه قرار دهیم. همان گونه که می‌دانیم وقتی با ارزش‌های مرکزی سروکار داریم، برای تحقق مفروضات توزیع نرمال (یا به طور گسترده تر توزیع بیضوی) اغلب بر قضیه حد مرکزی اتکا می‌کنیم. با داشتن چنین توزیعی، ساختار وابستگی‌ها از طریق همبستگی‌های میان متغیرهای مختلف به دست می‌آید. در این حالت بر اساس مفروضات توزیعی، دانستن واریانس‌ها و همبستگی‌ها برای تعیین توزیع چندمتغیره کافی است. به همین دلیل است که همبستگی‌ها در نظریه ارزش مرکزی از اهمیت بالایی برخوردارند. این منطق در مورد ارزش‌های فرین کارایی ندارد. وقتی که ورای توزیع‌های بیضوی می‌رویم، دیگر همبستگی برای تشریح ساختار وابستگی کفایت نمی‌کند. در عوض، مدل سازی ارزش‌های فرین چندمتغیره ما را ملزم به استفاده از نظریه مفصل‌ها^۳ می‌کند.

-
1. multivariate EVT (MEVT)
 2. univariate EVT
 3. copulas theory

MEVT به ما می‌گوید توزیع محدود مربوط به ارزش‌های فرین چندمتغیره^۱، عضوی از خانواده مفصل‌های ارزش فرین^۲ خواهد بود. به لحاظ نظری، ابعاد این مفصل‌ها بنا به خواسته ما تعیین می‌شود؛ این ابعاد منعکس‌کننده تعداد متغیر تصادفی مورد ملاحظه است. به هر حال در رابطه با ابعاد، مسأله‌ای وجود دارد. اگر دو متغیر مستقل داشته باشیم و رویدادهای فرین تک‌متغیره را به گونه‌ای طبقه‌بندی کنیم که در هر ۱۰۰ مشاهده یک بار حادث شود، انتظار داریم که احتمال وقوع رویدادهای فرین برای دو متغیر تنها یک در ۱۰۰۰۰ مشاهده و برای سه متغیر یک در ۱۰۰۰۰۰۰ مشاهده باشد. بدین ترتیب با افزایش بعد، رویدادهای فرین چندمتغیره با سرعت زیادی کمیاب می‌شوند. بر این اساس، مشاهدات فرین چندمتغیره کمی در اختیار خواهیم داشت و این در حالی است که تعداد پارامترهای برآوردی افزایش خواهد یافت. بدین ترتیب در رابطه با تعداد بعد با محدودیت مواجهیم. شاید از مثال فوق نتیجه بگیریم که رویدادهای فرین چندمتغیره نادرتر از آن است که نگران آن‌ها باشیم. اما، این یک اشتباه بزرگ است، چراکه به لحاظ نظری، احتمال وقوع رویدادهای فرین چندمتغیره به توزیع مشترک آن‌ها بستگی دارد و این حوادث را نمی‌توان مستقل از یکدیگر فرض کرد. وابستگی رویدادهای فرین به عنوان یک واقعیت تجربی نیز پذیرفته شده است. به عنوان مثال یک زمین‌لرزه بزرگ می‌تواند محرک بلایای طبیعی یا مالی باشد. همگی می‌دانید که فجایع اغلب به هم وابسته اند. بنابراین آگاهی از ریسک‌های فرین چندمتغیره برای مدیران ریسک از اهمیت در خور توجهی برخوردار است.

نتیجه‌گیری

نظریه ارزش فرین رویکردی است که برای تخمین احتمالات و صدک‌های رویدادهای فرین طراحی شده است. این رویکرد در مورد چگونگی تخمین‌ها، رهنمودی عملی فراهم می‌آورد و نتایج حاصل از کاربرد آن از دقت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. بنابراین، روشی ایده‌آل و تخصصی جهت برآورد سنجه‌های ریسک فرین است.

نظریه ارزش فرین هم‌چنین از این جهت حائز اهمیت است که ما را از آنچه که نباید انجام دهیم، آگاه می‌کند و مهم‌ترین راهنمایی‌ای که در این رابطه ارائه می‌کند، این است

1. limiting distribution of multivariate extreme values
2. extreme value copulas

که برای برآورد ارزش‌های فرین از توزیع‌هایی استفاده نکنیم که توسط قضیه حد مرکزی توجیه می‌شود. این نظریه به ما می‌گوید که برای برآورد ریسک ارزش‌های فرین به جای استفاده از توزیع‌های دلخواه از توزیع‌های پیشنهادی *EVT* استفاده کنیم. با این وجود، نباید از محدودیت‌های این رویکرد غافل شد. برخی از این محدودیت‌ها عبارت است از:

- مسائل مربوط به ارزش‌های فرین ذاتاً مشکل است، چراکه طبق تعریف، همیشه تعداد نسبتاً کمی از مشاهدات فرین در اختیار داریم. نتیجه کمبود مشاهدات این است که برآوردهای ارزش فرین نسبت به صدک‌ها یا احتمالات مرکزی تر توزیع بسیار نامطمئن است و متعاقباً فواصل اطمینان نسبتاً پهنی دارد. این ناشی از نقص *EVT* نیست، بلکه پیامد اجتناب‌ناپذیر کمبود داده‌هاست.
- برآوردهای ارزش فرین به طرز قابل ملاحظه‌ای در معرض ریسک مدل قرار دارد. ما باید جهت ارایه تخمین‌هایی از ارزش‌های فرین، مفروضات مختلفی را در نظر بگیریم و این در حالی است که در عمل، تأیید صحت این مفروضات مشکل است. در نتیجه، نتایج حاصله نسبت به دقت مفروضات حساسیت زیادی از خود نشان می‌دهد. *EVT* هم‌چنین ما را ملزم به اخذ تصمیماتی راجع به تعیین مقدار آستانه می‌کند و اخذ این تصمیمات چندان ساده نیست. بر این اساس، می‌توان گفت کاربرد روش‌های ارزش فرین مستلزم قضاوت‌های ذهنی فراوانی است. به‌خاطر عدم اطمینان موجود در این روش‌ها، بسیار مهم است که در این رویکرد، برآوردی از فواصل اطمینان سنجه‌های ریسک به عمل آورده و نتایج را در معرض آزمون‌های استرس (فشار) قرار دهیم.
- از آنجا که تعداد بسیار کمی داده در اختیار داریم و نظریه ارزش فرین نیز مجانباً خوب عمل می‌کند، تخمین‌ها نسبت به اثرات نمونه کوچک یعنی اریب‌ها، غیرخطی بودن^۱ و دیگر مسائل نامطلوب بسیار حساس است.

در نهایت اذعان می‌داریم که با آگاهی از کمبود داده‌ها که به‌طور اجتناب‌ناپذیری قابلیت اتکای نتایج را محدود می‌کند، باید بهترین استفاده را از این نظریه به عمل بیاوریم.

به‌عنوان حسن ختام دو نقل قول از صاحب‌نظران *EVT* ارایه می‌کنیم:

مک نیل که در این زمینه پیش‌تاز است، می‌گوید:

1. non-linearity

ما با دنباله‌ها کار می‌کنیم و این در حالی است که تنها تعداد محدودی داده در اختیار داریم. عدم اطمینان تحلیل‌هایمان اغلب بالاست و این موضوع در فواصل اطمینان پهن ظاهر می‌شود. ... به هر حال اگر به دنبال کمی‌سازی حوادث نادر هستیم، می‌توانیم به جای استفاده از رویکردهای فاقد عمومیت، بهترین استفاده را از *EVT* به عمل بیاوریم. نظریه ارزش فرین بهترین تخمین را از رویدادهای فرین به دست می‌دهد. این نظریه نماینده درست‌ترین رویکردها برای اندازه‌گیری عدم اطمینان موجود در رویدادهای فرین است.^۱

هم‌چنین دیبولد و همکارانش در مقاله‌ای که در سال ۲۰۰۰ انتشار یافت، می‌نویسند: بهترین استفاده از *EVT* در مدیریت ریسک مالی زمانی حاصل می‌شود که علاوه بر نقاط قوت از محدودیت‌های آن نیز آگاه باشیم. با روشن‌شدن ابهامات، *EVT* به نظریه‌ای مفید و اساسی بدل خواهد شد. *EVT* به ما در جهت رسم منحنی‌های هموار از میان دنباله‌های فرین توابع تجربی کمک می‌کند. ... ولی نباید از آن بیشتر از آنچه که هست، انتظار داشته باشیم.^۲

-
1. McNeil (1998), p. 18.
 2. Diebold et al. (2000), p. 34.



منابع

1. Bali, T.G. (2003), "An extreme value theory to estimating volatility and value at risk," *Journal of Business*, Vol. 76, pp. 83-108.
2. Balkema, A. A. and de Hann, L. (1974), "Residual life time at great age," *The annals of probability*, Vol. 2, pp. 792-804.
3. Bensalah, Y. (2000), *Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review*, Bank of Canada.
4. Bystorm, H. N. E. (2005), "Extreme value theory and extremely large electricity price changes," *Journal of international Review of Economic and Finance*, Vol. 14, pp. 41-55.
5. Diebold, F. X., Schuermann, T. and Stroughair, J. D. (2000), "Pitfalls and the opportunities in the use of extreme value theory in risk management," *Journal of Risk Finance*, Vol. 1, pp. 30-35.
6. Dowd, K (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
7. Gencay, R. and Selcuk, F. (2004), "Extreme value theory and value-at-risk: relative performance in emerging markets," *Journal of Forecasting*, Vol. 20, pp. 287-303.
8. Gencay, R. and Selcuk, F. (2006), "Overnight borrowing interest rates and extreme value theory," *Journal of European Economic Review*, Vol. 50, pp. 547-563.
9. Gencay, R. Selcuk, F., and Ulugulyagci, A. (2003), "High volatility, thick tails and extreme value theory in Value-at-Risk estimation," *Journal of Mathematics and Economics*, Vol. 33, pp. 337-356.
10. Gumbel, E. J. (1958), *Statistics of Extremes*, New York: Columbia University Press.



11. Hill, B. M. (1975), "A simple general approach to inference about the tail of a distribution," *The Annals of Statistics*, Vol. 3, pp. 1163–1174.
12. McNeil, A. J. (1998), "Calculating quartile risk measures for financial return series using extreme value theory," *ETHZ Zentruman*, Zurich.
13. McNeil, A. J. and Frey, R (2000), " Estimation of tail-related risk measures for hetroskedastisic financial time series: an extreme value approach" *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7. pp. 271-300.
14. Neftic, S. N. (2000), "Value at risk calculations, extreme events and tail estimation," *Journal of Derivatives*, Vol. 7, pp. 23-38.
15. Pickands, J. (1975), "Statistical inference using extreme order statistics," *The annals of statistics*, Vol. 3, pp. 119-131.



فصل هفتم

رویکردهای ناپارامتریک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

در فصل‌های پنجم و ششم، رویکردهای پارامتریک مدل‌سازی ریسک را از نظر گذراندیم. در این فصل به بررسی رویکردهای ناپارامتریک تخمین سنج‌های ریسک می‌پردازیم. این رویکردها بر مبنای آمار ناپارامتریک است. ویژگی‌های منحصر به فرد آمار ناپارامتریک ما را به تشریح رویکردهای ناپارامتریک مدل‌سازی ریسک در فصلی جداگانه رهنمون گردید.

مشخصه‌ها و مفروضات

این رویکردها هیچ فرض خاصی را بر توزیع بازده دارایی‌ها تحمیل نمی‌کند و حتی‌الامکان به داده‌ها اجازه می‌دهد در مورد خود اظهار نظر کنند. رویکردهای ناپارامتریک از آخرین توزیع تجربی بازده و نه یک توزیع نظری، برای برآورد سنج‌های ریسک بهره می‌گیرند. تمامی رویکردهای ناپارامتریک بر اساس این فرض زیربنایی قرار دارد که می‌گوید: آینده نزدیک تا اندازه زیادی شبیه گذشته نزدیک است. بنابراین می‌توان از اطلاعات مربوط به گذشته نزدیک برای پیش‌بینی ریسک آینده نزدیک استفاده کرد. بدیهی است که این فرض با توجه به شرایط ممکن است معتبر و یا نامعتبر باشد. برای تصمیم‌گیری در مورد استفاده از رویکردهای ناپارامتریک، باید در مورد این که احتمالاً تا چه



اندازه داده‌های مربوط به گذشته نزدیک، راهنمای خوبی برای ریسک‌های پیش رو در افق زمانی آینده است، قضاوتی به عمل آورد. رویکردهای ناپارامتریک نسبت به پارامتریک از تنوع کمتری برخوردار است.

همه رویکردهای ناپارامتریک بر اساس شبیه‌سازی داده‌های تاریخی است. این شبیه‌سازی به روش‌های گوناگونی صورت می‌گیرد که هر کدام از این روش‌ها مشخص‌کننده رویکرد مربوطه است. در ادامه، پس از تشریح نحوه جمع‌آوری داده‌های شبیه‌سازی تاریخی، به بررسی رویکردهای مختلف ناپارامتریک یا همان رویکردهای شبیه‌سازی تاریخی می‌پردازیم.

شبیه‌سازی داده‌های تاریخی

اولین کاری که باید انجام شود، جمع‌آوری یک سری مناسب از بازده سبد دارایی است. این بازده بر اساس دوره‌های زمانی خاص (مثلاً، یک‌روزه) اندازه‌گیری می‌شود. فرض کنید یک سبد با n دارایی داریم و برای هر دارایی در هر دوره زمانی یک بازده موجود است. اگر بازده سهم i در دوره t باشد و w_i را به‌عنوان نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی در نظر بگیریم، بازده تاریخی شبیه‌سازی‌شده سبد دارایی در دوره t به‌صورت زیر خواهد بود:

$$r_{nt} = \sum_i^n w_i r_{it} \quad (1-7)$$

معادله فوق، سری زمانی بازده شبیه‌سازی‌شده تاریخی را برای سبد دارایی تولید می‌کند و این سری زمانی، مبنای محاسبه ارزش در معرض ریسک می‌باشد. این سری عموماً همانند توزیع‌های واقعی حاصل از سبد دارایی نیست، چراکه ترکیب سبد در طی زمان ممکن است دستخوش تغییر گردد. سری بازده شبیه‌سازی‌شده تاریخی شامل بازده‌هایی است که در صورت حفظ سبد کنونی خود در طی دوره نمونه تاریخی به‌دست خواهیم آورد.

با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی تاریخی، بازده آتی اقسام دارایی‌ها در یک بازده تاریخی خلاصه می‌گردد. رابطه (1-7) اذعان می‌کند که در رویکردهای ناپارامتریک برخلاف برخی رویکردهای پارامتریک، حل مسائل چندبعدی و شامل دارایی‌های ناهمگون، بسیار ساده است. در این رویکردها هیچ مشکلی در رابطه با ماتریس‌های واریانس-کوواریانس و مانند

آن وجود ندارد. بر این اساس، روش‌های ناپارامتریک، اغلب عادی‌ترین انتخاب برای مسائلی با ابعاد بزرگ است.

برخی از مهم‌ترین رویکردهای ناپارامتریک یا همان رویکردهای شبیه‌سازی تاریخی عبارتند از:

- شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی
- شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ
- شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان
- شبیه‌سازی تاریخی با استفاده از تخمین چگالی ناپارامتریک

اکنون به بررسی هر کدام از این رویکردها می‌پردازیم.

شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی^۱

در این روش، مستقیماً از داده‌های شبیه‌سازی تاریخی برای برآورد ریسک استفاده می‌شود و هیچ تبدیلی روی این داده‌ها صورت نمی‌گیرد. برای برآورد ارزش در معرض ریسک کافی است که صدک آلفای توزیع بازده را استخراج کنیم. برای این کار ابتدا سری بازده را از کوچک به بزرگ مرتب و جایگاه صدک موردنظر را مشخص می‌کنیم. اگر سری شبیه‌سازی تاریخی شامل n بازده باشد، جایگاه صدک آلفا از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$n_{\alpha} = \frac{An}{100} + \frac{1}{2} \quad (2-7)$$

در این رابطه، $A=100\alpha$ و n_{α} جایگاه صدک α است. با شمارش از پایین‌ترین بازده به جایگاه موردنظر می‌رسیم. بازده متناظر با این جایگاه، صدک آلفای بازده یعنی q_{α} است. $\%VaR$ در سطح اطمینان $1-\alpha$ برابر است با:

$$\%VaR = -q_r(\alpha) \quad (3-7)$$

1. basic historical simulation

برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در هر دوره کافی است که حاصل ضرب $\%VaR$ و قیمت سبد دارایی در دوره قبل (زمان صفر) را محاسبه کنیم.

$$VaR_t = P_{t-1} \times \%VaR_t^{(4-7)}$$

مثال (۱-۷): برآورد VaR با رویکرد شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی
فرض کنید سری بازده ماهانه حاصل از یک سبد دارایی برای ۲۰ ماه گذشته به شرح جدول زیر است. ترکیب این سبد دارایی طی ۲۰ ماه گذشته ثابت بوده است. ارزش جاری سبد نیز ۱،۰۰۰ تومان است.

شماره	بازده	شماره	بازده	شماره	بازده	شماره	بازده
۱	-۱۰/۰	۶	-۲/۰	۱۱	۰/۵	۱۶	۳/۴
۲	-۸/۰	۷	-۱/۰	۱۲	۱/۰	۱۷	۴/۵
۳	-۷/۵	۸	-۰/۷	۱۳	۱/۳	۱۸	۷/۵
۴	-۴/۰	۹	-۰/۶	۱۴	۲/۸	۱۹	۹/۵
۵	-۲/۵	۱۰	۰/۰	۱۵	۳/۰	۲۰	۱۴/۰

جدول (۱-۷): سری بازده ماهانه یک سبد فرضی به درصد

این سری بازده از کوچک به بزرگ مرتب شده است. برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵ درصد، جایگاه صدک پنجم را از طریق رابطه (۲-۷) محاسبه می‌کنیم.

$$n_{0.05} = \frac{5 \times 20}{100} + \frac{1}{2} = 1.5$$

بنابراین صدک پنجم برابر است با بازده اول بعلاوه نصف اختلاف بازده دوم و اول.

$$q_r(0.05) = -10\% + 0.5(-8\% + 10\%) = -9\%$$

ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪ برای افق زمانی یک‌ماهه برابر است با:

$$VaR = -1000 \times -9\% = 90$$

شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ^۱

بوت‌استرپ روشی ساده ولی بسیار سودمند است که به بهبود روش شبیه‌سازی تاریخی کمک می‌کند. این روش از قابلیت درک بالایی برخوردار است و کاربرد آن آسان است. در روش ابتدایی بوت‌استرپ، با یک نمونه اصلی به اندازه n کارمان را آغاز می‌کنیم. سپس یک نمونه تصادفی با همان اندازه از این نمونه اصلی استخراج می‌کنیم و این کار را به تعداد بسیار زیاد مثلاً ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ بار تکرار می‌کنیم. استخراج این نمونه‌ها مستلزم داشتن یک مولد یکنواخت اعداد تصادفی^۲ برای انتخاب یک عدد تصادفی از ۱ تا n است. برای درک بهتر تصور کنید که اعداد ۱ تا n را روی توپ‌های کوچک و مشابهی نوشته و آن‌ها را داخل گردانه‌ای ریخته‌ایم. هر بار که گردانه را می‌چرخانیم توپی از آن خارج می‌شود. روی هر توپ عددی نوشته شده که نماینده یک عدد از نمونه اصلی است. بدین ترتیب در هر بار، عدد خاصی انتخاب می‌شود. البته، این نمونه‌برداری با جایگذاری است. وقتی انتخاب اعداد تصادفی را n بار تکرار کنیم، نمونه‌ای به اندازه نمونه اصلی خواهیم داشت. بدین ترتیب فرآیند نمونه‌برداری را آن قدر ادامه می‌دهیم که تعداد زیادی از این نمونه‌های هم‌اندازه ایجاد شود. با ایجاد هر نمونه جدید که به آن نمونه‌برداری مجدد^۳ می‌گویند، شاهد آن هستیم که برخی از اعداد بیش از یک بار انتخاب شده و برخی دیگر اصلاً انتخاب نشده‌اند. بنابراین نمونه‌های جدید نوعاً متفاوت از نمونه اصلی است. از نمونه‌های جدید، جهت برآورد پارامترهای موردنظر استفاده می‌شود. هر کدام از این نمونه‌ها، برآوردی جدید از پارامتر موردنظر در اختیارمان قرار می‌دهد. از آن جا که در محاسبه Var ما به دنبال صدک‌های توزیع بازده هستیم، هر نمونه جدید تخمین جدیدی از Var ارایه می‌نماید و ما می‌توانیم میانگین برآوردهای حاصل از نمونه‌های جدید را به‌عنوان بهترین برآورد از Var در نظر بگیریم. رویکرد مشابهی را می‌توان جهت برآورد ES مورد استفاده قرار داد. بدین ترتیب، بهترین برآورد ما از ES میانگین « ES »‌های حاصل از نمونه‌های جدید است. به‌عنوان مثال اگر ۱۰۰۰ نمونه جدید ایجاد کنیم، بهترین برآورد ما از Var و ES به ترتیب میانگین « Var »‌ها و « ES »‌های حاصل از این ۱۰۰۰ نمونه است. تخمین‌های بوت‌استرپ اغلب دقیق‌تر از تخمین‌های حاصل از نمونه اصلی است.

1. bootstrapped historical simulation
2. uniform random number generator
3. resampling

بوت‌استرپ کاربرد‌های دیگری هم دارد. این روش بدون در نظر گرفتن این که آیا فرمولی برای تابع توزیع وجود دارد یا نه، ما را قادر به محاسبه فاصله اطمینان پارامتر موردنظر می‌کند. مثلاً، اگر پارامتر موردنظر ما واریانس باشد، می‌توانیم واریانس هر کدام از نمونه‌های جدید را استخراج کرده و سپس بر اساس این واریانس‌ها، فاصله اطمینان را ایجاد نماییم. به‌عنوان مثال، اگر هزار نمونه جدید داشته باشیم، هزار برآورد از واریانس خواهیم داشت. برای محاسبه فاصله اطمینان در سطح اطمینان ۹۰٪، ابتدا برآوردهای حاصل از نمونه‌برداری مجدد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. سپس جایگاه مقادیری را تعیین می‌کنیم که ابتدا و انتهای فاصله بر روی آن‌ها قرار می‌گیرد. این جایگاه‌ها معادل صدک‌های ۵٪ و ۹۵٪ است که بر اساس رابطه (۷-۲) به راحتی قابل محاسبه است. به این ترتیب حد اطمینان پایینی و بالایی به دست می‌آید. بدیهی است که روش بوت‌استرپ نسبت به روش‌های سنتی جهت محاسبه فاصله اطمینان با مفروضات و محدودیت‌های کمتری مواجه است.

شبیه‌سازی تاریخی موزون^۱

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی، روش وزن‌دهی به مشاهدات گذشته است. در این روش به تمامی مشاهدات موجود در نمونه، وزن یکسانی تخصیص داده می‌شود. به عبارتی دیگر اهمیت تمامی مشاهدات گذشته در محاسبه ارزش در معرض ریسک برابر است. این ساختار وزن‌دهی آستن مشکلات متعددی است و به سختی قابلیت توجیه دارد.

رویکرد اختصاص اوزان مساوی باعث می‌شود که تخمین‌های ما از ریسک نسبت به رویدادهای مهم بازار غیردساز با شد. به‌عنوان مثال، ریزش بازار بر اثر یک شوک بزرگ تنها در سطوح اطمینان بسیار بالا بر ارزش در معرض ریسک تأثیر می‌گذارد و این در حالی است که مقادیر ارزش در معرض ریسک در سطوح اطمینان عادی گویای این امر نخواهد بود. این افزایش ریسک تنها در صورت ادامه ریزش بازار در دوره‌های بعدی بر مقدار ارزش در معرض ریسک اثر می‌گذارد. توجه کنید که افزایش ریسک دقیقاً پس از رخداد اولین شوک

1. weighted historical simulation (WHS)

در برآوردهای ES منعکس می‌گردد و این نشان می‌دهد که ES سنج‌های است که نسبت به VaR حاوی اطلاعات بیشتری است.

ساختار وزن‌دهی برابر هم‌چنین فرض را بر این می‌گیرد که هر کدام از مشاهدات موجود در نمونه، دقیقاً همانند هم بوده و در طی زمان مستقل از دیگر مشاهدات است. این فرض یکسانی و استقلال مشاهدات واقع‌گرایانه نیست، چرا که تلاطم‌ها در طی زمان تغییر می‌کنند و بسیار دیده شده که دوره‌های پرتلاطم و دوره‌های کم‌تلاطم با هم واقع می‌شوند و به اصطلاح تشکیل خوشه می‌دهند.

در روش شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی، هر کدام از مشاهدات وزنی دارد و ناگهان این وزن با خارج شدن از پنجره نمونه‌برداری، صفر می‌شود. چرا یک مشاهده قدیمی که در انتهای پنجره غلتان قرار دارد، دارای وزنی معادل جدیدترین مشاهده است و چرا با گذشت تنها یک دوره (مثلاً، یک روز) همین مشاهده قدیمی هیچ ارزشی در محاسبات نخواهد داشت و ناگهان وزن آن صفر می‌شود؟ بدیهی است که حتی قدیمی‌ترین مشاهدات هم حاوی اطلاعات است و اختصاص وزن صفر به آن‌ها منطقی به نظر نمی‌رسد.

برای تعدیل داده‌ها و کاهش مشکلات مربوط به روش شبیه‌سازی مقدماتی، روش‌های مختلفی وجود دارد. این روش‌ها عبارتند از شبیه‌سازی تاریخی موزون‌شده با زمان، شبیه‌سازی تاریخی موزون‌شده با تلاطم، شبیه‌سازی تاریخی موزون‌شده با همبستگی، شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده. سه روش اخیر در حیطه رویکردهای نیمه‌پارامتریک قرار می‌گیرد که در فصل بعدی به آن‌ها خواهیم پرداخت.

شبیه‌سازی تاریخی موزون‌شده با زمان^۱

این روش توسط بودوخ، ریچاردسون و وایت‌لو ارایه شد^۲ و شامل وزن‌دهی مشاهدات بر اساس اهمیت نسبی آن‌ها با توجه به پارامتر زمان است. این روش به ما امکان می‌دهد که به‌جای رفتار مشابه با تمامی مشاهدات، به مشاهدات جدیدتر، وزن بیشتری بدهیم. روش‌های مختلفی برای وزن‌دهی وجود دارد، اما رایج‌ترین آن‌ها اختصاص اوزان نمایی به مشاهدات است. اگر وزن « S » امین بازده تاریخی را با w_s و تعداد مشاهدات تاریخی را با k نشان دهیم، از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

1. age-weighted historical simulation
2. Boudoukh, Richardson and Whitelaw (1998).



$$w_s = (1 - \lambda)\lambda^{t-s-1} \quad s = t - k, \dots, t - 1 \quad (5-7)$$

که λ بین صفر و یک بوده و منعکس کننده نرخ فروپاشی نمایی^۱ یا ضریب هموارسازی مربوط به وزن یک مشاهده با توجه به مسن شدن آن است. اگر لاندا نزدیک به یک باشد، نمایانگر نرخ فروپاشی آهسته است و اگر با یک فاصله زیادی داشته باشد، نمایانگر نرخ فروپاشی سریع است. بنابراین، لاندا بزرگتر به مشاهدات اخیر نسبت به مشاهدات قدیمی وزن بیشتری اختصاص می‌دهد. اگر بخواهیم دقیق‌تر رفتار کنیم باید سمت راست رابطه (۵-۷) را بر $1 - \lambda^k$ تقسیم کنیم. یعنی:

$$w_s = \frac{(1 - \lambda)\lambda^{t-s-1}}{1 - \lambda^k} \quad s = t - k, \dots, t - 1 \quad (6-7)$$

اما، از آنجاکه با بزرگ شدن k ، مخرج کسر به یک نزدیک می‌شود، خصوصاً برای « k »های بزرگ نیازی به استفاده از این رابطه نیست و همان رابطه (۵-۷) کفایت می‌کند. مثلاً، اگر ۱۰۰ بازده تاریخی در اختیار داشته باشیم، وزن جدیدترین بازده یعنی صدمین بازده برابر است با:

$$w_{100} = (1 - \lambda)\lambda^{101-100-1} = (1 - \lambda)\lambda^0 \quad (7-7)$$

همچنین وزن قدیمی‌ترین بازده یعنی اولین بازده برابر است با:

$$w_1 = (1 - \lambda)\lambda^{101-1-1} = (1 - \lambda)\lambda^{99} \quad (8-7)$$

به همین ترتیب می‌توانیم وزن سایر داده‌های تاریخی را محاسبه کنیم. در واقع در روش شبیه سازی تاریخی موزون شده با زمان، تنها اوزان مساوی در شبیه سازی تاریخی مقدماتی یعنی $1/k$ جایگزین اوزان زمانی آنها می‌شود.

برای به دست آوردن ارزش در معرض ریسک ابتدا بازده‌های تاریخی را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و وزن هر داده را در مقابل آن قرار می‌دهیم. سپس بر اساس سطح اطمینان مورد نظر، صدک مربوطه را به دست می‌آوریم. مثلاً، برای به دست آوردن صدک پنجم، اوزان کوچکترین بازده‌ها را با هم جمع می‌کنیم. هر جا که این مجموع برابر ۵٪ شود،

1. exponential rate of decay

بازده متناظر، همان صدک ۵٪ خواهد بود. اگر مجموع اوزان محاسبه شده مابین دو بازده قرار گیرد، می‌توانیم با برقراری یک تناسب ساده بین اوزان و بازده‌ها، صدک موردنظر را محاسبه کنیم. با داشتن صدک بازده در سطح اطمینان موردنظر، جهت محاسبه Var از رابطه (۳-۷) استفاده می‌کنیم.

رویکرد شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان دارای چهار ویژگی جذاب است:

- این روش تعمیم جالبی از روش شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی است.
- این قابلیت وجود دارد که با انتخاب مناسب λ ، ارزش در معرض ریسک را نسبت به مشاهدات اخیر حساس‌تر کرد. این انتخاب هم‌چنین در شناسایی و اندازه‌زبان‌های بزرگ خوشه‌ای نیز مؤثر است.
- این روش در جهت کاهش انحرافات ناشی از حوادثی که غیرمحتمل است، کمک فراوانی می‌کند. با قدیمی شدن یک مشاهده، وزن و اثر آن به تدریج در طی زمان افت می‌کند. علاوه بر این وقتی یک مشاهده از پنجره غلتان بیرون می‌افتد، وزن آن به جای این که از $1/k$ به صفر تقلیل یابد، از $\lambda(1-\lambda)^{k-1}$ به صفر کاهش می‌یابد. از آنجا که $\lambda(1-\lambda)^{k-1}$ به ازای هر عدد منطقی برای λ کمتر از $1/k$ است، شوک حاصله کمتر از آن چیزی خواهد بود که در روش مقدماتی منظور می‌گردد. در واقع می‌توان گفت که روش شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان در مقایسه با شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی، کاهنده اثرات شبح است.
- نهایتاً این که می‌توان وزن‌دهی را در جهت بهبود تخمین‌ها اصلاح کرد. از آنجا که این روش اثر حوادث افراطی گذشته را با گذشت زمان کاهش می‌دهد، افزایش اندازه نمونه را در طی زمان ممکن می‌سازد. با استفاده از این روش می‌توان با هر داده جدید، نمونه را بزرگ‌تر کرده و بنابراین به‌طور بالقوه این امکان فراهم می‌آید که هیچ مشاهده با ارزشی از دست نرود.

به‌رحال با ثابت در نظرگرفتن سایر شرایط، اوزان زمانی، اندازه مؤثر نمونه را کاهش می‌دهد. با کاهش مقدار لاندا اندازه مؤثر نمونه با شدت بیشتری کاهش می‌یابد. در چنین حالتی توالی سودها و زیان‌های بزرگ می‌تواند به ایجاد انحرافات بزرگی در برآوردها منجر

شود. به علاوه پریترسکر بر اساس مطالعه‌ای نشان داد که در این روش هنوز هم برآوردهای ارزش در معرض ریسک به اندازه کافی نسبت به تغییرات زیربنایی در ریسک حساس نیست.^۱

شبیه‌سازی تاریخی با استفاده از تخمین چگالی ناپارامتریک^۲

برای بهبود بالقوه روش شبیه‌سازی تاریخی، گاهی اوقات استفاده از تخمین چگالی ناپارامتریک پیشنهاد می‌شود. برای درک فلسفه این روش باید بدانیم که روش‌های شبیه‌سازی تاریخی که تا کنون تشریح شد، بهترین استفاده را از داده‌های موجود به عمل نمی‌آورد. این روش‌ها فرصت تخمین ارزش در معرض ریسک را تنها در سطوح اطمینان گسسته فراهم می‌آورد. این سطوح اطمینان توسط اندازه مجموعه داده‌ها تعیین می‌شود. البته، این مسأله به ظاهر با استفاده از یک تناسب ساده بین دو عدد مرتفع می‌شود، اما در این میان فرض مهمی وجود دارد. مطابق این فرض، توزیع متغیر تصادفی بین این دو عدد، یکنواخت است. بدیهی است که نقض این فرض باعث ایجاد ارباب در برآوردها می‌شود. تخمین چگالی ناپارامتریک راه حل بالقوه‌ای را برای این مسائل ارائه می‌دهد. ایده اصلی تخمین چگالی ناپارامتریک این است که با داده‌ها به گونه‌ای رفتار کنیم که گویا از یک تابع آماری ناشناخته یا نامعین حاصل شده‌اند. این رویکرد امکان محاسبه ارزش در معرض ریسک را در هر سطح اطمینانی فراهم می‌آورد و بدین ترتیب از محدودیت‌های ناشی از اندازه مجموعه داده‌ها اجتناب می‌گردد. در واقع، این روش ما را قادر می‌سازد که خطوطی را از میان و یا کناره‌های بخش‌های یک هیستوگرام رسم کنیم و بنابراین می‌توانیم جایگزینی این توزیع به جای توزیع تجربی، محاسبه ارزش در معرض ریسک در هر سطح اطمینانی ممکن می‌شود.

برای نشان دادن تفاوت بین تخمین چگالی پارامتریک و ناپارامتریک، تصور کنید می‌خواهیم تابع چگالی یعنی $f(x)$ را برای متغیر تصادفی پیوسته X در یک نقطه خاص مثل x برآورد کنیم. فرض کنید توالی X یعنی x_i به طور یکسان و مستقل از هم توزیع شده باشد. اگر تابع چگالی $f(x)$ از خانواده توابع آماری شناخته شده پارامتریک (مثلاً نرمال)

1. Pritsker (2001).
2. nonparametric density estimation

باشد، برآورد چگالی احتمال تنها به برآورد تعداد انگشت‌شماری پارامتر محدود می‌شود که بر یک چگالی خاص در خانواده پارامتریک دلالت دارد. اگر فرض کنیم که این متغیر تصادفی از هیچ کدام از توزیع‌های پارامتریک تبعیت نمی‌کند، برآورد چگالی $f(x)$ در تمامی نقاط مربوط به متغیر تصادفی، شامل برآورد تعداد نامحدودی پارامتر می‌باشد. در دانش آمار این مسأله به برآورد ناپارامتریک^۱ معروف است.

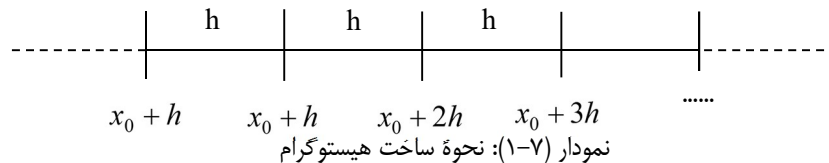
هیستوگرام، برآورکننده ساده و برآورکننده کرنل متداول‌ترین روش‌های تخمین چگالی ناپارامتریک است. در ادامه، به تشریح هر کدام از این روش‌ها می‌پردازیم.

هیستوگرام^۲

هیستوگرام ساده‌ترین و در عین حال متداول‌ترین برآورکننده چگالی ناپارامتریک است. اگر داده آغازین را با x_0 عرض طبقه^۳ را با h و تعداد مشاهدات را با n نمایش دهیم، هیستوگرام را می‌توان به صورت فواصل زیر تعریف کرد:

$$Interval_m = [x_0 + mh, x_0 + (m + 1)h) \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (9-7)$$

که m یک عدد صحیح است و $Interval_m$ نمایان‌گر « m » امین فاصله است. در این‌جا به صورت اختیاری این فاصله را از سمت چپ، بسته و از سمت راست، باز در نظر گرفته‌ایم. برای ساخت یک هیستوگرام، باید نقطه آغازین و نیز عرض طبقه را انتخاب کنیم. نمودار صفحه بعد نحوه ساخت هیستوگرام را به نمایش می‌گذارد.



تابع چگالی احتمال تخمینی هیستوگرام به صورت زیر تعریف می‌شود:

1. nonparametric estimation
2. histogram
3. bin width

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I[x_0 + mh, x_0 + (m+1)h) \quad (10-7)$$

که $\hat{f}(x)$ برآوردی از تابع چگالی ناشناخته یعنی $f(x)$ است. I تابع معرف است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$I = \begin{cases} 1 & \text{if } (x_0 + mh \leq x_i < x_0 + (m+1)h) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11-7)$$

اگر مشاهده موردنظر در محدوده « m » امین فاصله قرار گیرد، تابع معرف مقدار یک و در غیراین صورت، صفر می گیرد. بدیهی است که انتخاب نقطه آغازین و خصوصاً عرض طبقه بر نتایج تأثیر می گذارد.

اکنون می توان صدک آلفای توزیع احتمال تخمینی را از طریق رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\hat{F}_x^{-1}(\alpha) = q_x(\alpha) \quad (12-7)$$

$$\left[(A \times n/100) - \sum_{i=1}^n I(-\infty, x_0 + (m-1)h) \right]$$

$\hat{F}_x^{-1}(\alpha)$ معکوس تابع توزیع تجمعی x در سطح احتمال α است که معادل صدک آلفای متغیر x یعنی $q_x(\alpha)$ است. L_q کران پایین طبقه صدک دار، $A=100\alpha$ و جمله دوم صورت، فراوانی تجمعی طبقه ماقبل و عبارت مخرج نیز گویای فراوانی مطلق طبقه صدک دار است. طبقه صدک دار، اولین طبقه ای است که درصد فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی α است.

محاسبه ارزش در معرض ریسک

برای محاسبه Var ابتدا باید بازده بحرانی را از طریق صدک آلفای هیستوگرام به دست آورد. حاصل ضرب این صدک در قیمت جاری دارایی، ارزش در معرض ریسک است. در این جا برای درک چگونگی محاسبه ارزش در معرض ریسک مثالی ارایه می‌کنیم.

مثال (۲-۷): محاسبه Var بر اساس هیستوگرام

داده‌های این مثال همانند مثال (۱-۷) است. برای ساخت هیستوگرام بازده‌های سبد فرضی جدول (۲-۷)، نقطه آغازین را ۱۰٪- و عرض طبقه را ۵٪ انتخاب می‌کنیم. جدول زیر بازده‌های طبقه‌بندی شده را به نمایش می‌گذارد.

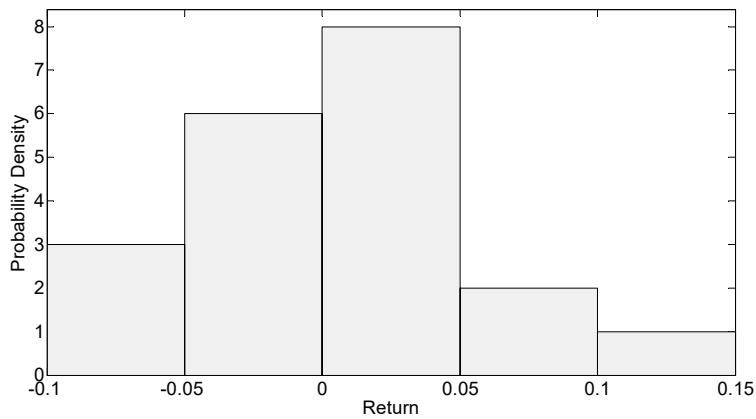
طبقات (%)	فراوانی مطلق	فراوانی تجمعی	درصد فراوانی تجمعی	چگالی احتمال
(۵) - (۱۰)	۳	۳	۱۵	۳
۰ - (۵)	۶	۹	۴۵	۶
۰ - ۵	۸	۱۷	۸۵	۸
۵ - ۱۰	۲	۱۹	۹۵	۲
۱۰ - ۱۵	۱	۲۰	۱۰۰	۱
جمع	۲۰	۶۸	۳۴۰	۲۰

جدول (۲-۷): جدول فراوانی بازده ماهانه یک سبد فرضی

ستون آخر این جدول شامل چگالی احتمال تخمینی است. به عنوان مثال اولین عدد این ستون به ترتیب زیر حاصل شده است:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{20 \times 0.05} \times 3 = 3$$

چگالی احتمال تخمینی هر طبقه تابعی از فراوانی مطلق آن است. توجه داشته باشید که در جدول (۲-۷) به طور اتفاقی مقادیر ستون دوم و پنجم مشابه هم است. هیستوگرام این داده‌ها به صورت زیر است.



نمودار (۷-۲): هیستوگرام بازده ماهانه یک سید فرضی

برای محاسبه VaR ابتدا صدک آلفای بازده را محاسبه می‌کنیم:

$$q_r(\%1) = -0.1 + \left(\frac{(1 \times 20/100) - 0}{3} \right) \times 0.05 = -0.097$$

$$q_r(\%5) = -0.1 + \left(\frac{(5 \times 20/100) - 0}{3} \right) \times 0.05 = -0.083$$

در نهایت ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد برابر است با:

$$1 - \alpha = \%99 \rightarrow VaR = -1000 \times -0.097 = 97$$

$$1 - \alpha = \%95 \rightarrow VaR = -1000 \times -0.083 = 83$$

برآوردکننده ساده^۱

خوشبختانه برای تخمین چگالی ناپارامتریک روش‌های مختلفی وجود دارد. در روش

برآوردکننده ساده از رابطه زیر استفاده می‌شود:

1. naive estimator

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x-h \leq x_i < x+h) \quad (۱۳-۷)$$

در این جا به h ، عرض بند^۱ می‌گویند. روش برآوردکننده ساده هیستوگرامی می‌سازد که در آن فرض می‌شود، هر مشاهده در مرکز فاصله نمونه‌برداری قرار دارد. به این ترتیب نیاز به تعیین نقطه آغازین مرتفع می‌شود. به‌رحال هنوز مسأله انتخاب عرض بند لاینحل باقی می‌ماند. این انتخاب می‌تواند در هموارسازی نتایج تفاوت‌های بزرگی ایجاد کند. در فصل بعدی به‌هنگام تشریح برآوردکننده کرنل نرمال^۲، به نحوه بهینه‌سازی عرض بند می‌پردازیم. تشریح برآوردکننده ساده بر اساس توابع وزنی کار مفیدی است. اگر تابع وزن را به‌صورت زیر تعریف کنیم:

$$w(u) = \begin{cases} 1/2 & \text{if } |u| < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۱۴-۷)$$

می‌توان برآوردکننده ساده را با رابطه زیر بیان کرد:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h} w\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (۱۵-۷)$$

این برآوردکننده دارای ایرادهای متعددی است، از جمله این که به تمامی نقاط در فاصله $(x-h, x+h)$ وزن یکسانی می‌دهد. تابع توزیع تجمعی برآوردکننده ساده مستقیماً از تابع چگالی آن حاصل می‌شود. به خاطر داریم که در توزیع‌های پارامتریک، احتمال تجمعی یک فاصله معین از طریق محاسبه سطح زیر منحنی چگالی احتمال محصور در آن فاصله به دست می‌آید. این سطح محصور در واقع با انتگرال‌گیری از تابع چگالی احتمال به دست می‌آید.

$$F(x) = \int_a^x f(x) dx \quad (۱۶-۷)$$

که $F(x)$ تابع توزیع تجمعی و $f(x)$ تابع چگالی احتمال پارامتریک است.

-
1. bandwidth
 2. normal kernel estimator

در این جا نیز روش کار به همین منوال است. اما، چون انتگرال گیری از تابع چگالی احتمال برآوردکننده ساده به سادگی امکان پذیر نیست، از معادل گسسته رابطه فوق استفاده می کنیم. به این روش انتگرال گیری عددی گویند. با داشتن چگالی احتمال برآوردکننده ساده، به راحتی می توان تابع توزیع تجمعی را بر اساس رابطه زیر تقریب زد:

$$\hat{F}(x) = \sum_{i=1}^n \hat{f}(x_i) \Delta x_i \quad (17-7)$$

که $\hat{F}(x)$ تخمینی از تابع توزیع تجمعی ناشناخته جامعه یعنی $F(x)$ است. در صورتی که Δx_i به اندازه کافی کوچک باشد، این رابطه با تقریب خوبی، سطح زیر تابع چگالی احتمال را محاسبه می کند. برای راحتی معمولاً اندازه فواصل را یکسان در نظر می گیرند. بدین ترتیب رابطه (۱۷-۷) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

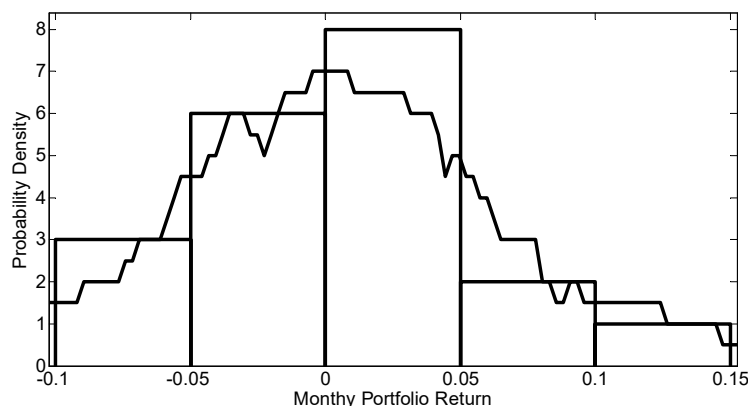
$$\hat{F}(x) = \Delta x \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (18-7)$$

بر اساس رابطه (۱۸-۷)، برای محاسبه احتمال تجمعی باید فاصله موردنظر را به فواصل کوچک و هم اندازه ای تقسیم کرد. حاصل ضرب هر فاصله در چگالی احتمال نقطه x_i ، تقریبی از مساحت سطح محصور در آن فاصله و منحنی چگالی احتمال است و مجموع مساحت مستطیل های حاصل، تقریبی از احتمال تجمعی در فاصله موردنظر است. می توان تابع وزن برآوردکننده ساده را با تابع کرنل جایگزین کرد. این جایگزینی منجر به تولد برآوردکننده دیگری به نام کرنل می شود. خانواده کرنل شامل برآوردکننده های متنوعی است که در بخش بعدی به معرفی برخی از مهم ترین آنها می پردازیم.

محاسبه ارزش در معرض ریسک

برای محاسبه Var کافی است که بازده بحرانی را از طریق صدک آلفای برآوردکننده ساده محاسبه نماییم. بهترین روش تشریح، ارایه یک مثال است.

مثال (۳-۷): محاسبه Var بر اساس برآوردکننده ساده در این مثال نیز از داده‌های مثال (۱-۷) استفاده می‌کنیم. در نمودار زیر چگالی احتمال حاصل از برآوردکننده ساده برای بازده‌های ماهانه سبد فرضی ارائه شده است.



نمودار (۳-۷): تابع چگالی احتمال برآوردکننده ساده برای بازده ماهانه سبد فرضی

در این نمودار، عرض بند را برابر 0.05 در نظر گرفته‌ایم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، برای مقایسه میزان برآورد چگالی احتمال تخمینی با داده‌های واقعی، هیستوگرام بازده ماهانه سبد دارایی نیز ترسیم شده است. جدول زیر شامل برخی اطلاعات مربوط به دنباله سمت چپ نمودار (۳-۷) است.

بازده (%)	فراوانی	چگالی احتمال	چگالی تجمعی	احتمال تجمعی (%)
-۱۵/۰	۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰۰
-۱۴/۵	۱	۰/۵	۰/۵	۰/۲۵
-۱۴/۰	۱	۰/۵	۱/۰	۰/۵۰
-۱۳/۵	۱	۰/۵	۱/۵	۰/۷۵
-۱۳/۰	۱	۰/۵	۲/۰	۱/۰۰
-۱۲/۵	۲	۱/۰	۳/۰	۱/۵۰
-۱۲/۰	۳	۱/۵	۴/۵	۲/۲۵
-۱۱/۵	۳	۱/۵	۶/۰	۳/۰۰
-۱۱/۰	۳	۱/۵	۷/۵	۳/۷۵
-۱۰/۵	۳	۱/۵	۹/۰	۴/۵۰
-۱۰/۰	۳	۱/۵	۱۰/۵	۵/۲۵

جدول (۳-۷): مشخصات دنباله سمت چپ نمودار (۳-۷) برای بازده‌هایی به فاصله 0.05

در این جدول، چگالی احتمال و احتمال تجمعی تخمینی برای مقادیری به فاصله ۰/۰۰۵ محاسبه شده است. توجه داشته باشید که عرض بند (h) برابر ۰/۰۵ و فاصله بازدهها (Δr) برابر ۰/۰۰۵ است. ستون دوم شامل فراوانی بازدههای مشاهده شده در بازه $(x - h, x + h)$ است. ستون سوم شامل چگالی احتمال تخمینی است که بر اساس رابطه (۷-۱۳) به دست آمده است. به عنوان مثال، چگالی احتمال بازده ۱۲/۵٪ برابر است با:

$$\hat{f}(-12.5\%) = \frac{1}{3} \times 3 = 1.5$$

ستون پنجم، احتمال تجمعی تخمینی است که در واقع حاصل ضرب ستون چهارم در فاصله ثابت ۰/۰۰۵ است. این ستون بر اساس رابطه (۷-۱۸) به دست آمده است. به عنوان مثال احتمال تجمعی بازده ۱۴٪ برابر است با:

$$\hat{F}(-14\%) = 0.005 \times (0 + 0.5 + 0.5) = 0.005 \times 1 = 0.5\%$$

برای محاسبه VaR باید صدک آلفای بازده را محاسبه کنیم. این صدک معادل معکوس تابع توزیع تجمعی تخمینی در سطح احتمال آفاست. بر اساس جدول (۷-۳) صدک بازده برای احتمال ۱٪ برابر است با:

$$q_r(0.01) = \hat{F}^{-1}(0.01) = -0.13$$

مطابق جدول (۷-۳)، احتمال ۵٪ بین دو احتمال ۴/۵٪ و ۵/۲۵٪ قرار می‌گیرد. با یک تناسب ساده میان این احتمالات و بازدههای متناظر یعنی ۱۰/۵٪ و ۱۰٪ خواهیم داشت:

$$q_r(0.05) = \hat{F}_r^{-1}(0.05) = -0.10167$$

اگر قیمت جاری سبد دارایی ۱،۰۰۰ تومان باشد، VaR در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ برابر است با:

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow VaR = -1000 \times -0.13 = 130$$

$$1 - \alpha = 95\% \rightarrow VaR = -1000 \times -0.10167 = 101.67$$

برآوردکننده کرنل^۱

برآوردکننده کرنل روشی برای تخمین چگالی ناپارامتریک و توانمندتر از هیستوگرام و برآوردکننده ساده است. این روش تعمیمی از برآوردکننده ساده است و تابع کرنل را جایگزین تابع وزن‌دهی می‌کند. در واقع این برآوردکننده به نقاطی که به x نزدیک‌تر است، وزن بیشتری و به نقاطی که از آن دورتر است، وزن کمتری اختصاص می‌دهد. برآوردکننده کرنل با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (19-7)$$

تابع کرنل $K(u)$ تابعی می‌باشد و ممکن است یک تابع چگالی احتمال و یا یک تابع گسسته یا چندبخشی مثل رابطه (۷-۱۴) باشد. برآوردکننده ساده در واقع یک برآوردکننده کرنل با تابع کرنل زیر است:

$$K(u) = \frac{1}{2} I \quad (20-7)$$

و I نیز مثل گذشته تابع معرف است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I = \begin{cases} 1 & \text{if } |u| < 1 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (21-7)$$

در تمامی توابع کرنل، تابع معرف به صورت رابطه (۷-۲۱) تعریف می‌شود. تابع کرنل یک تابع وزن می‌باشد که به نقاط مختلف اوزان مختلفی را اختصاص می‌دهد. همان‌گونه که گفتیم این تابع به نقاط نزدیک به x وزن بیشتری می‌دهد و این وزن با دور شدن از x کاهش می‌یابد. نزدیکی یا دوری از x توسط پارامتر عرض بند یعنی h مشخص می‌شود. اگر h بزرگ باشد، محدوده بزرگی به عنوان همسایه x در نظر گرفته می‌شود و متعاقباً چگالی تخمینی بسیار هموار خواهد شد. اگر h کوچک باشد، تنها محدوده

1. kernel estimator

کوچکی در اطراف x به عنوان همسایه آن شناسایی می شود و در نتیجه چگالی تخمینی بسیار متغیر خواهد شد.

تابع کرنل دارای ویژگی هایی به شرح زیر است:

- $K(u)$ پیوسته است.
- $K(u)$ در اطراف صفر متقارن است، یعنی:

$$\int uK(u) du = 0 \quad K(u) = K(-u) \quad (22-7)$$

- انتگرال $K(u)$ به ازای تمامی مقادیر u از منفی تا مثبت بینهایت برابر یک است.

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(u) du = 1 \quad (23-7)$$

- اگر $K(u)$ را یک تابع چگالی در نظر بگیریم، امید ریاضی u^2 مثبت و محدود است.

$$0 < \int u^2 K(u) du < \infty \quad (24-7)$$

برخی از معروفترین و متداولترین توابع کرنل عبارتند از:

- مثلث^۱

$$K(u) = (1 - |u|)I \quad (25-7)$$

- اپانچنیکوف^۲

$$K(u) = \frac{3}{4}(1 - u^2)I \quad (26-7)$$

1. triangle
2. Epanechnikov

- کوآرتیک^۱ (درجهٔ چهار)

$$K(u) = \frac{15}{\sqrt{\pi}} (1-u^2)^2 I^{(27-7)}$$

- نرمال

$$K(u) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) I^{(28-7)}$$

همان‌طور که گفتیم، گاهی اوقات برآوردکنندهٔ ساده را هم جزء خانوادهٔ کرنل طبقه‌بندی می‌کنند و به تابع وزن‌دهی آن، جعبه^۲ می‌گویند.

شاید معروف‌ترین تابع کرنل، نرمال باشد که چیزی غیر از چگالی احتمال نرمال نیست. تابع کرنل نرمال در حیطةٔ آمار نیمه‌پارامتریک قرار دارد که در فصل بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تابع کرنل از بسیاری جهات شبیه یک تابع چگالی است. تنها تفاوت این دو در ویژگی تقارن است. تابع کرنل معمولاً متقارن است درحالی که تابع چگالی می‌تواند متقارن یا نامتقارن باشد.

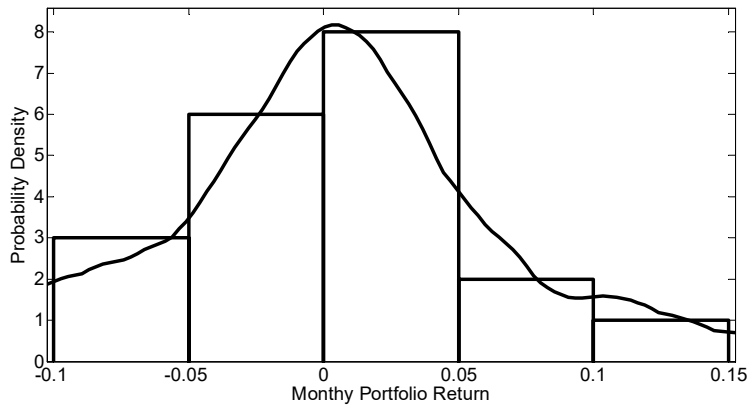
محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک

مطابق معمول برای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک باید بازدهٔ بحرانی را از طریق صدک آلفای برآوردکنندهٔ کرنل محاسبه نماییم.

مثال (۴-۷): محاسبهٔ *VAR* با اساس برآوردکنندهٔ کرنل

به منظور افزایش قابلیت مقایسهٔ نتایج، باز هم از داده‌های مثال (۱-۷) استفاده می‌کنیم. از میان توابع کرنل، تابع اپانچنیکوف را برای این مثال انتخاب کرده‌ایم. نمودار زیر چگالی برآوردکنندهٔ ساده با تابع اپانچنیکوف را برای داده‌های جدول (۱-۷) به تصویر می‌کشد.

-
1. quartic
 2. box



نمودار (۷-۴): تابع چگالی احتمال برآوردکننده کرنل (اپانچنیکوف) برای بازده ماهانه سبد فرضی

در این مثال نیز عرض بند را 0.05 در نظر گرفته‌ایم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید چگالی احتمال حاصل از تابع اپانچنیکوف بسیار هموارتر از چگالی احتمال برآوردکننده ساده است.

جدول زیر حاوی برخی اطلاعات مربوط به دنباله سمت چپ نمودار چگالی فوق است.

بازده (%)	فراوانی	چگالی احتمال	چگالی تجمعی	احتمال تجمعی (%)
-۱۵	۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
-۱۴/۵	۱	۰/۱۴۳	۰/۱۴۳	۰/۰۷۱
-۱۴/۰	۱	۰/۲۷۰	۰/۴۱۳	۰/۲۰۶
-۱۳/۵	۱	۰/۳۸۳	۰/۷۹۵	۰/۳۹۸
-۱۳/۰	۱	۰/۴۸۰	۱/۲۷۵	۰/۶۳۸
-۱۲/۵	۲	۰/۷۰۵	۱/۹۸۰	۰/۹۹۰
-۱۲/۰	۳	۱/۰۴۳	۳/۰۲۳	۱/۵۱۱
-۱۱/۵	۳	۱/۳۳۵	۴/۳۵۸	۲/۱۷۹
-۱۱/۰	۳	۱/۵۸۲	۵/۹۴۰	۲/۹۷۰
-۱۰/۵	۳	۱/۷۸۵	۷/۷۲۵	۳/۸۶۳
-۱۰/۰	۳	۱/۹۴۲	۹/۶۶۸	۴/۸۳۴
-۹/۵۰	۳	۲/۰۵۵	۱۱/۷۲۳	۵/۸۶۱

جدول (۷-۴): مشخصات دنباله سمت چپ نمودار (۷-۴) برای بازدهایی به فاصله 0.05

در این‌جا، چگالی احتمال تخمینی بر اساس رابطه (۷-۱۹) با تابع کرنل اپانچنیکوف (رابطه (۷-۲۶)) به‌دست آمده است. به‌عنوان مثال، چگالی بازده 12.5% برابر است با:

$$\hat{f}(-12.5\%) = \frac{1}{20 \times 0.05} \times \frac{3}{2} \left[\left(1 - \left(\frac{-0.0125 + 0.1}{0.05} \right)^2 \right) + \left(1 - \left(\frac{-0.0125 + 0.08}{0.05} \right)^2 \right) \right]$$

ستون آخر شامل احتمال تجمعی تخمینی است. مقادیر این ستون بر اساس رابطه (۷-۱۸) به‌دست آمده است. چگالی احتمال برای بازده‌هایی به فاصله 0.05 محاسبه شده است. این فاصله برای به‌دست آوردن مقدار تقریبی سطح زیر منحنی در نمودار (۷-۴) اندکی بزرگ است. به همین دلیل مقادیر ستون آخر، تقریب‌های چندان دقیقی از احتمال تجمعی نیست و این در حالی است که در مثال (۷-۳) این فاصله برای محاسبه نسبتاً دقیق احتمال تجمعی کفایت می‌کند. علت این امر به شکل چگالی احتمال مربوط می‌شود. در نمودار (۷-۳) مستطیل‌هایی به عرض 0.05 سطح زیر منحنی را با تقریب خوبی محاسبه می‌کند، اما در نمودار (۷-۴)، چنین مستطیل‌هایی تقریب خوبی از سطح زیر منحنی فراهم نمی‌آورد. اگر عرض مستطیل‌ها کاهش یابد، به‌طور بالقوه امکان بهبود تقریب‌ها فراهم می‌آید.

برای محاسبه Var باید صدک آلفای بازده را محاسبه کنیم. این صدک معادل معکوس تابع توزیع تجمعی تخمینی در سطح احتمال آلفاست. بر اساس جدول (۷-۴) صدک بازده برای احتمال ۱ درصد، بین بازده‌های 12.5% و 12% و برای احتمال ۵ درصد، بین بازده‌های 10% و 9.5% قرار می‌گیرد. با یک تناسب ساده صدک اول و پنجم برابر است با:

$$q_r(0.01) = F^{-1}(0.01) = -0.1240$$

اگر قیمت جاری سبد دارایی $1,000$ تومان باشد، Var در سطوح اطمینان 95% و 99% برابر است با:

$$1 - \alpha = \%99 \rightarrow VaR = -1000 \times -0.1249 = 124$$

همان طور که گفتیم با کاهش عرض مستطیل‌ها، تقریب احتمال تجمعی و به دنبال آن صدک آلفا به طور بالقوه بهبود می‌یابد. در این مثال اگر عرض مستطیل‌ها (فواصل) را 0.0001 در نظر بگیریم، صدک اول و پنجم به ترتیب برابر $12/27\%$ و $9/68\%$ می‌شود. VaR بر اساس این صدک‌ها برابر است با:

$$1 - \alpha = \%99 \rightarrow VaR = -1000 \times -0.1227 = 122.7$$

اختلاف بین برآوردهای VaR پس از بهبود تقریب‌ها، ناچیز به نظر می‌رسد، اما افزایش قیمت سبد دارایی، همین اختلاف ناچیز قابل ملاحظه خواهد شد.

مزایا و معایب رویکردهای ناپارامتریک

هیچ رویکردی همیشه بهترین نیست. برای درک شایسته رویکردهای ناپارامتریک باید از نقاط ضعف و قوت آن‌ها باخبر باشیم تا بهترین استفاده را از آن‌ها به عمل بیاوریم. برخی از مزایای رویکردهای ناپارامتریک عبارتند از:

- این رویکردها از قابلیت درک بالایی برخوردار است و به لحاظ مفهومی ساده می‌باشد.
- چون فاقد مفروضات پارامتریک در مورد توزیع بازده دارایی‌هاست، می‌تواند دنباله‌های ضخیم، چولگی و دیگر ویژگی‌های غیرنرمال را در خود جای دهد و این درحالی است که این ویژگی‌ها غالباً مشکلاتی را در رویکردهای پارامتریک ایجاد می‌کند.
- به لحاظ نظری، رویکردهای ناپارامتریک را می‌توان برای انواع موقعیت‌ها (مانند اوراق مشتقه) به کار برد.
- اغلب از داده‌هایی استفاده می‌کند که به سادگی در دسترس قرار دارد.
- با وجود این که شواهد رسمی در این زمینه نتایج مبهمی را ارائه داده‌اند، فعالان ریسک معتقدند که این رویکردها غالباً به لحاظ تجربی عملکرد کاملاً خوبی دارد.

- در مقایسه با دیگر رویکردها، آن‌ها را می‌توان به‌سادگی در یک برنامه صفحه گسترده اجرا کرد.
- رویکردهای پارامتریک اغلب هنگام کارکردن با مسائلی با ابعاد بزرگ، متحمل مشکلات عملیاتی می‌شود. رویکردهای ناپارامتریک فاقد این دسته از مشکلات است، چراکه نیازی به ماتریس واریانس-کوواریانس ندارد و به این ترتیب مسائل ناشی از افزایش بعد ایجاد نمی‌شود.
- گزارش‌دهی نتایج حاصل از این رویکردها به مدیریت ارشد و دیگر علاقه‌مندان خارجی مانند مقام ناظر و مؤسسات رتبه‌بندی آسان است.
- ایجاد فواصل اطمینان برای ارزش در معرض ریسک و ریزش موردانتظار ناپارامتریک آسان است.
- رویکردهای ناپارامتریک به‌طرز قابل ملاحظه‌ای تعدیلات و اصلاحات بالقوه را می‌پذیرد. در برخی از تعدیلات، این رویکردها را با رویکردهای پارامتریک ترکیب می‌کنند که به شکل‌گیری رویکردهای نیمه پارامتریک می‌انجامد. به‌عنوان مثال از ترکیب بوت‌استرپ با رویکردهای پارامتریک، شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده ایجاد می‌شود. وزن‌دهی داده‌های شبیه‌سازی تاریخی بر اساس تلاطم و همبستگی نیز جزء رویکردهای نیمه پارامتریک تلقی می‌شود. در فصل بعد به بررسی این رویکردها خواهیم پرداخت.

شاید بزرگترین نقطه ضعف رویکردهای ناپارامتریک این باشد که نتایج آن‌ها بسیار وابسته به مجموعه داده‌های تاریخی است. این امر مسائل متعددی را به بار می‌آورد:

- اگر داده‌های مربوط به نمونه تاریخی از شرایط آرام بازار حاصل شده باشد، رویکردهای ناپارامتریک اغلب برآوردهایی از Var یا ES ارائه می‌دهد که ریسک پیش روی را بسیار دست پایین در نظر می‌گیرد. از طرفی دیگر، اگر نمونه تاریخی مربوط به دوره‌ای پرتلاطم باشد، تخمین‌های Var یا ES بسیار دست بالا خواهد بود.
- رویکردهای ناپارامتریک معمولاً در انعکاس تغییرات ایجادشده در شرایط بازار با مشکل مواجه است. مثلاً، اگر تغییری دائمی در ریسک نرخ ارز ایجاد گردد، مدتی

- طول می‌کشد تا شبیه‌سازی تاریخی، تخمین‌هایی متناسب با سطح جدید ریسک تولید نماید. همچنین این رویکردها معمولاً در بازتاب سریع اثر رخدادهای مهم عقیم است.
- اگر مجموعه داده‌های مورد استفاده حاوی شوک‌هایی باشد که انتظار تکرار آنها را در آینده نداریم، این داده‌ها تخمین‌های ناپارامتریک را متأثر می‌سازد.
 - بیشتر رویکردهای ناپارامتریک، تحت تأثیر پدیده اثرات شبح یا اثرات سایه^۱ است. بدین معنی که اثر رخدادهای مهم تا خروج آنها از نمونه، برآوردها را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
 - برخی از رویدادها محتمل است ولی هنوز رخ نداده است. به‌طور کلی برآوردهای ناپارامتریک از ES یا Var چنین حوادثی را در نظر نمی‌گیرد.
 - تخمین‌های ناپارامتریک از ES یا Var توسط بزرگترین زیان یا کوچکترین بازده موجود در مجموعه داده‌ها محدود می‌گردد. در نسخه‌های ساده‌تر شبیه‌سازی تاریخی نمی‌توان از بزرگترین زیان تاریخی به زیان بزرگ دیگری رسید. نسخه‌های پیچیده‌تر رویکردهای ناپارامتریک تا حدودی این محدودیت را کم‌اثر می‌سازد، ولی با این وجود هنوز هم تخمین‌های ناپارامتریک به‌نحوی در بند بزرگ‌ترین زیان است. این بدان معنی است که رویکردهای ناپارامتریک برای اداره رخدادهای فرین مناسب نیست، خصوصاً زمانی که نمونه‌هایی کوچک یا متوسط از داده‌های تاریخی در اختیار داشته باشیم.

به هر حال اغلب می‌توان برای این مسائل تدابیری اتخاذ کرد. مثلاً، می‌توان تلاطم‌ها، بحران‌های بازار، همبستگی و دیگر مسائل را تا حدی با تعدیلات نیمه‌پارامتریک برطرف کرد. اثرات شبح را نیز می‌توان با وزن‌دهی داده‌ها بر اساس زمان و رشد نمونه در طی زمان مرتفع ساخت.

علاوه بر مسائل یادشده، مسائلی هم در مورد طول دوره نمونه‌برداری وجود دارد. ما به یک دوره منطقی طولانی نیاز داریم تا با داشتن نمونه‌ای که به اندازه کافی بزرگ است، به تخمین‌هایی با دقت قابل قبول دست یابیم. به‌عنوان یک قاعده سرانگشتی باید بگوییم که بیشتر متخصصان، حداقل داده‌های روزانه دو سال را پیشنهاد می‌کنند. اگر برای هر سال ۲۵۰ روز معاملاتی در نظر بگیریم، این به معنی ۵۰۰ مشاهده روزانه است. از طرفی دیگر،

1. shadow effects

یک نمونه بسیار بزرگ می‌تواند مشکلات خودش را داشته باشد. هرچه اندازه نمونه بزرگ‌تر باشد، مشکلات زیر با شدت بیشتری نمایان می‌شود:

- مشکلات بیشتری در مورد داده‌های قدیمی ایجاد می‌گردد.
- نتایج توسط حوادثی که در گذشته رخ داده ولی تکرار آن‌ها نامحتمل است، تحت تأثیر قرار می‌گیرد و باید مدت بیشتری برای ناپدیدشدن اثرات شبح انتظار کشید.
- اطلاعاتی که در مشاهدات جاری بازار است، توسط دیگر مشاهدات کمرنگ‌تر می‌شود و بنابراین برآوردهای ریسک نسبت به شرایط جاری بازار حساسیت کمتری خواهد داشت.
- مسائل بالقوه بیشتری در مورد جمع‌آوری داده‌ها ایجاد می‌گردد. این مسأله خصوصاً در مورد ابزار مالی جدید نگران‌کننده است، چراکه داده‌های تاریخی گذشته‌های دور برای آن‌ها وجود ندارد و یا این داده‌ها نماینده خوبی برای آتیه آن‌ها نیست.

نتیجه‌گیری

استفاده از رویکردهای ناپارامتریک بسیار متداول است و از بسیاری جهات رویکردهای جذابی برای برآورد ریسک‌های مالی است. آن‌ها مشاهدات تاریخی را به‌طور منطقی پی‌گیری می‌کنند و نسبت به برخی رویکردهای پارامتریک که بر اساس مفروضات ساده‌ای مانند فرض نرمال بودن داده‌ها استوار است، رجحان دارند. هم‌چنین، می‌توان جهت حل برخی از نقاط ضعف رویکردهای مقدماتی ناپارامتریک، به‌طرز قابل‌ملاحظه‌ای آن‌ها را تعدیل کرد. به‌عنوان قاعده‌ای کلی می‌توان گفت اگر شرایط بازار به‌طور نسبی ثابت با شد، این رویکردها خوب کار می‌کنند. به هر حال این رویکردها محدودیت‌های مربوط به خود را دارند و تکمیل آن‌ها با دیگر رویکردها ایده خوبی به‌نظر می‌رسد.

منابع

1. Boudoukh, J., Richardson, M., Whitelaw, R. (1998), "The best of both worlds: A hybrid approach to calculating value at risk," *Risk*, pp. 64-67.
2. Bowman, A.W. (1984), "An alternative method of cross-validation for the smoothing of density estimates," *Biometrika*, Vol. 71, pp. 353-360.
3. Buja, A. and Tukey, P.A., eds. (1991), *Computing and Graphics in Statistics*, Springer-Verlag Inc., New York.
4. Hall, P., Sheather, S.J., Jones, M.C. and Marron, J.S. (1991), "On optimal data-based bandwidth selection in kernel density estimation", *Biometrika*, Vol. 78, pp. 263-270.
5. Jones, M.C., Marron, J.S., and Sheather, S.J. (1996), "A brief survey of bandwidth selection for density estimation," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 91, pp. 401-407.
6. Minnotte, M. C. and Scott, D. W. (1993), "The mode tree: A tool for visualization of nonparametric density features," *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 2, pp. 51-68.
7. Pritsker, M. (2001), *The hidden dangers of historical simulation*, Board of Governors of Federal Reserve System.
8. Rudemo, M. (1982), "Empirical Choice of histograms and kernel density estimators," *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 9, pp. 65-78.
9. Sain, S. R., Baggerly, K. A., and Scott, D. W. (1994), "cross-validation of multivariate densities," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, pp. 807-817.
10. Wand, M. P. and Jones, M.C. (1995), *Kernel Smoothing*, Chapman & Hall Ltd.



11. Yatchew, A. and Hurdle, W. (2006), "Nonparametric state price density estimation using constrained least squares and the bootstrap," *Journal of Econometrics*, Vol. 133, pp. 579-599.



فصل هشتم

رویکردهای نیمه پارامتریک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

در فصل‌های قبل به ترتیب رویکردهای پارامتریک و ناپارامتریک جهت تخمین VaR مورد بررسی قرار گرفت. برخی از رویکردها نیز در ادبیات ریسک مطرح است که نه کاملاً در حیطه آمار پارامتریک قرار می‌گیرد و نه می‌توان آن‌ها را جزء رویکردهای ناپارامتریک تلقی نمود. این رویکردها برخی از ویژگی‌های هر دو گروه را داراست. بنابراین آن‌ها را در این فصل تحت عنوان رویکردهای نیمه‌پارامتریک ارایه می‌کنیم.

رویکردها

در رویکردهای نیمه‌پارامتریک سعی بر این است تا برخی مشکلات موجود در راه محاسبه سنج‌های ریسک با ترکیب ویژگی‌های مربوط به هر دو رویکرد پارامتریک و ناپارامتریک کاهش یابد. برخی از معروف‌ترین رویکردهای نیمه‌پارامتریک عبارتند از:

- شبیه‌سازی تاریخی موزون
- شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده
- شبیه‌سازی تاریخی با استفاده از تخمین چگالی ناپارامتریک
- شبکه عصبی



اغلب این رویکردها شکل بهبودیافته رویکردهای پارامتریک یا ناپارامتریک است. به عنوان مثال، شبیه سازی تاریخی موزون تلاشی در جهت بهبود شبیه سازی تاریخی مقدماتی از طریق اختصاص وزن به داده ها است؛ شبیه سازی تاریخی فیلتر شده نیز از ترکیب روش ناپارامتریک بوت استرپ و یک رویکرد پارامتریک تلاطم تصادفی مانند *AGARCH* حاصل می شود.

در ادامه، به بررسی رویکردهای نیمه پارامتریک مدل سازی ریسک می پردازیم.

شبیه سازی تاریخی موزون

در فصل قبل شبیه سازی تاریخی موزون شده با زمان تشریح گردید. در این جا دو مدل شبیه سازی تاریخی موزون شده با تلاطم و شبیه سازی تاریخی موزون شده با همبستگی مورد بررسی قرار می گیرد.

شبیه سازی تاریخی موزون شده با تلاطم^۱

این امکان وجود دارد که داده ها را بر اساس تلاطم موزون کرد. ایده اولیه این روش توسط هال و وایت ارایه شد^۲ که بر اساس آن، بازده برای احتساب تغییرات نهایی در تلاطم به روز می شود. به عنوان مثال اگر تلاطم جاری در یک بازار ۱/۵ درصد در روز باشد و تلاطم های روزانه ماه گذشته تنها ۱ درصد باشد، داده های ماه گذشته ریسک فردا را دست پایین برآورد می کند. از طرفی دیگر، اگر تلاطم روزانه ماه گذشته ۲ درصد باشد، داده های ماه گذشته تغییرات مورد انتظار فردا را دست بالا برآورد می کند. به عبارتی دیگر، داده های تاریخی ریسک فردا را بیش از مقدار واقعی تخمین می زند. بنابراین می توان بازده تاریخی را به گونه ای تعدیل کرد که اعتقاد بازار را در مورد چگونگی تلاطم های آینده منعکس نماید.

تصور کنید که می خواهیم ارزش در معرض ریسک را در روز T پیش بینی کنیم. r_{it} را بازده تاریخی دارایی i در روز t تلقی کنید. σ_{it} را نیز پیش بینی تاریخی تلاطم دارایی i برای روز t بر اساس روش *GARCH* یا *EWMA* در نظر بگیرید. این پیش بینی در پایان روز

1. volatility-weighted historical simulation
2. Hull and White (1998).

$t-1$ حاصل شده است. اگر σ_{iT} آخرین پیش‌بینی از تلاطم دارایی i باشد، می‌توان به ترتیب زیر بازده‌های موجود در مجموعه داده‌ها (r_{it}) را با بازده‌های تعدیل‌شده با تلاطم جایگزین کرد:

$$r_{it}^* = \left(\frac{\sigma_{iT}}{\sigma_{i,t-1}} \right) r_{it} \quad (1-8)$$

بدین ترتیب، بازده واقعی دوره t با توجه به این که آیا پیش‌بینی‌های جاری از تلاطم بیشتر یا کمتر از تلاطم تخمینی برای دوره t است، افزایش یا کاهش می‌یابد. پس از جایگزینی بازده تعدیل‌شده با بازده واقعی، برای محاسبه VaR یا ES باید به شیوه شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی عمل کرد. این رویکرد نسبت به رویکردهای شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی و موزون شده با زمان دارای مزیت‌هایی به شرح زیر است:

- این روش، تغییرات تلاطم را به‌طریقی طبیعی و مستقیم به حساب می‌آورد در حالی که شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی و موزون شده با زمان، تغییرات تلاطم را نادیده می‌گیرند و رویکرد موزون شده با زمان، با تغییرات تلاطم به‌شیوه‌ای اختیاری و محدود برخورد می‌نماید.
- این روش، برآوردهایی از ریسک ارایه می‌دهد که به‌طرز مناسبی نسبت به تخمین‌های جاری تلاطم حساس است و ما را در جهت ترکیب اطلاعات حاصل از پیش‌بینی‌های $GARCH$ با برآوردهایی از VaR و ES که بر اساس شبیه‌سازی تاریخی است، توانمند می‌نماید.
- تخمین‌های VaR و ES با این روش ممکن است فراتر از حداکثر زیانی باشد که در مجموعه داده‌های تاریخی موجود است. بدین ترتیب که در دوره‌های پرتلاطم، بازده‌های تاریخی مقادیر بیشتری به خود می‌گیرند و در نتیجه سری سود و زیان شبیه‌سازی‌شده تاریخی در رویکرد حال-وایت مقادیری اختیار می‌کنند که فراتر از زیان‌های تاریخی واقعی است. در نتیجه این روش نسبت به شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی مزیت دارد، زیرا شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی مانع از این می‌شود که VaR یا ES از زیان‌های تاریخی موجود در مجموعه داده‌های تاریخی فراتر رود.

- شواهد تجربی کاربرد رویکرد هال-وایت حاکی از این است که این رویکرد نسبت به شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان تخمین‌های بهتری از Var ارائه می‌نماید.
- همچنین می‌توان رویکرد هال وایت را به طرق گوناگون بسط داد. به عنوان مثال اگر به دنبال افزایش حساسیت تخمین‌های ریسک نسبت به زیان‌های بزرگ هستیم، می‌توان آن را با رویکرد موزون شده با زمان ترکیب کرد. همچنین می‌توان این رویکرد را با روش بوتاسترپ جهت برآورد فواصل اطمینان برای ES و Var ترکیب نمود. نحوه ایجاد فواصل اطمینان برای برآوردهای ES و Var در فصل هفتم تشریح شد.

شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با همبستگی^۱

این امکان وجود دارد که بازده تاریخی را جهت احتساب تغییرات میان همبستگی‌های تاریخی و جاری تعدیل کرد. وزن‌دهی بر اساس همبستگی اندکی مشکل‌تر از وزن‌دهی بر اساس تلاطم است. برای درک دلیل این مسأله در نظر داشته باشید که همانند تعدیل بازده تاریخی بر اساس تلاطم، در این جا به دنبال تعدیل این بازده جهت انعکاس تغییرات در همبستگی‌های آن هستیم.

فرض کنید سبدهای حاوی m موقعیت است. R بردار بازده تاریخی و یا بازده تعدیل شده با تلاطم برای دوره t است؛ R برداری $m \times 1$ است که منعکس‌کننده یک ماتریس وارپانس-کووارپانس $m \times m$ یعنی Σ می‌باشد. Σ را می‌توان به حاصل ضرب زیر تجزیه کرد:

$$\Sigma = C\sigma\sigma^T \quad (8-2)$$

که σ ماتریس قطری تلاطم‌هاست. به عبارتی دیگر، « i »امین عنصر موجود در قطر اصلی این ماتریس، تلاطم دارایی « i »ام و عناصر خارج از قطر اصلی، صفر است؛ σ^T نیز ترانزپوز آن می‌باشد. C ماتریسی $m \times m$ و حاوی همبستگی‌های تاریخی است. بدین ترتیب، بردار بازده تاریخی (R) منعکس‌کننده ماتریس همبستگی تاریخی C می‌باشد و ما به دنبال این هستیم که R را به گونه‌ای تعدیل کنیم که به \bar{R} تبدیل شده و منعکس‌کننده ماتریس همبستگی جاری یعنی \bar{C} باشد. جهت سادگی تصور کنید که هر دو ماتریس

1. correlation-weighted historical simulation

همبستگی، همیشه مثبت است. این بدان معناست که هر ماتریس همبستگی دارای یک «ریشهٔ دوم ماتریس»^۱ با ابعاد $m \times m$ می‌باشد. ما ریشهٔ دوم ماتریس‌های C و \bar{C} را به ترتیب با A و \bar{A} نشان می‌دهیم. اما، چگونه می‌توان به ماتریس A و یا ماتریس \bar{A} دست یافت؟ پاسخ این سؤال در تجزیهٔ چولسکی^۲ نهفته است. چولسکی دریافت هر ماتریس متقارن و قطعاً مثبت را می‌توان به حاصل ضرب یک ماتریس پایین‌مثلثی و ترانزهادهٔ این ماتریس پایین‌مثلثی تجزیه کرد. بنابراین، خواهیم داشت:

$$C = AA^T \quad (۳-۸)$$

که A^T ترانزهادهٔ ماتریس A است. اگر c_{ij} بیان‌گر درایهٔ سطر « i »ام و ستون « j »ام ماتریس C باشد، اعضای ماتریس A یعنی $a_{i,j}$ را توسط روابط زیر تعیین می‌کنیم.

$$a_{11} = \sqrt{c_{11}} \quad (۴-۸)$$

$$a_{j1} = \frac{c_{j1}}{a_{11}} \quad \text{for } j = 2, \dots, n$$

$$a_{ij} = \frac{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{ik}a_{kj}}{a_{jj}}$$

مثال (۱-۸): تجزیهٔ چولسکی
ماتریس واریانس-کوواریانس C را در نظر بگیرید:

-
1. matrix square root
 2. Choleski decomposition

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0.156 & 0.048 & 0.022 \\ 0.048 & 0.146 & 0.147 \\ 0.022 & 0.147 & 0.461 \end{pmatrix}$$

بر اساس روابطی که بیان شد، اعضای ماتریس \mathbf{A} را به دست می آوریم:

$$a_{11} = \sqrt{0.156} = 0.395$$

$$a_{21} = \frac{0.048}{0.395} = 0.122$$

$$a_{31} = \frac{0.022}{0.395} = 0.057$$

$$a_{22} = \sqrt{0.146 - 0.122^2} = 0.362$$

$$a_{32} = \frac{1}{0.362} (0.147 - 0.122 \times 0.057) = 0.386$$

$$a_{33} = \sqrt{0.461 - 0.057^2 - 0.386^2} = 0.556$$

بنابراین ماتریس \mathbf{A} به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.395 & 0 & 0 \\ 0.122 & 0.362 & 0 \\ 0.057 & 0.386 & 0.556 \end{pmatrix}$$

بدیهی است که حاصل ضرب این ماتریس در ترانزپوزیته آن برابر ماتریس \mathbf{C} است. پس از استخراج ماتریس \mathbf{A} و $\bar{\mathbf{A}}$ می توانیم \mathbf{R} و $\bar{\mathbf{R}}$ را به صورت حاصل ضرب ماتریس های چولسکی مربوطه و یک فرآیند اختلال ناهمبسته^۱ یعنی ε بنویسیم:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\varepsilon \quad (5-8)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{A}}\varepsilon \quad (6-8)$$

برای استخراج ε می توان رابطه (5-8) را معکوس کرد:

1. uncorrelated noise process

$$\varepsilon = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{R} \quad (7-8)$$

حال برای دستیابی به سری بازده تعدیل شده با همبستگی ($\bar{\mathbf{R}}$)، رابطه (۷-۸) را در رابطه (۶-۸) جایگذاری می‌کنیم:

$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R} \quad (8-8)$$

بازدهی که به این صورت تعدیل می‌شود، ماتریس همبستگی جاری یعنی $\bar{\mathbf{C}}$ و یا به طور کلی تر ماتریس واریانس-کوواریانس جاری ($\bar{\Sigma}$) را در خود جای داده است. این رویکرد، تعمیم رویکرد هال-وایت می‌باشد، چراکه سیستم وزن‌دهی آن، هم همبستگی‌ها و هم تلاطم‌ها را به حساب می‌آورد.

مثال (۲-۸): شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با همبستگی

تصور کنید تنها دو موقعیت در سبد خود داریم و بنابراین، $m = 2$. همبستگی تاریخی بین دو موقعیت ۰/۳ و همبستگی جاری ۰/۹ است. ما می‌خواهیم بردار بازده تاریخی (\mathbf{R}) را به گونه‌ای تعدیل کنیم که همبستگی جاری را در خود انعکاس دهد. بنابراین روابط تجزیه چولسکی، اعضای ماتریس \mathbf{A} را به دست می‌آوریم:

$$a_{11} = 1 \quad a_{12} = 0 \quad a_{21} = 0.3 \quad a_{22} = \sqrt{1 - 0.3^2}$$

ماتریس $\bar{\mathbf{A}}$ را نیز بر اساس روابط تجزیه چولسکی محاسبه می‌کنیم. اگر درایه‌های $\bar{\mathbf{A}}$ را با $\bar{a}_{..}$ نشان دهیم خواهیم داشت:

$$\bar{a}_{11} = 1 \quad \bar{a}_{12} = 0 \quad \bar{a}_{21} = 0.9 \quad \bar{a}_{22} = \sqrt{1 - 0.9^2}$$

بدین ترتیب ماتریس بازده‌های تعدیل شده را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.9 & \sqrt{1 - 0.9^2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 - 0.3^2}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - 0.3^2} & 0 \\ -0.3 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{R} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.7629 & 0.4569 \end{pmatrix} \mathbf{R} \end{aligned}$$

بدیهی است که پس از دستیابی به بازده تعدیل شده، برای محاسبه ES یا Var به شیوه شبیه سازی تاریخی مقدماتی عمل کنیم.

شبیه سازی تاریخی فیلترشده^۱

شبیه سازی تاریخی فیلترشده روش نویدبخش دیگری است. این رویکرد نوعی بوت استرپ نیمه پارامتریک است که به دنبال ترکیب مزایای شبیه سازی تاریخی با قدرت و انعطاف پذیری مدل های تلاطم شرطی مانند $GARCH$ می باشد. در این رویکرد عملیات بوت استرپ بر روی یک مدل تلاطم شرطی پیاده می شود. بوت استرپ به عنوان بخش ناپارامتریک و مدل تلاطم قسمت پارامتریک آن می باشد.

تصور کنید از رویکرد FHS جهت برآورد ارزش در معرض ریسک دارایی در دوره نگهداری یک روزه استفاده می کنیم. اولین گام در FHS ، برآورد یک مدل تلاطم مانند $GARCH$ بر بازده دارایی است. ما به دنبال مدلی هستیم که ویژگی های کلیدی داده ها را در نظر بگیرد. بارون-آدسی و همکارانش مدل خودرگرسیون شرطی برناهم سانی واریانس تعمیم یافته نامتقارن یا $AGARCH$ را برای این منظور پیشنهاد می کنند.^۲ این مدل نه تنها تغییرات مشروط تلاطم، خوشه بندی تلاطم و مانند این ها را در خود جای می دهد، بلکه به گونه ای طراحی شده که امکان بررسی جداگانه اثرات خطاهای مثبت و منفی را بر تلاطم ها فراهم می آورد. $AGARCH$ فرض را بر این می گیرد که بازده دارایی از فرآیند زیر تبعیت می کند:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (9-8)$$

در این رابطه، بازده روزانه حاصل جمع میانگین بازده روزانه و خطای تصادفی (ε_t) می باشد که همان مدل گشت تصادفی است. تلاطم در رابطه فوق، مجموع یک عدد ثابت (ω) و جملاتی است که منعکس کننده خطای دوره قبل و تلاطم دوره قبل می باشد. γ اجازه می دهد که جمله خطای نامتقارن بر تلاطم داشته باشد. I تابع معرف است که

1. filtered historical simulation (FHS)
2. Barone-Adesi et al, (2000).

برای خطاهای منفی مقدار یک و در غیر این صورت صفر می‌گیرد این مدل، نسخه‌ای از $TGARCH$ است که در فصل چهارم به تشریح آن پرداختیم.

گام بعدی استفاده از این مدل جهت پیش‌بینی تلاطم برای تمامی روزهای موجود در نمونه است. سپس، بازده‌های واقعی را بر این پیش‌بینی‌های تلاطم تقسیم می‌کنیم تا به مجموعه‌ای از بازده‌های استانداردشده دست یابیم. انتظار داریم که این بازده‌های استانداردشده به صورت یکسان و مستقل از هم توزیع شده باشند و بنابراین برای شبیه‌سازی تاریخی مناسب است.

جهت دستیابی به ارزش در معرض ریسک یک‌روزه گام بعدی شامل پیاده‌سازی عملیات بوت‌استرپ روی این مجموعه از بازده‌های استانداردشده می‌باشد. طی این عملیات به‌طور تصادفی تعداد زیادی انتخاب از بازده‌های این مجموعه به‌عمل می‌آوریم و با مجموعه‌ی این بازده‌های منتخب به‌عنوان یک نمونه رفتار می‌کنیم. البته، این فرآیند نمونه‌برداری با جایگذاری است و برای انتخاب هر بازده، بازده قبلی را به مجموعه‌ی اولیه بازمی‌گردانیم. سپس هر کدام از انتخاب‌های تصادفی را در پیش‌بینی $AGARCH$ از تلاطم فردا ضرب می‌کنیم. اگر M انتخاب داشته باشیم، حالا دارای M بازده شبیه‌سازی شده هستیم که هر کدام منعکس‌کننده شرایط کنونی بازار است، چراکه همگی در پیش‌بینی امروز از تلاطم فردا ضرب شده‌اند.

در نهایت، این بازده‌های شبیه‌سازی‌شده، تخمینی از توزیع احتمال بازده‌ی دارای در پایان روز آتی به‌دست می‌دهد. حال می‌توان بازده بحرانی را محاسبه نموده و Var را در سطح اطمینان موردنظر محاسبه کرد.

به‌راحتی می‌توان این رویه را جهت برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی و یا برای دوره‌نگهداری طولانی‌تر تعدیل کرد. اگر سبدهای از دارایی‌ها داشته باشیم، می‌توانیم یک فرآیند چندمتغیره $GARCH$ یا $AGARCH$ را بر بردار بازده‌ی دارایی‌ها برازش کنیم و سپس بردار بازده‌ی دارایی‌ها را استاندارد نماییم. سپس، عملیات بوت‌استرپ را پیاده می‌کنیم. در این جا بوت‌استرپ نه تنها بازده استانداردشده سبد دارایی بلکه بردار استاندارد بازده‌ی دارایی‌ها را انتخاب می‌کند. این بسیار مهم است، چراکه که شبیه‌سازی‌ها ساختار همبستگی موجود در بازده خام را حفظ می‌کنند. بدین ترتیب بوت‌استرپ بدون این که ما را مجبور به تعیین تابع چگالی احتمال چندمتغیره برای بازده‌ی دارایی‌ها کند، همبستگی‌های موجود را حفظ می‌نماید.

رویکرد شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده دارای جذابیت‌هایی به شرح زیر است:

- این رویکرد حتی برای سبدهای بزرگ دارای به‌سرعت قابل اجراست.
- همانند رویکرد هال-وایت، FHS تخمین‌هایی از ES و Var ارائه می‌دهد که ممکن است فراتر از حداکثر زیان تاریخی موجود در مجموعه داده‌ها باشد.
- این رویکرد بدون نیاز به آگاهی از ماتریس واریانس-کوواریانس و یا توزیع شرطی بازده‌های ES ، ساختار همبستگی را در بازده حفظ می‌کند.
- این رویکرد اجازه می‌دهد که جذابیت‌های ناپارامتریک شبیه‌سازی تاریخی با مدل‌های پیشرفته تالطم مانند $GARCH$ ترکیب شود و بدین ترتیب شرایط متغیر تالطم‌های بازار به حساب آورده شود.
- این رویکرد را می‌توان جهت احتساب خودهمبستگی یا همبستگی تاریخی میان بازده‌های ES را تعدیل کرد.
- این رویکرد را می‌توان بوسیله رویکرد آماره‌ترتیبی^۱ یا بوت‌استرپ جهت ایجاد برآوردهایی از فواصل اطمینان ES یا Var بهبود بخشید.
- شواهدی وجود دارد که گویای کارکرد خوب FHS می‌باشد.

تخمین چگالی ناپارامتریک

در فصل پیش تخمین چگالی ناپارامتریک را با استفاده از هیستوگرام و برآوردکننده ساده مورد بررسی قرار دادیم و به معرفی برآوردکننده کرنل پرداختیم. رابطه محاسبه چگالی احتمال برآوردکننده کرنل عبارت است از:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(u) \quad (10-8)$$

در فصل پیش هم‌چنین برخی توابع کرنل را از نظر گذرا ندیم. در این جا می‌خواهیم به بررسی یکی دیگر از توابع کرنل بپردازیم که در حیطه آمار نیمه پارامتریک قرار می‌گیرد. این تابع، کرنل نرمال است و رابطه آن چیزی غیر از تابع چگالی نرمال نیست.

1. order statistic (OS)

$$K(x) = (2\pi h^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2h^2}\right) \quad (11-8)$$

در تابع کرنل نرمال، نقطه موردنظر به‌عنوان میانگین مشاهدات و عرض بند (h) نیز به‌عنوان انحراف‌معیار مشاهدات در نظر گرفته می‌شود. با افزایش فاصله مشاهدات از نقطه موردنظر، چگالی احتمال نرمال کاهش می‌یابد و در نتیجه وزن مشاهدات در تعیین چگالی نقطه موردنظر نیز کاهش می‌یابد. بنابراین، اگر تراکم مشاهدات در اطراف نقطه موردنظر زیاد باشد، چگالی آن نقطه به‌طور نسبی بیشتر و اگر آن نقطه در منطقه کم‌تراکمی واقع شود، چگالی آن نسبتاً کمتر خواهد شد. رابطه (۱۱-۸) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$K(u) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (12-8)$$

توابع کرنل در حیطه آمار نیمه‌پارامتریک نیز بسیار متنوع است چراکه، تقریباً تمامی توابع چگالی احتمال متقارن را می‌توان به‌عنوان تابع کرنل در نظر گرفت.

مسأله انتخاب تابع کرنل و عرض بند

ساخت برآوردکننده چگالی کرنل مستلزم انتخاب دو پارامتر است:

- تابع کرنل: به‌لحاظ نظری و تجربی می‌توان نشان داد که انتخاب تابع کرنل چندان مهم نیست. در نتیجه تابع کرنل اغلب بر اساس ملاحظات محاسباتی انتخاب می‌شود.
- عرض بند: انتخاب عرض بند بسیار حائز اهمیت است. در واقع ویژگی‌های نظری برآوردکننده‌های کرنل، بر اساس انتخاب عرض بند مشخص می‌شود.

در انتخاب تابع کرنل و عرض بند، هدف ما یافتن برآوردکننده‌ای (\hat{f}) است که به تابع چگالی واقعی ولی ناشناخته (f) نزدیک باشد. بدیهی‌ترین معیار برای دقت برازش در نقطه x میانگین مجذور خطاست.

$$\begin{aligned} MSE_x(\hat{f}(x)) &= (\hat{f}(x) - f(x))^2 & (13-8) \\ &= (E \hat{f}(x) - f(x))^2 + \text{var}(\hat{f}(x)) \end{aligned}$$

بنابراین میانگین مجذور خطا حاصل جمع مجذور تورش^۱ و واریانس است. به جای محاسبه میانگین مجذور خطا در نقطه x می‌توانیم با تجمیع میانگین مجذور خطا برای تمامی مقادیر x به معیار عمومی دقت برازش $\hat{f}(x)$ نسبت به $f(x)$ دست یابیم. این معیار، میانگین مجذور خطای تجمیع یافته^۲ است.

$$MISE(\hat{f}(x)) = E \int (\hat{f}(x) - f(x))^2 \quad (14-8)$$

بنابراین $MISE$ حاصل جمع مجذور تورش تجمیع یافته و واریانس تجمیع یافته است. تابعی که میانگین مجذور خطای تجمیع یافته را کمینه سازد، تابع کرنل بهینه است. می‌توان ثابت کرد که تابع کرنل بهینه، اپانچنیکوف است.

مسئله انتخاب عرض بند پس از انتخاب تابع کرنل مورد بررسی قرار می‌گیرد. ساده‌ترین راه حل، انتخاب h بر اساس آزمون و خطا است. در این روش برآوردهای کرنل را به ازای مقادیر مختلف عرض بند ترسیم کرده و مقداری را انتخاب می‌کنیم که به نظر بهترین برازش را برای داده‌های مورد بررسی ایجاد می‌نماید. با این حال امکان انتخاب h به روش تحلیلی نیز وجود دارد. بر اساس روابط (۱۳-۸) و (۱۴-۸) می‌توان گفت که انتخاب h مستلزم برقراری موازنه‌ای بین تورش و واریانس است. اگر h خیلی کوچک انتخاب شود، تورش کاهش می‌یابد، اما واریانس به خاطر کاهش حجم نمونه افزایش می‌یابد. اگر h خیلی بزرگ انتخاب شود، تورش بزرگ می‌شود، چراکه افزایش h باعث افزایش دخالت نقاط دورتر و احتمالاً نامربوط‌تر در تعیین چگالی یک نقطه خاص می‌شود. افزایش h در عین حال به علت افزایش حجم نمونه باعث کاهش واریانس می‌شود. عرض بند بهینه مقداری است که به ازای آن میانگین مجذور خطای تجمیع یافته کمینه گردد. برای این کار

-
1. bias
 2. mean integrated square error (MISE)

کافی است که مشتق $MISE$ را نسبت به h برابر صفر قرار دهیم. به‌عنوان مثال اگر از تابع کرنل نرمال استفاده کنیم، عرض بند بهینه برابر است با:

$$h_{opt} = 1.06 \sigma n^{-1/5} \quad (15-8)$$

که n تعداد مشاهدات و σ انحراف‌معیار مشاهدات است. این رابطه به ما امکان می‌دهد عرض بند بهینه را به‌طور مستقیم با استفاده از برآورد انحراف‌معیار تخمین بزنیم. این عرض بند در صورتی بهینه است که داده‌ها به صورت نرمال توزیع شده باشد. چنین عرض بندی ممکن است باعث هموارسازی بیش از حد^۱ داده‌های غیرنرمال گردد. سیلورمن جهت جبران این مشکل، عرض بند تعدیل‌شده را پیشنهاد می‌دهد:^۲

$$h = 1.06 A n^{-1/5} \quad (16-8)$$

که A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \text{minimum}[\sigma, \text{interquartile range}/1.34] \quad (17-8)$$

یعنی A حداقل یکی از دو مقدار انحراف‌معیار و دامنهٔ میان‌چارکی^۳ تقسیم بر $1/34$ است. دامنهٔ میان‌چارکی از طریق تفاضل چارک اول و سوم به دست می‌آید. عرض بند حاصل از رابطهٔ (۱۷-۸)، برای طیف وسیعی از توزیع‌ها، برازش نزدیکی فراهم می‌آورد.

محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک

برای محاسبهٔ Var کافی است که بازدهٔ بحرانی را از طریق صدک آلفای بازده محاسبه کنیم. در این جا با ارایهٔ مثالی نحوهٔ محاسبهٔ Var را تشریح می‌کنیم. مثال (۸-۳): محاسبهٔ Var بر اساس برآوردکنندهٔ کرنل نرمال برای افزایش مقایسه‌پذیری میان توابع کرنل در این جا باز هم از داده‌های مثال (۷-۱) استفاده می‌کنیم. این داده‌ها مجدداً در جدول زیر ارایه شده است.

شماره	بازده	شماره	بازده	شماره	بازده	شماره	بازده
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

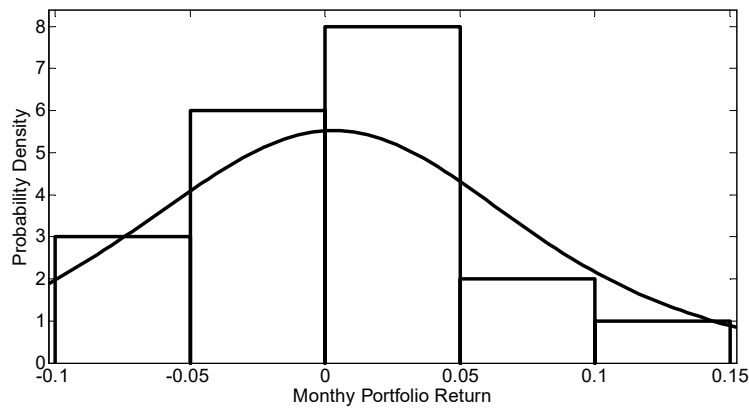
1. over smoothing
2. Silverman (1986).
3. interquartile range

فصل هشتم: رویکردهای نیمه پارامتریک ۳۱۱

۳/۴	۱۶	۰/۵	۱۱	-۲/۰	۶	-۱۰/۰	۱
۴/۵	۱۷	۱/۰	۱۲	-۱/۰	۷	-۸/۰	۲
۷/۵	۱۸	۱/۳	۱۳	-۰/۷	۸	-۷/۵	۳
۹/۵	۱۹	۲/۸	۱۴	-۰/۶	۹	-۴/۰	۴
۱۴/۰	۲۰	۳/۰	۱۵	-/۰	۱۰	-۲/۵	۵

جدول (۸-۱): سری بازده ماهانه یک سبد فرضی به درصد

نمودار زیر، تابع چگالی احتمال برآوردکننده کرنل نرمال برای داده‌های جدول فوق است.



نمودار (۸-۱): چگالی احتمال برآوردکننده کرنل نرمال برای بازده ماهانه سبد فرضی با عرض بند ۰/۰۵

در این مثال عرض بند را ۰/۰۵ در نظر گرفته‌ایم. جدول صفحه بعد حاوی برخی اطلاعات مربوط به دنباله سمت چپ نمودار چگالی فوق است.

بازده (%)	چگالی احتمال	چگالی تجمعی	احتمال تجمعی (%)
$X < -20$...	۰/۱۹۴	۰/۱۵۵
-۲۰/۰	۰/۰۹۹	۰/۲۹۳	۰/۲۳۴
-۱۹/۲	۰/۱۴۰	۰/۴۳۳	۰/۳۴۷
-۱۸/۴	۰/۱۹۵	۰/۶۲۸	۰/۵۰۲
-۱۷/۶	۰/۲۶۴	۰/۸۹۲	۰/۷۱۴
-۱۶/۸	۰/۳۵۲	۱/۲۴۴	۰/۹۵۵
-۱۶/۰	۰/۴۵۹	۱/۷۰۳	۱/۳۶۲
-۱۵/۲	۰/۵۸۷	۲/۲۹۰	۱/۸۳۲
-۱۴/۴	۰/۷۳۸	۳/۰۲۸	۲/۴۲۲
-۱۳/۶	۰/۹۱۲	۳/۹۴۰	۳/۱۵۲
-۱۲/۸	۱/۱۱۰	۵/۰۵۰	۴/۰۴۰
-۱۲/۰	۱/۳۳۱	۶/۳۸۰	۵/۱۰۴

جدول (۲-۸): مشخصات دنباله سمت چپ نمودار (۱-۸) برای بازدهایی به فاصله ۰/۰۰۸

در این جا چگالی احتمال تخمینی بر اساس رابطه (۸-۱۰) با تابع کرنل نرمال به دست آمده است. به عنوان مثال، چگالی بازده ۱۶٪- برابر است با:

$$\hat{f}(-16\%) = \frac{1}{20 \times 0.05} \times \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp -\frac{1}{2} \left(\frac{-0.16 + 0.1}{0.05} \right)^2 + \dots + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp -\frac{1}{2} \left(\frac{-0.16 - 0.14}{0.05} \right)^2 \right]$$

$$= 0.459$$

ستون آخر شامل احتمال تجمعی تخمینی است. مقادیر این ستون بر اساس رابطه (۷-۱۸) به دست آمده است. چگالی احتمال برای بازدهایی به فاصله ۰/۰۰۸ محاسبه شده است. این فاصله برای به دست آوردن مقدار تقریبی سطح زیر منحنی در نمودار (۸-۱) اندکی بزرگ است. به همین دلیل مقادیر ستون آخر، تقریب‌های چندان دقیقی از احتمال تجمعی فراهم نمی‌آورد. اگر فواصل کاهش یابد، به طور بالقوه امکان بهبود تقریب‌ها فراهم می‌آید.

برای محاسبه VaR باید صدک آلفای بازده را محاسبه کنیم. این صدک معادل معکوس تابع توزیع تجمعی تخمینی در سطح احتمال آلفاست. بر اساس جدول (۸-۲) صدک بازده برای احتمال ۱ درصد، بین بازدههای ۱۶/۸٪- و ۱۶٪- و برای احتمال ۵ درصد، بین بازدههای ۱۲/۸٪- و ۱۲٪- قرار می‌گیرد. با یک تناسب ساده صدک اول و پنجم برابر است با:

$$q_r(0.01) = F^{-1}(0.01) = -0.1679$$

اگر قیمت جاری سبد دارایی ۱،۰۰۰ تومان باشد، VaR در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ برابر است با:

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow VaR = -1000 \times -0.1679 = 167.9$$

در این مثال اگر عرض مستطیل‌ها (فواصل) را ۰/۰۰۰۱ در نظر بگیریم، صدک اول و پنجم به ترتیب برابر ۱۶/۳۴٪- و ۱۱/۶۸٪- می‌شود که تقریب بسیار دقیقی است. VaR بر اساس این صدک‌ها برابر است با:

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow VaR = -1000 \times -0.1634 = 163.4$$

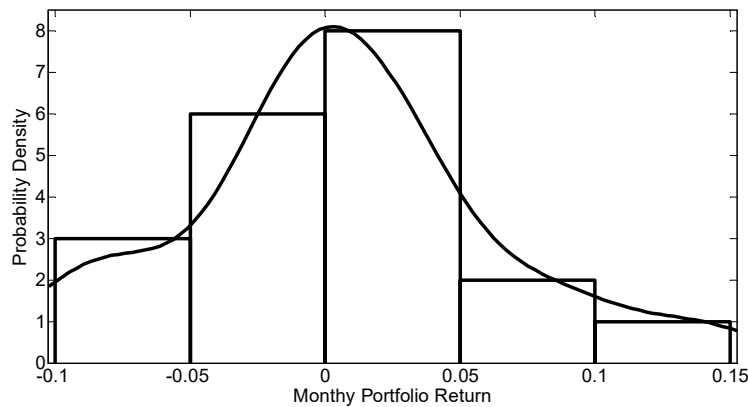
اختلاف بین برآوردهای VaR پس از بهبود تقریب‌ها، ناچیز به نظر می‌رسد، اما با افزایش قیمت سبد دارایی همین اختلاف ناچیز قابل ملاحظه خواهد شد. در مثال (۸-۳) ما به‌طور اختیاری عرض بند را برابر ۰/۰۵ در نظر گرفتیم. نتیجه چنین انتخابی، هموارسازی بیش از حد چگالی احتمال و از دست‌دادن بخش مهمی از اطلاعات مفید است. در واقع در این مثال، عرض بند نسبتاً بزرگ انتخاب شده است. نمودار (۸-۱) به خوبی این گفته‌ها را تأیید می‌کند. در این جا می‌خواهیم با انتخاب مقدار بهینه h ، محاسبات مثال (۸-۳) را دوباره تکرار کنیم تا میزان تأثیرپذیری نتایج از پارامتر عرض بند را بررسی نماییم.

مثال (۸-۴): محاسبه VaR بر اساس برآوردکننده کرنل نرمال با عرض بند بهینه برای استخراج چگالی داده‌های جدول (۸-۲)، h را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که برازش نزدیکی بین تابع کرنل و توزیع ناشناخته فراهم آورد. بر اساس رابطه (۸-۱۷) و (۸-۱۶) خواهیم داشت:

$$A = \text{minimum}(0.0579, 0.0545/1.34)$$

$$h = 1.06 \times 0.0407 \times 20^{(-1/5)} = 0.0237$$

چگالی احتمال، با عرض بندی معال 0.0237 به شکل زیر است:



نمودار (۸-۲): چگالی احتمال برآوردکننده کرنل نرمال برای بازده ماهانه سبد فرضی با عرض بند 0.0237

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، برآوردکننده کرنل با عرض بند 0.0237 برازش نسبتاً مناسبی را با هیستوگرام داده‌ها برقرار می‌کند. اگر فواصل را 0.0001 در نظر بگیریم، صدک اول و پنجم به ترتیب برابر $12/45\%$ و $9/64\%$ می‌شود که تقریب بسیار دقیقی است. VaR بر اساس این صدک‌ها برابر است با:

$$1 - \alpha = 99\% \rightarrow VaR = -1000 \times -0.1245 = 124.5$$

با مقایسه برآوردهای VaR در این مثال و مثال (۸-۳) به این نتیجه می‌رسیم که انتخاب عرض بند به شدت بر نتایج اثرگذار است.

برآوردکننده‌های کرنل متغیر^۱

کاربرد برآوردکننده کرنل آسان است و ویژگی‌های آن نیز به خوبی قابل فهم می‌باشد، اما این برآوردکننده دارای مشکل قابل تأملی است. از آنجا که عرض بند برای کل نمونه ثابت است، برآوردکننده‌ای که درجه مناسبی از هموارسازی را در بخش مرکزی توزیع فراهم می‌آورد، غالباً دنباله توزیع را با اخلاص‌های هموارنشده‌ای رها می‌کند. چنین ناهمواری‌هایی قابلیت تعمیم‌پذیری نتایج را با مشکل مواجه می‌کند. اگر ما این اخلاص‌ها را هموار کنیم، خطر هموارسازی بیش از حد بخش‌های مرکزی تر توزیع و نابودسازی اطلاعات مفید آن وجود دارد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که داشتن دنباله‌های هموار بدون هموارسازی بیش از حد قسمت عمده‌ای از توزیع، مشکل است.

یک راه حل برای این مسأله، استفاده از برآوردکننده‌های انطباق‌پذیر^۲ است که بر اساس آن عرض بند به چگونگی توزیع داده‌ها بستگی دارد. یکی از این روش‌ها بر اساس برآوردکننده کرنل متغیر می‌باشد. این برآوردکننده با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{d_{j,k}} K\left(\frac{x-x_j}{d_{j,k}}\right) \quad (18-8)$$

که فاصله $d_{j,k}$ از « k » امین نزدیک‌ترین نقطه در مجموعه داده‌هاست. نقش $d_{j,k}$ هموارتر کردن کرنل در نواحی کم‌تراکم است. برای یک مقدار ثابت k ، درجه هموارسازی عمومی به پارامتر عرض بند بستگی دارد، اما میزان تعیین‌کنندگی عرض بند در هموارسازی محلی، توسط k مشخص می‌شود.

عملکرد نظری و تجربی برآوردکننده‌های کرنل

نظریه تخمین چگالی^۳ بر این باور است که روش کرنل نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی تخمین‌های بهتری از ES و Var ارائه می‌دهد، چراکه استفاده بهتری از مجموعه داده‌ها به عمل می‌آورد. رویکرد شبیه‌سازی مقدماتی چیزی غیر از تخمین چگالی با استفاده

-
1. variable kernel estimators
 2. adaptive estimators
 3. density estimation theory

از هیستوگرام نیست و ما می‌دانیم که هیستوگرام را به‌زحمت می‌توان به‌عنوان بهترین راه برای ادارهٔ مجموعهٔ داده‌ها در نظر گرفت.

همان‌گونه که در مثال‌های متعددی تشریح کردیم، برای تخمین Var با استفاده از کرنل، ابتدا تابع چگالی کرنل مناسبی را به داده‌ها برازش می‌کنیم و تابع توزیع تجمعی را بر اساس تابع چگالی کرنل بنا می‌کنیم. سپس جهت دستیابی به صدک متناظر با Var ، تابع چگالی تجمعی را معکوس می‌کنیم.

مطالعاتی در مورد عملکرد واقعی برآوردکننده‌های کرنل توسط باتلر و اسکتر صورت گرفت.^۱ آن‌ها رویکرد کرنل را برای سبدهای واقعی به‌کار گرفتند و به این نتیجه رسیدند که رویکردهای کرنل انطباق‌پذیر عموماً به مقادیر بزرگ‌تری از Var منتهی می‌شود. آن‌ها متوجه شدند که انتخاب تابع کرنل اختلاف نسبتاً کمی در برآوردهای Var ایجاد می‌کند. آن‌ها بر اساس مقایسهٔ تخمین‌ها با مقادیر تحقق‌یافته، تابع اپانچنیکوف انطباق‌پذیر^۲ و تابع نرمال انطباق‌پذیر را به‌عنوان بهترین توابع معرفی کردند.

با این همه، هنوز مشخص نیست که از کاربرد رویکردهای کرنل نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی سنتی چه مقدار بهبود را می‌توان انتظار داشت. هرچند روش‌های کرنل به‌لحاظ نظری برترند، کاربرد آن‌ها نیز مشکل‌تر است و نتایج آن‌ها نیز از وضوح کمتری برخوردار است. با این حال، ترکیب کرنل با دیگر رویکردها بهبود قابل‌ملاحظه‌ای در نتایج ایجاد می‌کند.

شبکهٔ عصبی^۳

شبکهٔ عصبی یا شبکهٔ یادگیرنده^۴ رویکرد کاملاً متفاوتی برای تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش موردانتظار است. شبکه‌های عصبی، مدل‌های پردازش‌کنندهٔ انطباق‌پذیر آماری است که ساختار آن مشابه مغز است. واحدهای پردازش‌کننده به‌عنوان نرون شناخته می‌شود که با روابط موزونی به یکدیگر متصل می‌شوند. ابتدا اوزان ارتباطی اختیاری به سیستم داده می‌شود و پس از وارد کردن درون‌داده‌ها، شبکهٔ عصبی برون‌دادهای

1. Butler and Schachter (1998).
2. adaptive Epanechnikov function
3. neural network
4. learning network

اولیه را تعیین می‌کند. سپس این خروجی‌ها با خروجی‌های هدف مقایسه می‌شود و اگر به اندازه کافی به آن نزدیک نباشد، در اوزان تجدیدنظر می‌شود تا اختلاف کاهش یابد. در ادامه، خروجی‌های جدید بر اساس اوزان جدید محاسبه می‌شود و با خروجی‌های هدف مقایسه می‌شود و اگر این خروجی‌ها نیز از هدف دور باشد، وزن‌ها دوباره مورد تجدیدنظر قرار می‌گیرند. این فرآیند بارها و بارها تکرار می‌شود تا زمانی که خروجی‌ها در حد قابل قبولی به خروجی‌های هدف نزدیک باشد. شبکه در این نقطه به اصطلاح پرورده شده است و می‌توان از آن جهت تخمین یا پیش‌بینی احتمالات یا صدک‌های جریانی از داده‌ها استفاده کرد. رویکردهای شبکه عصبی بر مفروضات دست و پا گیر پارامتریک متکی نیست؛ بسیار منعطف و کاملاً انطباق‌پذیر است و به خوبی نسبت به تغییرات مجموعه داده‌ها واکنش نشان می‌دهد.

شبکه عصبی رویکردهای بسیار متنوعی دارد و روش‌های متعددی هم برای به کارگیری آن‌ها در پیش‌بینی ریسک‌های مالی وجود دارد. یکی از آن‌ها، رویکرد تابع شعاعی^۱ است که خصوصاً برای تخمین احتمالات مناسب است. از این روش می‌توان برای برآورد احتمالات بازده سبد دارایی استفاده کرد. با داشتن این احتمالات، به سادگی می‌توان ES یا Var را بر اساس روش‌های استاندارد پارامتریک برآورد نمود. دیگر روش‌های مناسب برای تخمین ES یا Var ، رویکرد انتگرال‌گیری بسته^۲، رویکرد نرمال مرکب^۳ و رویکرد صدک-رگرسیون^۴ است. شبکه عصبی روشی جدید برای اندازه‌گیری ریسک است و هنوز برای تکامل رویکردهای آن راه درازی در پیش است.

نتیجه‌گیری

رویکردهای نیمه پارامتریک به‌طور هم‌زمان از برخی ویژگی‌های رویکردهای پارامتریک و ناپارامتریک برخوردارند. این رویکردها به سادگی برای مسائلی با ابعاد بزرگ قابل اجراست و از این جهت به رویکردهای ناپارامتریک شباهت دارند. این رویکردها با به کارگیری توزیع‌های پارامتریک، به آرایه تصویر دقیق‌تری از توزیع احتمال متغیر مورد بررسی کمک

1. radial basis function
2. closed-form integration approach
3. normal mixture approach
4. quantile-regression approach

می‌کنند. شواهد حاصل از کاربرد رویکردهای نیمه پارامتریک گویای بهبود قابل ملاحظه تخمین‌ها نسبت به رویکردهای ناپارامتریک است.

منابع

1. Barone-Adesi, G. and Gannopoulos, k. (2000), *Non-Parametric VaR Techniques. Myths And Realities*. Universita della svizzera Italiana and City University Business School; and Westminster Business School.
2. Bowman, A. W. and Azzalini, A. (1997) *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis*, Oxford University Press.
3. Butler, J. S. and Schachter, B. (1998), "Improving value at risk with a precision measure by combining kernel estimation with historical simulation," *Review of Derivatives Research*, Vol. 1, pp. 371-390.
4. Hazelton, M. (1996), "Bandwidth selection for local density estimation," *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 23, pp. 221-232.
5. Hull, J. and White, A. (1998), "Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk" *Journal of Risk*, pp. 5-19.
6. Powell, J. L. (2003), *Notes on Nonparametric Density Estimation*, Department of Economics, University of California, Berkeley.
7. Renault, O. and Scaillet, O. (2004), "On way to recovery: a nonparametric bias free estimation of recovery rate densities," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 28, pp. 2915-2931.



8. Sain, S. R. and Scott, D. W. (2002), "zero-bias bandwidths for locally adaptive kernel density estimation," *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 29, pp. 441-460.
9. Scott, D. W. (2001), "Parametric statistical modeling by minimum integrated square error," *Technometrics*, Vol. 43, pp. 274-285.
10. Silverman, B. W. (1986), *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall.
11. Tarter, M. E. (2000), *Statistical Curves and Parameters*, AK Peters, Natick, MA.
12. Wand, M. P., Marron, J. S. and Ruppert, D. (1991), "Transformations in density estimation," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, pp. 343-353.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل نهم

شبیه‌سازی مونت کارلو



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

ما در عصری زندگی می‌کنیم که بازارها و ابزار مالی به‌طور پیوسته به پیچیدگی گرایش دارند. جهانی شدن، نوآوری‌های مالی، پیشرفت‌های تکنولوژیک، قوانین و مقررات و بسیاری عوامل دیگر به پیچیدگی بیشتر بازارها دامن می‌زند. در چنین شرایطی، ریسک سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مالی به عوامل متعدد و حتی ناشناخته‌ای منوط است. اندازه‌گیری ریسک در چنین شرایطی مستلزم استفاده از مدل‌هایی است که پیچیدگی محیط بیرونی را منعکس می‌کنند. چنین مدل‌هایی شامل فرآیندهایی است که به سادگی درک نمی‌شود و تجزیه و تحلیل آماری آن‌ها مشکل و مستلزم صرف وقت و هزینه‌های زیاد است.

گاهی اوقات تحلیل مستقیم برخی از فرآیندهای آماری با ابزار موجود غیرممکن است و همیشه این احتمال وجود دارد که مسیر یک فرآیند، به‌درستی طی نشود. در چنین شرایطی شاید بهترین کار این باشد که شرایط را برای رخداد وقایع شبیه‌سازی کنیم و رفتار متغیرها را در محیط‌های شبیه‌سازی شده بررسی نماییم. در چنین محیطی می‌توان متغیرهای جدید را وارد فرآیند کرد؛ می‌توان متغیرهای موجود و همبستگی میان آن‌ها را دست‌کاری کرد و اثر آن‌ها را بر متغیر موردنظر بررسی نمود؛ هم‌چنین می‌توان اثر بحران‌های مالی و رخدادهای غیرعادی را با تغییر متغیرهای کلیدی، مورد بررسی قرار داد.



شبیه‌سازی مونت کارلو^۱ چنین محیطی را در اختیار ما می‌گذارد. کاربرد این روش پیشرفته با افزایش پیچیدگی مدل‌های مالی در حال افزایش است. این تکنیک بسیار منعطف و قدرت‌مند است و جهت حل مسائل پیچیده بسیار کارآمد می‌باشد.

در این فصل قصد نداریم با تشریح نحوه عملکرد مولدهای اعداد تصادفی به جزئیات شبیه‌سازی مونت کارلو و روش‌های آن بپردازیم، بلکه تنها می‌خواهیم با آرایه چند مثال، موارد استفاده از این روش و همچنین توانمندی آن در اداره فرآیندهای پیچیده را به تصویر بکشیم.

تاریخچه شبیه‌سازی مونت کارلو

مونت کارلو نام شهری در ناحیه موناکو^۲ واقع در جنوب شرقی فرانسه است که به‌خاطر قمارخانه‌هایش بسیار معروف است. ظهور روش مونت کارلو اغلب به کار استانی سلو یولام^۳ ریاضی‌دان لهستانی برمی‌گردد که در طی جنگ جهانی دوم برای شرکت نومن^۴ در پروژه منهتن^۵ کار می‌کرد. یولام در سال ۱۹۵۱ به همراه ادوارد تله^۶ بمب هیدروژنی را طراحی کرد. وی بیشتر شهرت خود را به همین دلیل کسب کرده است. یولام در سال ۱۹۴۶ به هنگامی که در مورد احتمال برد بازی ورق تعمق می‌کرد، فکر استفاده از روشی را که بعداً مونت کارلو نامیده شد، در ذهن پروراند. بعد از تلاش برای حل این مسأله از طریق محاسبات ترکیبی، به فکر افتاد که اگر چندین دست داشت می‌توانست بازی را به کرات انجام دهد و فراوانی بردها را عیناً ملاحظه نماید. این اندیشه او را بر آن داشت تا مسائل مربوط به انتشار نوترون و دیگر سؤالات مربوط به ریاضیات فیزیک را به شکلی مورد ملاحظه قرار دهد که بر اساس توالی عملکردهای تصادفی قابل‌تعبیر باشد.

امروزه از مونت کارلو به‌عنوان روشی یاد می‌شود که دربرگیرنده هر تکنیک نمونه‌برداری آماری جهت آرایه تقریبی از پاسخ‌های مسائل کمی است. یولام نمونه‌برداری آماری را کشف نکرد. این کار قبلاً برای حل مسائل کمی از طریق فرآیندهای فیزیکی مانند پرتاب

1. Monte Carlo Simulation (MCS)
2. Monaco
3. Stanislaw Ulam
4. Neumann
5. Manhattan project
6. Edward Teller

تاس یا برداشت کارت مورد استفاده قرار می‌گرفت. در واقع کمک یولام به علم، تشخیص امکان استفاده از رایانه‌های الکترونیکی جدید برای خودکارسازی نمونه‌برداری بود. ادامه همکاری‌های او با نومن و نیکلاس متروپولیس^۱ به توسعه الگوریتم‌های رایانه‌ای و نیز بسط ابزار تبدیل مسائل غیرتصادفی به شکلی تصادفی منجر گردید که باعث تسهیل حل آن‌ها از طریق نمونه‌برداری آماری می‌شد. این کار، نمونه‌برداری آماری را از یک امر مهجور در ریاضی به یک متدولوژی رسمی مبدل نمود که برای طیف وسیعی از مسائل قابل کاربرد است. شرکت متروپولیس این متدولوژی جدید را مونت کارلو نام نهاد. در سال ۱۹۴۹ یولام و متروپولیس اولین مقاله را در زمینه روش مونت کارلو در مجله انجمن آماری آمریکا به انتشار رساندند.^۲

در زمینه علم مالی، شبیه‌سازی مونت کارلو از سال ۱۹۷۰ برای قیمت‌گذاری اوراق مشتقه و برآورد نسبت‌های پوشش یونانی^۳ مورد استفاده قرار گرفت. در حال حاضر استفاده از این روش‌ها در جهت تخمین Var و دیگر سنج‌های ریسک مالی توسعه یافته است.

فرآیند شبیه‌سازی مونت کارلو

ایده شبیه‌سازی مونت کارلو، شبیه‌سازی مکرر فرآیند تصادفی حاکم بر قیمت و یا بازده ابزار مالی مورد نظر می‌باشد. مثلاً، اگر به دنبال تخمین Var هستیم، هر شبیه‌سازی، ارزش احتمالی سبد دارایی را در پایان دوره نگهداری در اختیارمان قرار می‌دهد. اگر تعداد کافی از این شبیه‌سازی‌ها در اختیار داشته باشیم، توزیع شبیه‌سازی شده ارزش‌های سبد دارایی به توزیع صحیح ولی ناشناخته سبد نزدیک خواهد شد و می‌توانیم از این توزیع برای استنباط Var و یا سایر سنج‌های ریسک استفاده کنیم.

فرآیند شبیه‌سازی شامل چندین مرحله است. اولین مرحله، تعیین فرآیندهای تصادفی است که بر اساس آن نحوه شکل‌گیری متغیر مورد نظر تشریح می‌شود. یعنی، مرحله اول شامل انتخاب مدلی برای متغیر یا متغیرهای تصادفی مورد نظر می‌باشد. این مدل، معادل تابع نگاشت سبد دارایی در فرآیند محاسبه Var است. (به فصل دوم مراجعه کنید).

-
1. Nicholas Metropolis
 2. Metropolis and Ulam (1949).
 3. Greek hedge ratios



در مرحله دوم به هر کدام از عوامل کلیدی ریسک موجود در تابع نگاشت، یک توزیع آماری متناسب می‌شود و پارامترهای آن‌ها یعنی تلاطم‌ها، همبستگی‌ها و غیره بر اساس قضاوت‌هایمان یا داده‌های تاریخی و یا داده‌های جاری بازار برآورد می‌گردد. این مرحله متناظر با فرآیند استنباط است.

این دو مرحله ورودی‌های شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. بنابراین، شبیه‌سازی مونت کارلو در رابطه با تعیین فرآیندهای تصادفی و یا برآورد پارامترها، مستقیماً هیچ کمکی ارائه نمی‌دهد.

در مرحله سوم، مسیرهای شبیه‌سازی شده^۱ برای متغیرهای تصادفی را ایجاد می‌نماییم. بدین ترتیب هر مجموعه از اعداد تصادفی، مجموعه‌ای از قیمت‌های پایانی فرضی را برای ابزار مالی موجود در سبد دارایی تولید می‌نماید.

سپس این شبیه‌سازی‌ها را به اندازه کافی تکرار می‌کنیم تا مطمئن شویم که توزیع شبیه‌سازی شده به اندازه کافی به توزیع صحیح و ناشناخته ارزش‌های سبد دارایی نزدیک می‌باشد. سرانجام می‌توانیم Var یا سایر سنج‌های ریسک را از این توزیع نماینده استخراج کنیم.

روش‌های تحلیلی^۲ در مقابل شبیه‌سازی مونت کارلو

روش مونت کارلو را تقریباً می‌توان برای حل مسائلی با هر درجه‌ای از پیچیدگی مورد استفاده قرار داد. همچنین به راحتی می‌توان عواملی مانند وابستگی مسیر^۳، دنباله‌های ضخیم، غیرخطی بودن و غیره را که دیگر رویکردها در مواجهه با آن‌ها با مشکل مواجه می‌شوند، به راحتی اداره نمود. رویکردهای شبیه‌سازی در عمل برای حل مسائل چندبعدی مفید است. این مسائل شامل موقعیت‌هایی است که نتایج به بیش از یک عامل ریسک بستگی دارد. عموماً شبیه‌سازی مونت کارلو زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که روش‌های تحلیلی در دسترس نیست و یا به قدری پیچیده است که با استفاده از این روش می‌توان به راه‌حلی ساده‌تر دست یافت. به‌طور کلی می‌توان گفت که با افزایش پیچیدگی و یا ابعاد مسائل، جذابیت این رویکردها نیز افزایش می‌یابد.

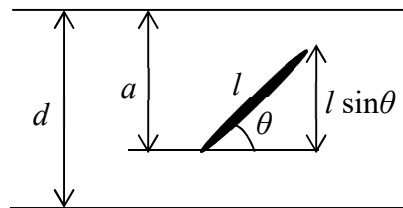
1. simulated paths
2. analytical methods
3. path dependency

به هر حال زمانی که استفاده از رویکردهای ساده‌تر کفایت می‌کند، هیچ دلیلی برای استفاده از چنین روش قدرتمندی وجود ندارد. هیچ دلیلی وجود ندارد که برای شکستن گردو از پتک استفاده کنیم. بنابراین، اگر به دنبال قیمت‌گذاری یک اختیار خرید بلک- شولز هستیم، هیچ دلیلی برای استفاده از روش‌های شبیه‌سازی وجود ندارد، چراکه می‌توانیم این مسأله را به سادگی از طریق معادله قیمت‌گذاری بلک- شولز حل کنیم. به طور مشابه، برای تخمین ارزش در معرض ریسک نرمال می‌توانیم از رابطه آن استفاده کنیم و در این مورد نیز هیچ دلیلی برای استفاده از روش شبیه‌سازی وجود ندارد. بنابراین، تنها به‌هنگام مواجهه با موقعیت‌های پیچیده که چنین راه‌حل‌های ساده‌ای جوابگو نیست، از روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده می‌کنیم.

در این جا برای کسب دیدگاهی راجع به روش مونت‌کارلو مثالی ارائه می‌کنیم.

مثال (۹-۱): تقریب عدد π

بیش از ۲۰۰ سال پیش از آنکه متروپولیس روش مونت‌کارلو را معرفی نماید، جرج- لوئیس لکلرس^۱ مسائلی متعددی را به دانشگاه علوم در پاریس عرضه کرد. یکی از این مسائل به این شرح می‌باشد: اگر سوزنی به طول l به‌طور تصادفی در وسط سطحی افقی بیافتد که دارای خطوطی موازی به فواصل l است، با توجه به شرط $d > l$ ، احتمال این‌که سوزن یکی از خطوط را قطع کند چقدر است؟ امروزه این مسأله با عنوان سوزن بوفن^۲ معروف است. برای حل این مسأله به نمودار زیر توجه کنید.



نمودار (۹-۱): وضعیت سوزن نسبت به خطوط موازی

1. George-Louis Leclerc
2. Buffon needle

و وضعیت سوزن نسبت به خط مجاور با یک بردار تصادفی با اعضای $a \in [0, d]$ و $\theta \in [0, \pi]$ تشریح می‌گردد. این بردار تصادفی (a, θ) در ناحیه $[0, d] \times [0, \pi]$ دارای توزیع یکنواخت می‌باشد. بدین ترتیب تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi(a, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi d} & (a, \theta) \in [0, d] \times [0, \pi] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1-9)$$

را به عنوان متغیر تصادفی برای تعداد خطوط قطع شده در یک پرتاب سوزن در نظر می‌گیریم. اگر $d > l$ ، تنها و تنها زمانی یک خط قطع می‌شود که $a < l \sin \theta$ باشد. بنابراین، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Pr(X = 1) &= \int_0^{\pi} \int_0^{l \sin \theta} \phi(a, d) da d\theta \quad (2-9) \\ &= \int_0^{\pi} \int_0^{l \sin \theta} \frac{1}{\pi d} da d\theta \end{aligned}$$

پیر-سایمون لاپلاس^۱ در این مسأله یک سرگرمی پیدا کرد. تصور کنید که آزمایش بوفن با m پرتاب سوزن انجام شود. تعداد مواردی را که یک خط توسط سوزن قطع می‌شود، C در نظر بگیرید. بنابراین، خواهیم داشت:

$$\Pr(X = 1) = E\left(\frac{C}{m}\right) \quad (3-9)$$

بنابراین، نسبت C/m برآوردکننده بدون تورش $\Pr(X = 1)$ است. جایگذاری این نسبت در رابطه (۲-۹) برآوردکننده‌ای برای π در اختیارمان قرار می‌دهد:

1. Pierre-Simon Laplace

$$\pi = \frac{m}{\pi} \left(\frac{2l}{\pi} \right) \quad (4-9)$$

در سال ۱۹۶۴ کاپیتان او. سی. فکس^۱ این آزمایش را در سه مرحله انجام داد در هر مرحله طول سوزن و فاصله خطوط را تغییر داد و حتی از سطوح گردان استفاده نمود. نتایج آزمایش او در جدول زیر نشان داده شده است:

تعداد پرتاب (m)	تعداد برخورد (C)	طول سوزن (l)	فاصله خطوط (d)	سطح	تقریب π
۵۰۰	۲۳۶	۳	۴	ثابت	۳/۱۷۸۰
۵۳۰	۲۵۳	۳	۴	گردان	۳/۱۴۲۳
۵۹۰	۹۳۹	۵	۲	گردان	۳/۱۴۱۶

جدول (۹-۱): نتایج آزمایش‌های فکس برای پرتاب سوزن

نتایج فکس نمایانگر دو مبحث مهم برای روش مونت کارلو می‌باشد:

۱. بعد از دستیابی به تقریبی ضعیف برای π در آزمایش اول، فکس آزمایش بعدی را با به‌کارگیری سطح گردان بهبود بخشید. وی این کار را انجام داد تا تورش‌های ناشی از موقعیت او در حین پرتاب سوزن را از بین ببرد. بدین ترتیب تقریب وی در این آزمایش به‌نحو قابل‌ملاحظه‌ای بهبود یافت. برای شبیه‌سازی مونت کارلو در رایانه نیز تورش باید از میان برود. البته، با این تفاوت که در رایانه تورش بر اثر مولد اعداد تصادفی ایجاد می‌شود.

۲. فکس در آزمایش سوم از یک سوزن ۵ اینچی استفاده نمود و فاصله میان خطوط را تنها ۲ اینچ تعیین کرد. در این حالت ممکن است سوزن سه خط را در یک پرتاب قطع کند. در ۵۹۰ پرتاب فکس ۹۳۹ خط قطع‌شده را مشاهده کرد. این کار مستلزم اندکی تلاش بیشتر نسبت به دو آزمایش قبلی بود، اما تقریب بهتری را برای π به‌همراه داشت. این نوآوری فکس پیش‌درآمدی بر فنون کاهش واریانس^۲ امروزی به‌حساب می‌آید.

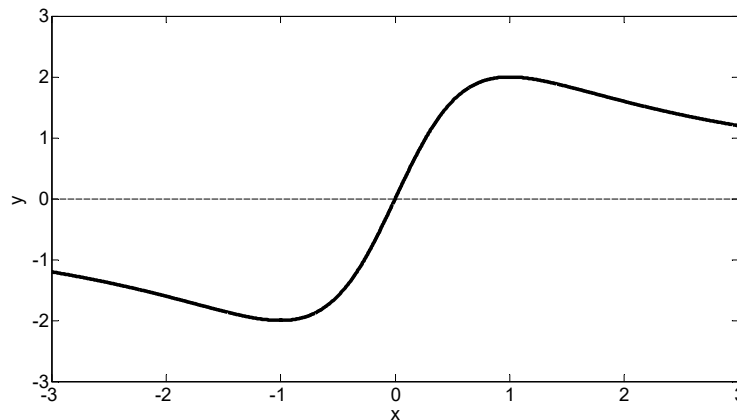
برای درک بیشتر روش شبیه‌سازی مونت کارلو مثال دیگری ارائه می‌نمایم:
مثال (۹-۲): تخمین انحراف معیار

1. Captain O. C. Fox
2 variance reduction techniques

فرض کنید X متغیری تصادفی است که دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک می‌باشد. حال تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 5} \quad (۵-۹)$$

نمودار این تابع به شکل زیر است.



نمودار (۵-۹): نمودار تابع f

ما از این تابع برای تعریف یک متغیر تصادفی جدید استفاده می‌کنیم:

$$Y = f(X) \quad (۶-۹)$$

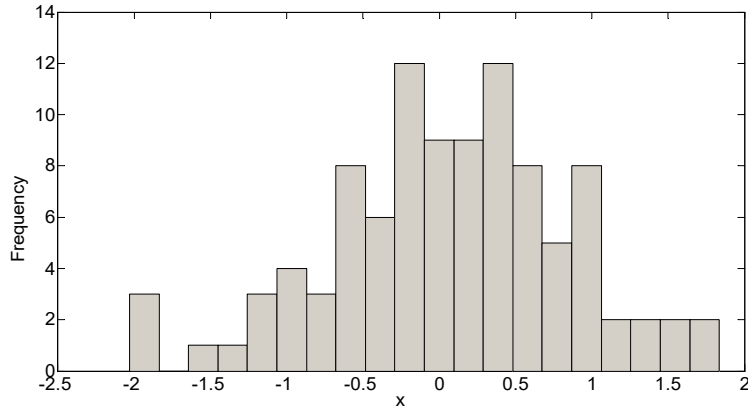
با وجود این که X نامحدود است، بر اساس نمودار (۵-۹)، Y محدود است و بنابراین میانگین آن موجود می‌باشد. همچنین مشخص است که Y متقارن می‌باشد. بر این اساس و نیز با توجه به تقارن توزیع نرمال استاندارد نتیجه می‌گیریم که میانگین Y برابر صفر است. از آنجا که Y محدود است، واریانس آن نیز باید موجود باشد. به‌دست آوردن این واریانس از راه تحلیلی مشکل است، اما به‌راحتی می‌توانیم با روش مونت کارلو تقریبی از آن به‌دست آوریم. برای این کار نمونه‌ای را برای X تعریف می‌کنیم:

$$\{X_1, X_2, \dots, X_{100}\}$$

و به‌طور تصادفی اعدادی را برای این نمونه استخراج می‌کنیم:

$$\{x_1, x_2, \dots, x_{100}\}$$

هیستوگرام این اعداد را در نمودار زیر مشاهده می‌کنید.

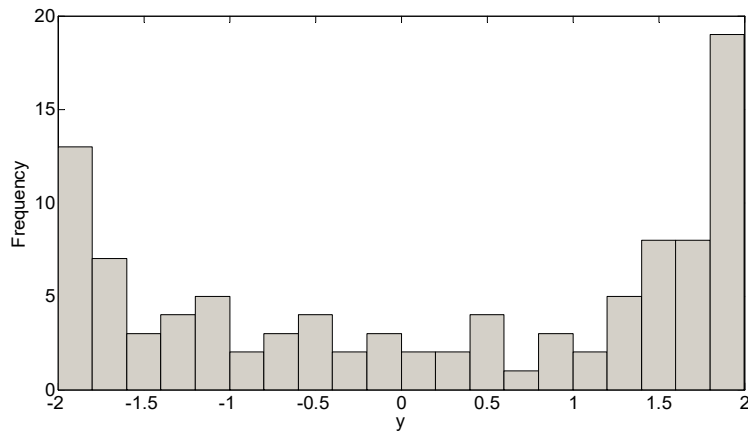


نمودار (۹-۳): هیستوگرام اعداد تصادفی تحقق‌یافته برای متغیر X

ارزش متناظر هر x_i را برای y محاسبه می‌کنیم:

$$y_k = f(x_k) \quad (9-7)$$

نتایج شامل اعداد استخراج‌شده $\{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ برای نمونه $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_k\}$ می‌باشد. این اعداد در نمودار زیر ارائه شده است.



نمودار (۹-۴): هیستوگرام اعداد تحقق‌یافته متغیر Y بر اساس تابع f

حال از برآوردکننده واریانس نمونه برای تخمین واریانس Y استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\sigma}^2(Y) = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^n (y_k - \mu)^2 = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} y_k^2 = 2.47$$

کاربرد شبیه‌سازی مونت کارلو در مالی

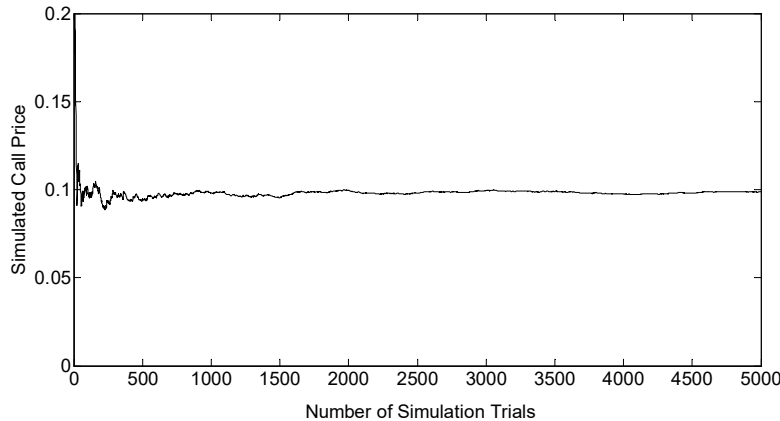
در این جا با ارایه دو کاربرد ساده شبیه‌سازی مونت کارلو در قیمت‌گذاری اوراق بهادار و برآورد ریسک این فصل را به پایان می‌رسانیم.

یکی از کاربردهای مالی شبیه‌سازی مونت کارلو، قیمت‌گذاری اوراق مشتقه است. برای انجام چنین کاری، مسیرهای نمونه^۱ برای قیمت دارایی تعهد شده مثلاً قیمت سهام (S) در جهانی بی‌تفاوت نسبت به ریسک شبیه‌سازی می‌گردد. عموماً فرآیند حرکت برآونی هندسی برای تحركات قیمت دارایی تعهد شده در نظر گرفته می‌شود و بازده موردانتظار (μ) برابر با نرخ بازده بدون ریسک (r_f) تعیین می‌شود. سپس پیامد نقدی حاصل از نگهداری ورق مشتقه در انتهای هر مسیر محاسبه می‌شود. مثلاً، پیامد حاصل از اختیار خرید استاندارد بلک-شولز با قیمت توافقی X برابر با $\max[(S_T - X), 0]$ می‌باشد که S_T قیمت پایانی سهم می‌باشد. این کار را به تعداد زیادی (M بار) تکرار می‌کنیم و میانگین نمونه پیامدهای حاصل از قیمت ورق مشتقه را محاسبه کرده و آن را جهت دستیابی به قیمت مشتقه براساس نرخ بازده بدون ریسک تنزیل می‌کنیم.

مثال (۳-۹): قیمت‌گذاری اختیار خرید استاندارد

می‌خواهیم از روشی که تشریح شد برای قیمت‌گذاری یک اختیار خرید استاندارد بلک-شولز با $S_0 = X = 1$ ، $\mu = r_f = 0$ ، $\sigma = 0.25$ و سررسید ۱ سال استفاده کنیم. در این مثال برای M ، اعدادی از ۱ تا ۵۰۰۰ در نظر می‌گیریم. نتایج در نمودار (۵-۹) ارایه شده است.

1. sample paths

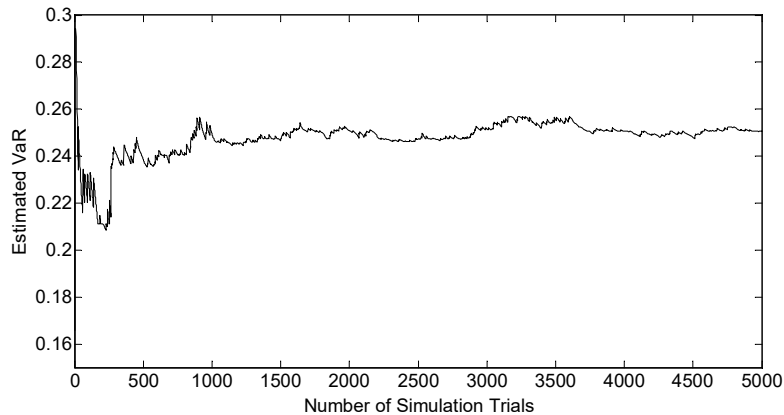


نمودار (۹-۵): شبیه‌سازی قیمت اختیار خرید استاندارد

این نمودار نشان می‌دهد که قیمت شبیه‌سازی شدهٔ اختیار خرید در ابتدا بی‌ثبات است، اما به آرامی به سمت قیمت درست اختیار خرید بر اساس رابطهٔ بلک-شولز نزدیک می‌شود. قیمت درست این اختیار خرید ۰/۰۹۹۵ است. این نمودار همچنین نشان می‌دهد که برای دستیابی به نتایج دقیق به تعداد نسبتاً زیادی تکرار نیاز مندیم. دیگر کاربرد متداول شبیه‌سازی مونت کارلو، برآورد سنج‌های ریسک است. این روش تصویری از توزیع احتمال بازدهٔ سبد دارایی فراهم می‌آورد. با در اختیار داشتن این توزیع محاسبه سنج‌های ریسک کار ساده‌ای است. برای درک بیشتر این موضوع مثالی ارائه می‌کنیم.

مثال (۹-۴): ارزش در معرض ریسک اختیار خرید

فرض کنید یک دلار در اختیار خرید استاندارد بلک-شولز با مشخصات $X = 0.5$ ، $S_0 = 1$ ، $r_f = 0$ ، $\mu = 0$ ، $\sigma = 0.25$ سرمایه‌گذاری کرده‌اید. می‌خواهیم در سطح اطمینان ۹۵٪ و دورهٔ نگهداری ۵ روزه، ارزش در معرض ریسک این موقعیت را به تعداد ۱ تا ۵۰۰۰ بار شبیه‌سازی کنیم. نتایج این شبیه‌سازی در نمودار (۹-۶) ارائه شده است. این نمودار نشان می‌دهد که ارزش در معرض ریسک شبیه‌سازی شده در ابتدا بی‌ثبات می‌باشد، اما به آرامی به سمت مقدار صحیح آن یعنی ۰/۲۴۵ هم‌گرا می‌شود.



نمودار (۹-۶): شبیه‌سازی ارزش در معرض ریسک اختیار خرید

این نمودار هم‌چنین متذکر می‌شود که جهت دستیابی به نتایجی دقیق نسبت به مثال قبل به تعداد تکرارهای بیشتری نیازمندیم. در واقع در تخمین سنج‌های ریسک نسبت به قیمت‌گذاری اختیار معامله، برای دستیابی به هر سطح معینی از دقت، به تعداد تکرار بیشتری نیاز است. این مسأله بدیهی به نظر می‌رسد، چراکه در قیمت‌گذاری اختیار معامله، برآورد میانگین پیامدها (میانگین توزیع) مدنظر است، در حالی که سنج‌های ریسک درگیر برآورد دنباله توزیع سود/زیان می‌باشند و می‌دانیم که تخمین‌های میانگین نسبت به تخمین‌های مربوط به صدک‌های دنباله برای هر نمونه‌ای با اندازه معین از دقت بیشتری برخوردارند. این رویکرد را می‌توان برای تخمین دیگر سنج‌های ریسک مالی توسعه داد. بدین ترتیب که ابتدا یک توزیع سود/زیان شبیه‌سازی شده تولید می‌نماییم و سپس ریسک را بر اساس سنج موردنظر تشریح می‌کنیم.

مزایا و معایب شبیه‌سازی مونت کارلو

شبیه‌سازی مونت کارلو دارای مزایایی به شرح زیر است:

- کاربرد آن پس از توسعه برنامه رایانه‌ای آسان است و نرم‌افزارهای زیادی در این زمینه موجود است.

- برخلاف رویکردهای تحلیلی یا رویکردهایی که راه‌حل‌های بسته ارائه می‌دهند، می‌توان فرآیندهای تصادفی پیشرفته‌تر از حرکت هندسی برآونی را در آن جای داد.
- هیچ مسأله‌ای برای اداره عوامل ریسک چندگانه^۱، همبستگی‌ها و دنباله‌های ضخیم وجود ندارد.
- تعدیل و بهبود روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو آسان است.
- برخلاف بسیاری از رویکردهای تحلیلی، هیچ مسأله‌ای در رابطه با پیچیدگی‌های وابستگی مسیر وجود ندارد.
- می‌توان از آن برای سبدهایی با ابزار ناهمگن و یا پیچیده مانند مشتقه‌های اعتباری^۲، اوراق بهادار با پشتوانه وام‌های رهنی^۳ و غیره استفاده کرد.
- روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو را می‌توان به طرز قابل ملاحظه‌ای برای افزایش دقت یا کاهش زمان محاسبه، پالایش کرد.
- این روش‌ها شاخص‌هایی از دقت نتایج در اختیار می‌گذارد. همچنین برآورد فواصل اطمینان بر اساس آن‌ها بسیار ساده است.
- به راحتی می‌توان دقت نتایج را با افزایش تعداد تکرارها (شبیه‌سازی‌ها) افزایش داد.

برخی از معایب رویکرد شبیه‌سازی مونت کارلو عبارت است از:

- به خاطر تعداد محاسبات زیاد ممکن است بسیار کند باشد. خصوصاً زمانی که با تعداد زیادی عامل ریسک سروکار داریم.
- در برخورد با مسائلی که ابعاد کمی دارند، نسبت به روش‌های تحلیلی از کارایی کمتری برخوردار است.
- گاهی اوقات درک آن‌ها مشکل است و اغلب برای کاربرد به مهارت‌های برنامه‌نویسی نیاز است.

-
1. multiple risk factors
 2. credit derivatives
 3. mortgage-backed securities (MBS)

نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی مونت کارلو رویکردی قدرتمند و کارآمد جهت حل مسائلی با درجه پیچیدگی بالاست. با وجود برخی معایب شبیه‌سازی مونت کارلو، دلایلی خوبی برای فراگیر شدن استفاده از این روش در آینده وجود دارد. روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو متکی به قدرت محاسباتی بالاست و هزینه‌های فن‌آوری اطلاعات نیز سالانه با نرخ ۲۵ تا ۳۰ درصد در حال کاهش است و در عین حال، روش‌های محاسباتی حتی با سرعت بیشتری در حال بهبود است. می‌توان انتظار داشت که این روند در آینده نیز ادامه داشته باشد و در نتیجه روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو در نرم‌افزارهایی قابل‌فهم‌تر و از طریق رایانه‌هایی با سرعت بالاتر، قابل اجرا خواهد شد.

منابع

۱. مریم کریمی (۱۳۸۶)، پایان‌نامه: بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر در بورس اوراق بهادار تهران، دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی دانشگاه الزهراء، استاد راهنما: دکتر شاپور محمدی.
۲. مهرداد یوسفیان (۱۳۷۷)، پایان‌نامه: بررسی امکان استفاده از فنون جدید بودجه‌بندی سرمایه‌ای، دانشکده معارف اسلامی و مدیریت دانشگاه امام صادق، استاد راهنما: دکتر حسین عبده تبریزی.
3. Cvitanic, J and Zapatero, F. (2004), *Economics and Mathematics of Financial Markets*, MIT press, Cambridge, MA, USA.
4. Dowd, K. *Measuring Market Risk* (2005), John Wiley & Sons Ltd. Second Edition.
5. Holton G. A. (2004), *Value-at-Risk: Theory and Practice*, Academic Press.



6. Metroplis, N. and Ulam, S. (1949), "The Monte Carlo method" *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 44, No. 247, pp. 335-341.



فصل دهم

تجزیه ریسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس



بازنشر :

مقدمه

پس از اندازه‌گیری ریسک سبد دارایی با پرسش مهمی مواجه می‌شویم و آن این‌که چگونه سبد دارایی را در طول زمان و جهت دستیابی به سطح ریسک موردنظر اداره کنیم. پاسخ به این پرسش مستلزم شناسایی نقش اجزای سبد در ریسک کل آن است. یعنی باید بدانیم که تغییر موجودی هر کدام از دارایی‌ها به چه میزان ریسک کل سبد دارایی را تغییر می‌دهد و نیز در حال حاضر هر کدام از اجزای سبد چه سهمی در ریسک کل آن دارد. پاسخ به این سؤالات مستلزم تجزیه ریسک^۱ است. در این فصل به تجزیه ریسک می‌پردازیم.

ریسک‌های افزایشی^۲ و اجزاء^۳

ریسک افزایشی شامل تغییرات در ریسک به ازای تغییر برخی از موقعیت‌های سبد دارایی است. مثلاً، ممکن است در جستجوی این باشیم که ارزش در معرض ریسک به ازای افزایش یک سهم جدید به سبد چه تغییری می‌کند. بنابراین، ارزش در معرض ریسک افزایشی^۴ همان تغییر در VaR به ازای اضافه شدن یک موقعیت جدید به سبد است.

-
1. risk decomposition
 2. incremental risks
 3. component risks
 4. incremental VaR (IVaR)



ریسک‌های اجزاء شامل ریسک هرکدام از اجزای سبد دارایی است که در مجموع ریسک کل را می‌سازد. به‌عنوان مثال، ارزش در معرض ریسک یک سبد سهام قابل تجزیه به ارزش در معرض ریسک دارایی‌های موجود در آن است که به آن ارزش در معرض ریسک اجزاء^۱ می‌گویند.

ریسک‌های افزایشی و اجزاء، ابزارهایی بسیار مفید در مدیریت ریسک محسوب می‌شوند. گزارش‌های مربوط به تجزیه ریسک، در جهت ایجاد بینشی نسبت به ریسک سبد دارایی‌ها کمک می‌کند و نیز در جهت شناسایی منابع افزایش ریسک، منابع کاهش ریسک و کشف پوشش‌های طبیعی^۲ بسیار مفید است. این ابزارها اطلاعاتی را فراهم می‌آورد که می‌توان در جهت انتخاب نوع و نحوه پوشش ریسک، اخذ تصمیمات سرمایه‌گذاری، اطلاع‌رسانی و افشای ریسک و دیگر اهداف مدیریت ریسک استفاده نمود.

ارزش در معرض ریسک افزایشی

اگر ارزش در معرض ریسک نشانگر ریسک یک سبد دارایی باشد، ارزش در معرض ریسک افزایشی گویای چگونگی تغییر ریسک این سبد به ازای تغییر سبد دارایی است. به‌طور دقیق‌تر ارزش در معرض ریسک افزایشی، تغییر ارزش در معرض ریسک سبد دارایی به هنگام افزایش یک موقعیت جدید به آن است. سه حالت مهم برای این‌گونه تغییرات وجود دارد:

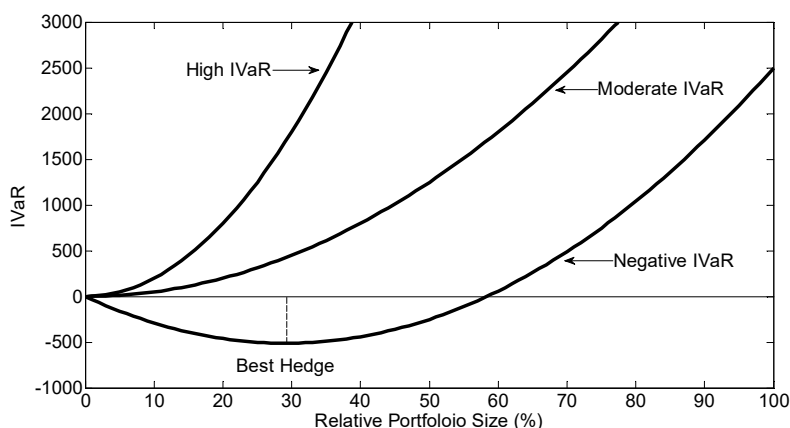
۱. ارزش در معرض ریسک افزایشی بزرگ: ارزش در معرض ریسک افزایشی بزرگ و مثبت بدین معنی است که موقعیت‌های جدید، مقادیر قابل ملاحظه‌ای را به ریسک سبد دارایی‌ها می‌افزایند. عموماً در این حالت نه تنها مقدار ارزش در معرض ریسک افزایشی با افزایش اندازه موقعیت رشد می‌کند بلکه این رشد همراه با یک نرخ افزایشی است. با اندکی تأمل، دلیل این نرخ افزایشی آشکار می‌شود. همگام با افزایش نسبی اندازه موقعیت جدید، علاوه بر این که ارزش در معرض ریسک افزایشی سبد به‌خاطر اثر اندازه افزایش می‌یابد، بلکه این موقعیت جدید به خودی خود بر افزایش ارزش در معرض ریسک سبد جدید نیز مؤثر است.

-
1. component VaR (CVaR)
 2. natural hedges

چراکه اثرات تنوع‌بخشی را از میان می‌برد و در نتیجه ارزش در معرض ریسک افزایشی باز هم افزایش می‌یابد.

۲. ارزش در معرض ریسک افزایشی متوسط: ارزش در معرض ریسک افزایشی متوسط و مثبت بدین معنی است که موقعیت‌های جدید به اندازه متوسطی به ریسک سبب دارایی‌ها می‌افزایند. در این حالت نیز عموماً ارزش در معرض ریسک افزایشی به ازای اندازه نسبی موقعیت با یک نرخ افزایشی رشد می‌کند.

۳. ارزش در معرض ریسک افزایشی منفی: ارزش در معرض ریسک افزایشی منفی بدین معنی است که موقعیت‌های جدید، ارزش در معرض ریسک کل سبب دارایی را می‌کاهند. یعنی موقعیت‌های جدید یک پوشش طبیعی در سبب موجود فراهم می‌آورند. با این حال با افزایش اندازه نسبی موقعیت جدید، در نهایت ارزش در معرض ریسک افزایشی شروع به افزایش می‌کند. در این حالت ارزش در معرض ریسک افزایشی شکلی مشابه پایین‌ترین منحنی نمودار (۱-۱۰) به خود می‌گیرد؛ یعنی ابتدا کاهش می‌یابد، سپس به یک نقطه حداقل می‌رسد و سرانجام افزایش می‌یابد.



نمودار (۱-۱۰): تغییرات ارزش در معرض ریسک افزایشی با توجه به افزایش اندازه موقعیت‌ها

بنابراین، در حالت اخیر هر موقعیت تنها در یک محدوده خاص از اندازه‌های نسبی، باعث پوشش ریسک سبب می‌گردد و با افزایش اندازه موقعیت، پوشش حاصله از بین می‌رود.

نقطه‌ای که در آن اثر پوشش بی‌شینه می‌شود، به‌عنوان بهترین پوشش^۱ نامیده می‌شود و جهت مدیریت ریسک سبد دارایی یک نقطه مرجع محسوب می‌گردد.

برآورد ارزش در معرض ریسک افزایشی

دو روش مهم جهت برآورد ارزش در معرض ریسک افزایشی وجود دارد. رویکرد قبل و بعد و رویکرد تحلیلی. در ادامه به تشریح هر کدام از این رویکردها می‌پردازیم.

رویکرد قبل و بعد^۲

ساده‌ترین و دقیق‌ترین راه برای تخمین ارزش در معرض ریسک افزایشی، رویکرد قبل و بعد است. برای برآورد $IVaR$ کار را با سبد دارایی فعلی شروع می‌کنیم. ابتدا موجودی دارایی‌های سبد فعلی یعنی p را تعیین و سپس ارزش در معرض ریسک این سبد یعنی $VaR(p)$ را محاسبه می‌کنیم. سپس معامله مورد نظر یعنی a را انتخاب می‌کنیم و یک سبد فرضی بر اساس انجام این معامله می‌سازیم. موجودی دارایی‌های سبد فرضی یعنی $p + a$ را نیز تعیین و ارزش در معرض ریسک آن یعنی $VaR(p + a)$ را محاسبه می‌کنیم. بدین ترتیب ارزش در معرض ریسک افزایشی مربوط به معامله a یعنی $IVaR(a)$ را از طریق اختلاف بین این دو ارزش در معرض ریسک برآورد می‌نماییم:

$$IVaR(a) = VaR(p + a) - VaR(p) \quad (1-10)$$

متأسفانه رویکرد قبل و بعد ایراد مشخصی دارد. اگر موقعیت‌های سبد دارایی متنوع و مختلف باشد، خصوصاً اگر گزینه‌های زیادی روبروی ما باشد و یا ارزش در معرض ریسک سبد دارایی غیرخطی باشد، محاسبه ارزش در معرض ریسک سبد فعلی و فرضی وقت زیادی می‌طلبد. بسیاری از مؤسسات مالی هزاران موقعیت مختلف در سبد دارایی خود دارند و ارزیابی مجدد ارزش در معرض ریسک می‌تواند فرآیندی وقت‌گیر باشد. به همین دلیل برآورد $IVaR$ با استفاده از رویکرد قبل و بعد، استفاده محدودی دارد.

-
1. best hedge
 2. before and after approach

رویکرد تحلیلی^۱

برای کاهش بار محاسباتی، روشی توسط گارمن پیشنهاد شد.^۲ او پیشنهاد کرد که با استفاده از تقریب سری تیلور^۳ و بر اساس ارزش‌های در معرض ریسک نهایی^۴ برآورد شود. دوباره فرض می‌کنیم که یک سبد دارایی با عنوان p داریم و می‌خواهیم ارزش در معرض ریسک افزایشی مربوط به اضافه شدن موقعیت جدید a را تخمین بزنیم. کار را با شناسایی موقعیت‌های سبد فعلی برای n ابزار مالی موجود در آن آغاز می‌کنیم. بدین ترتیب سبد دارای برداری از اندازه‌نسبی موقعیت‌های موجود در آن است:

$$[w_1 \quad \dots \quad w_n] \quad (2-10)$$

که w_1 اندازه‌نسبی موقعیت ۱ است. بر این اساس، سبد جدید دارای بردار متناظری به ترتیب زیر است:

$$[w_1 + \Delta w_1 \quad \dots \quad w_n + \Delta w_n] \quad (3-10)$$

اگر a نسبت به p کوچک باشد، می‌توان ارزش در معرض ریسک سبد جدید یعنی $VaR(p+a)$ را با استفاده از تقریب مرتبه اول سری تیلور در حواشی $VaR(p)$ تقریب زد:

$$VaR(p+a) \approx VaR(p) + \sum_i^n \frac{\partial VaR}{\partial w_i} dw_i \quad (4-10)$$

$dw_i \approx \Delta w_i$

اگر تغییرات به اندازه کافی کوچک باشد، هر کدام از مشتقات جزئی سمت راست رابطه فوق به عنوان ارزش در معرض ریسک نهایی شناخته می‌شود. بنابراین، ارزش در معرض ریسک افزایشی مربوط به موقعیت a برابر است با مجموع ارزش‌های در معرض ریسک نهایی:

-
1. analytical approach
 2. Garman (1996a,b,c,d)
 3. Taylor series approximation
 4. marginal VaRs

$$IVaR(a) = VaR(p + a) - VaR(a) \approx \sum_i^n \frac{\partial VaR}{\partial w_i} dw_i \quad (5-10)$$

می‌توان رابطه فوق را به صورت زیر نمایش داد:

$$IVaR(a) = \nabla VaR(p) dw \quad (6-10)$$

که dw ترانهاده بردار تغییرات در اندازه موقعیت‌هاست و $\nabla VaR(p)$ بردار $1 \times n$ مشتقات جزئی $VaR(p)$ نسبت به w_i است. این رابطه، تقریبی از ارزش در معرض ریسک افزایشی مرتبط با موقعیت a را با توجه به اطلاعات موجود در $\nabla VaR(p)$ و بردار dw به دست می‌دهد. dw را به راحتی می‌توان از اندازه نسبی موقعیت‌ها و $\nabla VaR(p)$ را می‌توان هم‌زمان با برآورد $VaR(p)$ به دست آورد. یعنی می‌توانیم $IVaR$ را تنها با استفاده از پارامترهای اولیه مربوط به سبد اصلی برآورد نمود و فقط داده‌های مربوط به dw مورد نیاز است. این روش بسیار مفید است، چراکه به ما امکان محاسبه تعداد بی‌شماری $IVaR(a)$ را می‌دهد.

فرآیند تخمین $IVaR$ با استفاده از روش گارمن آسان است. کار با شناسایی موقعیت‌های سبد آغاز می‌شود و از داده‌های بازار برای برآورد ارزش در معرض ریسک سبد و $\nabla VaR(p)$ استفاده می‌شود. توجه کنید که $\nabla VaR(p)$ تنها وابسته به سبد فعلی است و به گزینه‌های معامله بستگی ندارد. با داشتن ارزش در معرض ریسک سبد و بردار مشتقات جزئی، می‌توان هر معامله‌ای را انتخاب کرده و بردار تغییرات در موقعیت‌های نسبی را تعیین نمود. سرانجام ارزش در معرض ریسک افزایشی مربوط به آن معامله با استفاده از بردار تغییرات نسبی و بردار مشتقات جزئی برآورد می‌شود.

تنها سؤالی که باقی می‌ماند این است که چگونه $\nabla VaR(p)$ را برآورد کنیم. می‌توانیم جملات این بردار را با تقریب مناسبی تخمین بزنیم. برای انجام این کار ارزش در معرض ریسک را برای موجودی‌های w_i و $w_i + \Delta w_i$ محاسبه می‌کنیم. سپس از رابطه زیر استفاده می‌نماییم:

$$\frac{\partial VaR}{\partial w_i} \approx \frac{(VaR(p|w_i + \Delta w_i) - VaR(p|w_i))}{\Delta w_i} \quad (7-10)$$

که $VaR(p|w_i)$ ارزش در معرض ریسک سبد p با توجه به موجودی موقعیت i یعنی w_i است. $VaR(p|w_i + \Delta w_i)$ نیز ارزش در معرض ریسک سبد p و با توجه به موجودی جدید موقعیت i یعنی $w_i + \Delta w_i$ است.

برخی مواقع می‌توان $\nabla VaR(p)$ را به صورت جبری محاسبه نمود. مثلاً، اگر بازده دارای توزیع نرمال با میانگین μ و ماتریس واریانس-کوواریانس Σ باشد، خواهیم داشت:

$$\nabla VaR(p) = -p \left[\mu dw - \frac{\sum w z_{\alpha}}{\sqrt{1/\sigma^2}} \right]^{(1-10)}$$

رابطه فوق اجازه می‌دهد که $\nabla VaR(p)$ را با استفاده از اطلاعات مربوط به بردار موجودی‌های سبد فعلی (w) و سبد جدید (dw)، بردار قیمت دارایی (p)، بردار میانگین بازده دارایی (μ) و ماتریس واریانس-کوواریانس (Σ) محاسبه نمود. همه این‌ها موجود بوده و برای محاسبه VaR استخراج شده‌اند.

روش گارمن را می‌توان با تناوب روزانه مورد استفاده قرار داد. بدین ترتیب که در آغاز هر روز معاملاتی هم VaR و هم $\nabla VaR(p)$ را برای سبد موجود محاسبه می‌کنیم. سپس می‌توان بر اساس این تخمین‌های اولیه از VaR و $\nabla VaR(p)$ به برآوردهایی از $IVaR$ دست یافت. به یاد داریم که در روش قبل و بعد، هر تخمین از $IVaR$ نیاز به برآورد مجدد ارزش در معرض ریسک دارد. اما، در این جا با عدم برآورد مجدد ارزش در معرض ریسک در طی روز که کار پرزحمتی است، $IVaR$ با سرعت بسیار زیادی صورت برآورد می‌شود. تجربه نشان می‌دهد که این رویکرد اغلب اوقات برای بیشتر مؤسسات به خوبی کار می‌کند.

مثال (۱-۱۰): روش گارمن برای برآورد $IVaR$

فرض کنید ارزش بازار سبد دارایی مورد بررسی ۱۰۰،۰۰۰ تومان و شامل دو سهم ۱ و ۲ است. ارزش این دو سهم نسبت به ارزش کل سبد دارایی به ترتیب ۰/۷ و ۰/۳ است. بازده این دو دارایی دارای توزیع نرمال استاندارد چندمتغیره با ضریب همبستگی ρ است. می‌خواهیم ارزش در معرض ریسک افزایشی مربوط به یک خرید ۱،۰۰۰ تومانی از سهم ۱ را برآورد کنیم.

برای پاسخ به این سؤال، ابتدا باید مشتق جزئی ارزش در معرض ریسک را نسبت به هر دارایی محاسبه نماییم و برای انجام این کار باید پارامترهای $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ را در معادله ارزش در معرض ریسک چندمتغیره نرمال قرار دهیم:

$$\%VaR = (-\mathbf{w}\boldsymbol{\mu} + \sqrt{\mathbf{w}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w}^T} z_\alpha) \quad (9-10)$$

$$\%VaR = (w_1 \quad w_2) \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} z_\alpha$$

که w_1 و w_2 سهم نسبی دو دارایی از ارزش سبد است. حال مشتقات جزئی VaR نسبت به وزن هر سهم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\partial VaR}{\partial w_1} = 2(w_1 + \rho w_2) z_\alpha = 2(0.7 + 0.3\rho) z_\alpha = (1.4 + 0.6\rho) z_\alpha$$

$$\frac{\partial VaR}{\partial w_2} = 2(w_2 + \rho w_1) z_\alpha = 2(0.3 + 0.7\rho) z_\alpha = (0.6 + 1.4\rho) z_\alpha$$

خرید مقدار اضافی از سهم ۱، اوزان دو دارایی را به ترتیب زیر تغییر می‌دهد:

$$dw_1 = \frac{71000}{101000} - 0.7 \approx 0.003$$

$$dw_2 = \frac{30000}{101000} - 0.3 \approx -0.003$$

با جایگذاری مشتقات نسبی و تغییرات وزن‌ها خواهیم داشت:

$$\%IVaR \approx \frac{\partial VaR}{\partial w_1} dw_1 + \frac{\partial VaR}{\partial w_2} dw_2 = 0.8(1 - \rho)0.003 z_\alpha$$

توجه داشته باشید که چون محاسبات بر اساس بازده دارایی‌هاست، حاصل رابطه فوق $\%IVaR$ است. اگر ضریب همبستگی بازده‌های این دو دارایی برابر $0.4-$ باشد، در سطح اطمینان ۹۵ درصد، $\%IVaR$ تقریباً برابر است با:

$$\%IVaR \approx 0.8(1 + 0.4) \times 0.003 \times 1.645 = 0.0055$$

و حاصل‌ضرب $\%IVaR$ در ارزش اولیهٔ سبد دارایی، تقریبی از $IVaR$ به‌دست می‌دهد:

$$IVaR = 0.005 \times 100000 = 550$$

و این در حالی است که ارزش در معرض ریسک اولیهٔ سبد دارایی در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با:

$$\%VaR = (0.7^2 + 2 \times -0.4 \times 0.7 \times 0.3 + 0.3^2) \times 1.645 = 0.68$$

$$VaR = 0.68 \times 100000 = 68000$$

و این بدان معنی است که $IVaR$ ، تقریباً ۸٪ درصد ارزش در معرض ریسک اولیه است.

حال سبد دیگری را در نظر بگیرید که در آن وزن سهم ۱ برابر صفر و وزن سهم ۲، برابر یک است. اگر بقیه پارامترها مانند قبل باشد، $IVaR$ برابر است با:

$$\%IVaR = -0.02(1 + 0.4) \times 1.645 = -0.0461$$

$$IVaR = -0.0461 \times 100000 = -4610$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، اضافه‌شدن دارایی جدید به سبد، ارزش در معرض ریسک افزایشی منفی ایجاد می‌کند و این بدان معنی است که ارزش در معرض ریسک کاهش می‌یابد. این امر به‌علت اثرات تنوع‌بخشی می‌باشد.

معایب رویکرد گارمن

از آنجا که رویکرد گارمن تنها تقریب‌هایی از $IVaR$ به‌دست می‌دهد، بنابراین فقط در حد تقریب مناسب است. وقتی که موقعیت یا معامله مورد نظر نسبت به اندازهٔ سبد اولیه کوچک باشد، تقریب حاصل از این رویکرد رضایت‌بخش است و انتظار داریم که این رویکرد قابل اتکا باشد. با این وجود در دو حالت، این رویکرد از قابلیت اتکای کافی برخوردار نیست:

- اگر با معاملات بسیار بزرگی سروکار داشته باشیم، سری مرتبه اول تیلور، تقریب مناسبی از ارزش در معرض ریسک سبد جدید به دست نمی‌دهد و در این حالت تقریب $IVaR$ ممکن است دقت بالایی نداشته باشد.
- اگر تعداد زیادی معاملات کوچک داشته باشیم که در طول روز روی هم انباشته می‌شود، مجموع معاملات روزانه موجب می‌شود که ترکیب سبد در طول روز از آنچه که در آغاز روز بوده انحراف داشته باشد و متعاقباً ارزش در معرض ریسک و مشتقات جزئی آن برای دارائی‌های سبد قدیمی به طرز فزاینده‌ای شاخصی ضعیف از این مقادیر در سبد جدید خواهد بود. این مقادیر غیردقیق به تخمین‌های غیردقیق از $IVaR$ منجر می‌شود.

اهمیت این مسائل به شرایط بستگی دارد. به هر حال می‌توان تخمین‌های $IVaR$ را با افزایش توالی ارزیابی‌های مجدد سبد، افزایش داد. در این راستا می‌توان ارزش در معرض ریسک و مشتقات جزئی آن را بعد از انجام یک معامله بزرگ یا بعد از تعداد معینی از معاملات در طی دوره معاملاتی، تجدید ارزیابی کرد.

ارزش در معرض ریسک اجزاء

برای محاسبه ارزش در معرض ریسک اجزاء، ابتدا معیار تجزیه سبد دارایی‌ها را انتخاب می‌کنیم. می‌توان ارزش در معرض ریسک را بر اساس ابزار مالی موجود در سبد، طبقات دارایی^۱، میز معاملاتی و غیره به دست آورد. معیار تجزیه سبد هر چه که باشد، ارزش در معرض ریسک آن تابعی همگن و خطی از معیار تجزیه مورد نظر است. ویژگی‌های همگن بودن و خطی بودن به ما اجازه می‌دهد از قضیه اولر^۲ استفاده کنیم. مطابق این قضیه:

$$VaR = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial VaR}{\partial p_i} = \nabla VaR(p) \mathbf{w} \quad (10-10)$$

-
1. asset classes
 2. Euler theorem

اگر ارزش در معرض ریسک اجزاء برای « z_i » امین دارایی (ابزار مالی و یا معیار تجزیه) را با $CVaR_i$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$CVaR_i = w_i \frac{\partial VaR}{\partial z_i} \quad (11-10)$$

با جای‌گذاری رابطه فوق در رابطه (10-10) خواهیم داشت:

$$VaR = \sum_i^n CVaR_i \quad (12-10)$$

که نشانگر تجزیه ارزش در معرض ریسک به ارزش در معرض ریسک اجزاء سید است. نکته کلیدی $CVaR$ این است که ارزش در معرض ریسک اجزاء هر دارایی را بر اساس اندازه هر موقعیت (یعنی w_i) و ارزش در معرض ریسک نهایی و یا همان مشتق مرتبه اول ارزش در معرض ریسک نسبت به w_i تشریح می‌کند. ارزش در معرض ریسک اجزاء، ایده خوبی راجع به نحوه توزیع ریسک در سید دارایی‌ها به دست می‌دهد و تمام عوامل مهم ریسک و نیز همبستگی‌ها را در نظر می‌گیرد. اگر $CVaR$ را به صورت رابطه تقریبی زیر نشان دهیم، این مطالب به وضوح در آن مشاهده می‌گردد:

$$CVaR_i \approx w_i \frac{\Delta VaR}{\Delta w_i} = IVaR_i \quad (13-10)$$

این رابطه به ما می‌گوید که $CVaR$ برابر است با $IVaR$ تقسیم بر نسبت تغییر در اندازه نسبی موقعیت. یعنی $CVaR$ تقریباً نسبتی از $IVaR$ است و بنابراین به همان شیوه $IVaR$ از جانب همبستگی‌ها تحت تأثیر قرار می‌گیرد و همانند $IVaR$ می‌توان بین سه حالت مختلف آن تمایز قائل شد.

- ارزش در معرض ریسک اجزاء بزرگ: $CVaR$ بزرگ به معنی سهم بالا در ریسک سید دارایی است.

- ارزش در معرض ریسک اجزاء متوسط: $CVaR$ متوسط و مثبت گویای سهم متوسط در ریسک سبد دارایی می‌باشد.
- ارزش در معرض ریسک اجزاء منفی: $CVaR$ منفی نمایانگر پوشش‌های طبیعی است که قسمتی از ریسک مابقی سبد را جبران می‌کند.

$CVaR$ ، ریسک تفکیک‌شده سبد دارایی‌ها را بر اساس مبالغ ریالی در اختیارمان قرار می‌دهد، یعنی به ما می‌گوید که « i »امین موقعیت چند ریال ریسک به سبد دارایی تحمیل می‌کند. بنابراین، مجموع « $CVaR$ »ها برابر ارزش در معرض ریسک سبد است.

محدودیت‌های ارزش در معرض ریسک اجزاء

باید به خاطر داشته باشیم که $CVaR$ آن‌گونه که در روابط (۱۰-۱۰) تا (۱۰-۱۳) تعریف شده، محدودیت مهمی دارد، زیرا تحلیل نهایی آن یک تحلیل خطی است. حاصل جمع ریسک‌های اجزاء به ارزش در معرض ریسک کل می‌انجامد، چراکه قضیه اولر، تابع ارزش در معرض ریسک را خطی و همگن در نظر می‌گیرد. اما، بهایی که برای این ویژگی جمع‌پذیری می‌پردازیم این است که فرض کنیم هر $CVaR$ حاصل ضرب اندازه موقعیت در ارزش در معرض ریسک نهایی است. این فرض محدودیتی را ایجاد می‌کند، چراکه نشان می‌دهد $CVaR$ نسبی از اندازه موقعیت است. پذیرش این فرض بدین معنی است که اگر اندازه موقعیت را به اندازه k در صد تغییر دهیم $CVaR$ نیز به اندازه k در صد تغییر خواهد کرد. به‌طور واضح‌تر می‌توان گفت که این نسبت خطی تنها زمانی خوب کار می‌کند که هر موقعیت نسبت به کل سبد بسیار کوچک باشد و اگر اندازه هر موقعیت نسبت به اندازه کل سبد قابل ملاحظه باشد، $CVaR$ محاسبه شده با این روش، تنها تقریبی از اثر هر موقعیت بر ارزش در معرض ریسک سبد به دست می‌دهد.

اگر خواهان برآورد درستی از $CVaR$ هستیم، باید به $IVaR$ متوسل شویم و تفاوت بین ارزش در معرض ریسک سبد با موقعیت مورد نظر و بدون آن را به‌عنوان $CVaR$ در نظر بگیریم. در این صورت $IVaR$ برآورد دقیقی از اثر موقعیت بر ریسک سبد ایجاد می‌کند. متأسفانه این دقت، بهای مخصوص به خود را دارد. در این حالت خاصیت جمع‌پذیری را از دست می‌دهیم. بدین معنی که دیگر مجموع « $CVaR$ »ها برابر ارزش در معرض ریسک کل نخواهد بود و بدین ترتیب تعبیر « $CVaR$ »ها به‌عنوان حاصل تجزیه ریسک کل مشکل

خواهد بود. به‌طور خلاصه اگر اندازه موقعیت‌ها نسبت به کل سبد قابل ملاحظه باشد، تنها می‌توانیم امیدوار باشیم که $CVaR$ ، تخمین‌هایی تقریبی از اثرات موقعیت‌ها را بر ارزش در معرض ریسک سبد به‌دست می‌دهد.

این مسائل می‌تواند مشکلاتی را در زمینه مرتبط ساختن تخصیص سرمایه به ریسک فراهم آورد. اگر می‌خواهیم از $CVaR$ جهت تخصیص سرمایه استفاده کنیم، به برآورد دقیقی از $CVaR$ نیازمندیم و نیز خواهان آن هستیم که « $CVaR$ »ها همچنان خاصیت جمع‌پذیری را حفظ کنند. این مسائل ما را با یک انتخاب مواجه می‌کند. ما می‌توانیم خاصیت جمع‌پذیری را حفظ کنیم و الزامات پوشش سرمایه خود را بر سنجه‌هایی از ریسک اجزاء قرار دهیم که به‌طور بالقوه غیردقیق است و یا می‌توانیم برآوردهایمان را از $CVaR$ دقیق کنیم و بدانیم که این به معنای از دست دادن ویژگی جمع‌پذیری است. در این حالت ممکن است مجموع « $CVaR$ »ها بیش از ارزش در معرض ریسک کل و یا کمتر از آن گردد. در هر دو صورت ما با مشکلی مواجه هستیم که به‌لحاظ نظری هیچ راه‌حل مشخصی برای آن وجود ندارد.

حفظ خاصیت جمع‌پذیری ریسک‌های اجزاء بسیار ضروری است. بنابراین، تنها راه‌حل در چنین شرایطی استفاده از یک قاعده ساده است. به‌عنوان مثال می‌توانیم ابتدا برآوردی از « $CVaR$ »ها به‌عمل بیاوریم، سپس اگر مجموع « $CVaR$ »ها برابر با Var نباشد، می‌توانیم با یک قاعده انتخابی، مقدار اختلاف را به موقعیت‌های مختلف تخصیص دهیم. مثلاً، می‌توانیم متناسب با برآوردهای اولیه از « $CVaR$ »ها اقدام به تخصیص مقدار اختلاف نماییم. تجزیه حاصل از این روش خیلی دقیق نیست ولی می‌توانیم با تقریب خوبی از ریسک‌های نسبی تشکیلات سبد دارایی آگاهی کسب کنیم. اگر قاعده ساده ما منطقی باشد، مسئله جمع‌پذیری نسبت به آنچه که در نظریه بر آن تأکید می‌شود، چندان جدی نخواهد بود.

موارد استفاده ارزش در معرض ریسک اجزاء

ارزش در معرض ریسک اجزاء به‌دلیل ویژگی‌ها و جذابیت‌هایش موارد استفاده زیادی در مدیریت ریسک دارد. کندوکاو ریسک و گزارش‌دهی ریسک دو مورد از کاربردهای آن است که در ادامه به تشریح هر کدام می‌پردازیم.

کندوکاو ریسک‌ها

قابلیت تجمیع $CVaR$ ، در تشریح این که چگونه ارزش در معرض ریسک را می‌توان به اجزای سازنده آن تجزیه نمود، بسیار مفید است. همچنین ارزش در معرض ریسک اجزاء به ما در تجزیه ریسک به چندین سطح کمک می‌کند، به طوری که در هر مرحله مجموع « $CVaR$ »ها برابر ریسک کل سطح بعدی خواهد بود. بر این اساس می‌توانیم ریسک کل شرکت را به ریسک‌های اجزای مربوط به واحدهای تجاری بزرگ (مثلاً، بر اساس کشور یا ناحیه) تجزیه کنیم و نیز می‌توانیم ریسک این واحدهای تجاری را نیز برای رسیدن به ریسک واحدهای کوچک‌تر تجزیه نماییم و به همین ترتیب ادامه دهیم تا به سطح میزهای معاملاتی یا معامله‌گران برسیم.

ویژگی جمع‌پذیری $CVaR$ امکان کندوکاو ریسک را فراهم می‌آورد. می‌توان مقدار عددی یک ریسک را تجزیه و یا اجزای آن را برای هر سطح منتخبی شنا سایی کرد. هر مؤسسه‌ای می‌تواند از کندوکاو ریسک برای تعیین سهم هر واحد از ریسک کل در هر سطحی (معامله‌گر، ابزار، طبقه دارایی، میز معاملاتی، شعبه، ناحیه و غیره) استفاده کند. نیاز به گفتن ندارد که این امکان کندوکاو، فواید عملی بسیار مهمی برای تعیین موقعیت‌ها یا واحدهای در خور توجه، شناسایی منابع پنهان ریسک، برقراری محدودیت‌ها، اخذ تصمیمات سرمایه‌گذاری، تعیین الزامات پوشش سرمایه، شکل‌دهی برنامه‌های پاداش و غیره به همراه دارد. بنابراین، نحوه گزارش‌دهی ریسک اجزاء از اهمیت قابل توجهی برخوردار است.

گزارش‌دهی ارزش در معرض ریسک اجزاء

ارایه گزارش‌های $CVaR$ به شکلی معنادار و به شیوه‌ای که طرف‌های ذی‌نفع بدون مشکل قادر به درک آن باشند، از اهمیت زیادی برخوردار است. برای بهبود روش گزارش‌دهی $CVaR$ موارد زیر پیشنهاد می‌شود:

- گزارش‌های مربوط به ارزش در معرض ریسک اجزاء را باید به صورت گزارش‌هایی هدف‌دار ارائه نمود و برای هر مستمع گزارش مخصوصی فراهم آورد.
- گزارش‌ها باید تا حد امکان کوتاه و آسان باشند و اطلاعات مربوط به تجزیه ریسک باید تا حد امکان شفاف بوده و از اطلاعات غیر ضروری اجتناب گردد، چراکه باعث انحراف از نکات کلیدی می‌شود.

- گزارش‌ها باید مفروضات کلیدی را شناسایی کرده و در صورت اشتباه بودن آن‌ها، پیامدهای ممکن را خاطر نشان نماید.

برای نشان دادن گزارشی با ویژگی‌های یاد شده، در جدول (۱۰-۱) نمونه‌ای از گزارش مربوط به تجزیه ریسک یک سبد سهام را ارائه کرده‌ایم. این سبد شامل سرمایه‌گذاری در پنج بخش بانکداری، شیمیایی، انرژی، فلزات و ساختمان است. این یک گزارش بسیار ابتدایی است، ولی در عین حال، اطلاعات بسیار مهمی را به همراه دارد. در این گزارش مبنای تجزیه، بخش است. اندازه سرمایه‌گذاری در هر بخش در دومین ستون ارائه شده است. ارزش در معرض ریسک انفرادی^۱ یا ارزش در معرض ریسک بدون تنوع‌بخشی^۲ در ستون سوم آمده و ستون چهارم نیز حامل ارزش در معرض ریسک اجزاء است.

بخش	سرمایه‌گذاری	VaR (انفرادی)	CVaR	%CVaR
بانکداری	۱۰۰	۵/۳۷۳	۴/۳۴۳	۱۴%/۲۹
شیمیایی	۱۰۰	۱۰/۵۵۹	۹/۴۶۳	۳۱%/۱۴
انرژی	۱۰۰	۹/۰۶۳	۸/۳۳۴	۲۷%/۴۲
فلزات	۱۰۰	۵/۸۲۶	۴/۳۵۰	۱۴%/۳۱
ساختمان	۱۰۰	۵/۷۱۴	۳/۹۰۵	۱۲%/۸۵
جمع	۵۰۰	۳۶/۵۳۵	۳۰/۳۹۵	۱۰۰%

فرض کلیدی: عوامل ریسک دارای توزیع چندمتغیره نرمال است.
اثر احتمالی در صورت نقض فرض کلیدی: ریسک‌ها دست‌پایین برآورد می‌شود.

جدول (۱۰-۱): نمونه‌ای از گزارش تجزیه ریسک

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، «CVaR»ها کمتر از ارزش در معرض ریسک انفرادی است و این وضعیت مدیون اثر تنوع‌بخشی است. مجموع «CVaR»ها ارزش در معرض ریسک سبد را با احتساب اثر تنوع‌بخشی به دست می‌دهد. این مقدار در گزارش ما

1. stand alone VaR
2. undiversified VaR

۳۰/۳۹۵ است. این مقدار را می‌توان با مجموع ارزش در معرض ریسک انفرادی یعنی ۳۶/۵۳۵ مقایسه نمود. مقدار اخیر را می‌توان به‌عنوان ارزش در معرض ریسک سبد، بدون در نظر گرفتن اثر تنوع بخشی یعنی با احتساب ضرایب همبستگی یک تغییر نمود. نسبت ارزش در معرض ریسک با احتساب و بدون احتساب تنوع بخشی ۸۳/۱۹٪ است و اثر تنوع بخشی برابر با ۱۰۰٪ منهای این نسبت، یعنی ۱۶/۸۱٪ می‌باشد. ستون آخر، «*CVAR*»ها را بر اساس در صدی از ارزش در معرض ریسک سبد نشان می‌دهد. این در صدها از ۱۲/۸۵ برای بخش ساختمان تا ۳۱/۱۴ برای بخش شیمیایی متفاوت است. یعنی بخش ساختمان کمترین مشارکت و بخش شیمیایی بیشترین مشارکت را در ریسک سبد دارند. این حقیقت که در صدها همگی مثبت است، نشان می‌دهد که هیچ کدام از سرمایه‌گذاری‌ها، پوشش طبیعی ایجاد نمی‌کند. در نهایت این گزارش شامل مفروضات اساسی و پیامدهای احتمالی حاصل از اشتباه بودن آنهاست.

در گزارش ارزش در معرض ریسک اجزاء می‌توان علاوه بر تجزیه سبد بر اساس بخش‌ها، به تجزیه بر اساس طبقات دارایی (مثلاً سهام، کالاهای و...)، عوامل ریسک بازار، معاملات یا موقعیت‌ها، واحدهای تجاری و ... جهت نیل به اهداف مورد نظر اقدام نمود.

تجزیه سنج‌های منسجم ریسک

قبل از این برای راحتی فرض کردیم که سنج ریسک ما *VAR* است. بدیهی است که می‌توان از تحلیل‌های مشابهی برای سنج‌های منسجم ریسک استفاده کرد. به‌عنوان مثال همیشه می‌توان سنج‌های منسجم ریسک افزایشی^۱ را بر اساس روابطی مانند رابطه (۱۰-۱) تعریف کرد. همچنین تحت شرایطی منطقی می‌توان یک سنج منسجم ریسک را با استفاده از قضیه اولر به اجزای سازنده آن تجزیه کرد. به‌عنوان مثال، اگر سنج ریسک مورد نظرمان *ES* باشد، قضیه اولر به ما می‌گوید که:

$$ES = \sum_i^n w_i \frac{\partial ES}{\partial w_i} \quad (10-14)$$

اگر متغیر مورد نظر پیوسته باشد، ریزش مورد انتظار نهایی^۲ برابر است با:

1. incremental coherent risk measures
2. marginal expected shortfall

$$\frac{\partial ES}{\partial w_i} = E[X_i | X \leq -VaR] \quad (15-10)$$

این رابطه به ما می‌گوید که ریزش موردانتظار اجزاء^۱ برابر است با:

$$CES_i = w_i E[X_i | X \leq -VaR] \quad (16-10)$$

بنابراین تجزیه‌سنجه‌های منسجم ریسک مشابه تجزیه‌ VaR است.

نتیجه‌گیری

جهت ایجاد تصویر واضح‌تری از ریسک سبد دارایی، تجزیه‌ریسک کل به اجزای سازنده آن بسیار مؤثر است. دو نوع مهم تجزیه وجود دارد که ما را در راستای نیل به این هدف یاری می‌کند: ریسک‌های افزایشی، تغییر ریسک کل را در اثر تغییر ترکیب سبد دارایی اندازه‌گیری می‌کند؛ ریسک‌های اجزاء، ارایه‌کننده سهم هر کدام از تشکیلات سبد دارایی در ریسک کل است. با تجزیه‌ریسک می‌توان تغییرات ریسک سبد دارایی را کنترل کرده و ترکیب سبد را در جهت دستیابی به سطح مناسب ریسک، مورد تجدیدنظر قرار داد.

1. component expected shortfall (CES)

منابع

1. Beck, J.V. and Arnold, K.J. (1976), *Parameter Estimation in Engineering and Science*, John Wiley, New York NY.
2. Dowd, K. (2005), *Measuring Market Risk*, John Wiley & Sons Ltd, Second Edition.
3. Duffie, D. and Pan, J. (1997), "An overview of value at risk, *The Journal of Derivatives*, Vol. 5, No, 3, pp.7-49.
4. Garman, M. B. (1996a), *Making VaR More Flexible*, *Derivatives Strategy*, pp. 52-53.
5. Garman, M. B. (1996b), *Making VaR Proactive*, Berkely,CA: Financial Engineering Associates, FEA.
6. Garman, M.B. (1996c), *Improving on VaR*, *RISK 9/5*, May, pp.61-63.
7. Garman, M.B. (1997d), *Taking VAR to Pieces*, *RISK 10/10*, October, pp. 70-71.
8. Irina N. K and Svetlozar T. R. (2000), *Value at Risk: Recent Advances*, Chapman & Hall / CRC, 801-858.
9. Jorion, P. (2001), *Value at Risk*, McGraw-Hill, Second Edition.





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فصل یازدهم

پس آزمایی ارزش در معرض ریسک



abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

باز نشر :

مقدمه

در فصل‌های قبل پس از تعریف ریسک و تشریح ارزش در معرض ریسک به مدل‌سازی ریسک پرداختیم و نحوه‌ی توسعه‌ی مدل‌های پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه‌پارامتریک را مورد بررسی قرار دادیم. همچنین چگونگی تجزیه‌ی ارزش در معرض ریسک در قالب $IVaR$ و $CVaR$ تشریح گردید. در این فصل به بررسی نحوه‌ی سنجش اعتبار مدل‌های VaR می‌پردازیم.

پس‌آزمایی^۱ چیست؟

بعد از توسعه‌ی مدل و قبل از این‌که در عمل مورد استفاده قرار گیرد، اعتبار آن باید به‌دقت بررسی شود. همچنین در حین استفاده از مدل عملکرد آن باید به‌طور مرتب ارزیابی گردد. یکی از مؤلفه‌های کلیدی اعتبارسنجی مدل، پس‌آزمایی آن است که شامل کاربرد روش‌های کمی جهت تعیین مطابقت پیش‌بینی‌های مدل با مفروضاتی است که مدل بر اساس آن بنا شده است. مفروضات توزیعی نادرست در مدل‌های آماری، تغییرات بزرگ در تلاطم عوامل ریسک بازار، چالش‌های مربوط به مدل‌سازی وابستگی‌های زمانی موجود در تلاطم‌های بازده‌ی سبد دارایی و فقدان انسجام از جمله عواملی است که به برآوردهایی

1. VaR backtesting



نادرست از ریسک منجر می‌شود. در واقع، این عوامل مهم‌ترین عواملی است که ممکن است باعث عدم پذیرش یک مدل ریسک در پس‌آزمایی‌ها گردد. پس‌آزمایی هم‌چنین شامل رتبه‌بندی مدل‌های مختلف نیز می‌باشد. در این فصل پس از بیان اهمیت پس‌آزمایی، روش‌های مطرح در این زمینه را مورد بررسی قرار داده و نحوه ارزیابی عملکرد مدل‌های ارزش در معرض ریسک را بررسی خواهیم کرد.

اهمیت پس‌آزمایی

اهمیت پس‌آزمایی در بهبود کارایی مدیریت ریسک و کفایت سنج‌های ریسک نهفته است. کمیته بال در پیمان سال ۱۹۹۶ اذعان نمود که ماهیت تمامی تلاش‌هایی که در جهت پس‌آزمایی صورت می‌گیرد، مقایسه نتایج حاصل از معاملات واقعی با مقادیر ایجادشده توسط مدل است.^۱

پس‌آزمایی از دیدگاه سازمانی دارای مزایای بی‌شماری است. فایده اصلی مدیریت اثربخش ریسک، آزادسازی سرمایه در جهت عملیات سازمانی است. اگر یک سنج ریسک عملکرد خوبی نداشته باشد و گزارش‌های وخیمی از احتمال زیان به دست آورد، مقام ناظر سرمایه بیشتری برای پوشش ریسک مؤسسه مالی منظور می‌کند. سنج ریسکی که بسیار محافظه‌کارانه عمل می‌کند، الزامات سرمایه را بیش از اندازه بالا می‌برد. محرک دیگری که مؤسسات مالی را به پس‌آزمایی متمایل می‌کند، موقعیت‌هایی است که ذخیره سرمایه پوشش‌دهنده ریسک مؤسسه نیست. یعنی، زمانی که مدل‌های ریسک، تلاطم‌های معاملات را به درستی برآورد نمی‌کنند و متعاقباً الزامات سرمایه را برای مؤسسات مالی افزایش نمی‌دهند. پس‌آزمایی به افزایش دقت مدیریت ریسک و تعیین دقیق ذخیره سرمایه کمک می‌کند. هم‌چنین پس‌آزمایی، احتمال ورشکستگی را کاهش می‌دهد، چراکه مؤسسه را در جهت پیش‌بینی زیان‌های بزرگ توانمند می‌سازد.

پس‌آزمایی مزایای اقتصادی غیرمستقیمی نیز دارد. با استفاده از پس‌آزمایی، سازمان‌ها نیاز کمتری به بازبینی مدل‌های ریسک خواهند داشت، زیرا فرآیند پس‌آزمایی کارآمد به افزایش دقت سنج‌های ریسک منجر می‌شود. مدل‌های پس‌آزمایی Var به ما در جهت شناسایی مزایا و معایب هر مدل کمک می‌کند. پس‌آزمایی تنها شامل گزارش و کنترل

1. Basel (1996), p. 1.

ریسک نمی‌شود بلکه عهده‌دار توسعه مستمر فرآیندها و محک‌زنی کارآمدی سیستم‌ها نیز می‌باشد و به این ترتیب، توسعه پایدار مدیریت ریسک را به ارمغان می‌آورد.

الزامات سرمایه و پس‌آزمایی

بر اساس پیمان‌های کمیتهٔ بال، بانک‌ها باید جهت پوشش ریسک‌هایی از قبیل ریسک بازار، اعتباری و عملیاتی، سرمایه کافی نگهداری کنند. این سرمایه به هنگام بروز بحران، احتمال ورشکستگی مؤسسه را کاهش می‌دهد. حداقل سرمایه کل الزامی^۱ برای هر بانک برابر است با مجموع سرمایه لازم برای پوشش ریسک بازار^۲، سرمایه لازم برای پوشش ریسک اعتباری^۳ و سرمایه لازم برای پوشش ریسک عملیاتی^۴.

حداقل سرمایه لازم برای پوشش ریسک بازار بر اساس مقدار VaR و عملکرد مدل VaR در پس‌آزمایی محاسبه می‌شود. پیش‌نیاز تعیین سرمایه الزامی ریسک بازار این است که مقام ناظر مدل ارزش در معرض ریسک مورد استفاده سازمان را در جهت محاسبه سرمایه الزامی مورد تأیید قرار دهد. سرمایه الزامی برای پوشش ریسک بازار هر بانک برابر با حداکثر مقدار از بین آخرین ارزش در معرض ریسک بانک در سطح اطمینان ۹۹٪ و افق پیش‌بینی ۱۰ روزه و حاصل ضرب یک ضریب در میانگین ارزش در معرض ریسک ۶۰ روز گذشته بانک در سطح اطمینان ۹۹٪ و افق پیش‌بینی ۱۰ روزه می‌باشد که این ضریب بر اساس عملکرد سنجه VaR در پس‌آزمایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. سرمایه الزامی ریسک بازار بانک‌ها بر اساس رابطه زیر به دست می‌آید:

$$MCR_t = \max \left(VaR_t(10, 0.01); \lambda_t \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{59} VaR_{t-i}(10, 0.01) \right)^{(1-11)}$$

که $VaR_t(k, \alpha)$ نمایانگر ارزش در معرض ریسک در زمان t در سطح پوشش α (سطح اطمینان $1 - \alpha$) برای یک دوره نگهداری « k » روزه می‌باشد و λ ضریب فزاینده

1. minimum total capital requirement (MTCR)
2. market risk capital requirement (MCR)
3. credit risk capital requirement (CCR)
4. operational risk capital requirement (OCR)
5. coverage level

در زمان t است که مقدار آن طی رابطه‌ای تعیین می‌شود. رابطه فوق جهت تعیین کل سرمایه الزامی ریسک بازار باید شامل مجموع موقعیت‌های سبد دارایی‌های بانک باشد. چارچوب قانونی برای تعیین λ_i شامل سه منطقه سبز، زرد و قرمز است. بر اساس نتایج پس‌آزمایی، مدل ریسک بانک در یکی از این نواحی جای می‌گیرد. این طبقه‌بندی بر پایه تعداد تخطی‌ها^۱ از ارزش در معرض ریسک یک‌روزه و ۹۹٪ است. تعداد تخطی‌ها با مقایسه زیان واقعی و Var در طی ۲۵۰ روز گذشته استخراج می‌شود. تعداد تخطی‌ها تعیین‌کننده ضریب فزاینده λ_i است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda_i = \begin{cases} 3.00 & \text{if } V \leq 4 \quad \text{green} \\ 3.40 + 0.10(V - 5) & \text{if } 5 \leq V \leq 6 \quad \text{yellow} \\ \dots & \dots \end{cases} \quad (2-11)$$

در این جا تعداد تخطی‌های Var را با V نشان می‌دهیم. توجه داشته باشید که چارچوب پس‌آزمایی قانونی شامل استفاده از ارزش در معرض ریسک یک‌روزه است، در حالی که چارچوب قانونی برای سرمایه‌الزامی ریسک بازار، مستلزم استفاده از ارزش در معرض ریسک ۱۰ روزه است. از رابطه فوق چنین برداشت می‌شود که مدل ریسکی که برآوردهای خیلی محافظه‌کارانه از ریسک به دست می‌دهد، ریسک را زیاد گزارش می‌کند و سرمایه‌الزامی را افزایش می‌دهد. از طرفی دیگر، مدلی که تخمین‌های خیلی جسورانه از ریسک ارائه می‌دهد، تخطی‌های بیش از اندازه ایجاد می‌کند و متعاقباً سرمایه‌الزامی از طریق ضریب فزاینده افزایش می‌یابد. این امر ما را به معرفی یک فرآیند پس‌آزمایی نظاممند تشویق می‌کند تا به وسیله آن ناکارآمدی‌های مدل را شناسایی و دقت مدل‌های Var را افزایش دهیم.

رویکردهای پس‌آزمایی

1. violations

هم‌اکنون روش‌های پس‌آزمایی متعددی برای ارزیابی دقت مدل‌های Var و ویژگی‌های آن وجود دارد. بسیاری از این مدل‌ها در سال‌های اخیر توسعه یافته‌اند. با وجود ظهور مستمر روش‌های جدید پس‌آزمایی، هنوز فضای زیادی برای بهبود روش‌های فعلی و توسعه روش‌های جدید وجود دارد. در حال حاضر هیچ روش استانداردی برای پس‌آزمایی وجود ندارد و رهنمودهای قانونی تنها مستلزم محاسبه Var و استفاده از رویکرد نواحی سه‌گانه است.

به لحاظ نظری مفهوم پس‌آزمایی بسیار نوظاست، چراکه خود ارزش در معرض ریسک به‌طور رسمی در سال ۱۹۹۳ معرفی شد. دو تن از پیشگامان پس‌آزمایی به نام‌های کریستوفر سن و پلتیر اذعان نموده‌اند که تاکنون تعداد نسبتاً کمی روش مناسب جهت پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک توسعه یافته است.^۱

تمایل فزاینده جهت ارزیابی روش‌های جدید پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک از توصیه‌های قانونی و نظارتی راجع به نقش Var در مدیریت ریسک بازار نشأت گرفته است. با وجود انتقادهایی که پیرامون ویژگی‌های آماری Var و برخی مباحث نظری آن وجود دارد، ابزارهای مدیریت ریسک زیادی بر اساس این سنجه ریسک توسعه یافته است. کمیته بال در پیمان دوم خود پایه‌های حرکت به سوی روش‌های دقیق‌تر پس‌آزمایی و استقرار یک فرآیند واقعی پس‌آزمایی را بنا نمود. این کمیته طی نسخه جامع پیمان دوم که در سال ۲۰۰۶ منتشر شد، علاوه بر استفاده از چارچوب قانونی برای اعتبارسنجی مدل‌های Var ، استفاده از دیگر روش‌های پس‌آزمایی را نیز توصیه کرد.^۲ همچنین کمیته بال بانک‌ها را به افزایش دامنه پس‌آزمایی‌های هر مدل تشویق می‌کند. به‌عنوان مثال این پس‌آزمایی‌ها شامل پس‌آزمایی با استفاده از دوره‌های آزمون طولانی‌تر، نرخ‌های پوشش مختلف، آزمون بر اساس بازده‌های فرضی حاصل از تغییرات نظری قیمت دارایی و آزمون بر اساس سبدهای تجزیه‌شده برای تمامی سطوح بانک می‌باشد.

می‌توان بر اساس ویژگی‌هایی که در پس‌آزمایی مورد آزمون قرار می‌گیرد، گروه‌بندی‌ای از رویکردهای پس‌آزمایی ارائه داد. دو گروه اول مربوط به آزمون‌های کارایی ارزش در معرض ریسک است.

1. Christofferson and Pelletier (2004), p. 86.

2. Basel II (2006), p. 193.



گروه اول شامل آزمون‌های ارزیابی کارایی مدل در یک سطح پوشش خاص است. در این گروه، تخطی‌های موجود در مجموعه اطلاعات Ω_{t-1} تنها مرجع مورد استفاده برای آزمون مدل ارزش در معرض ریسک در سطح پوشش α است. این آزمون‌ها که به ارزیابی رخداد یک واقعه (مانند تخطی) در طی زمان می‌پردازد، در گروه رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد^۱ جای می‌گیرند.

گروه دوم شامل آزمون‌هایی است که به بررسی هم‌زمان کارایی ارزش در معرض ریسک برای تمامی سطوح پوشش ممکن می‌پردازد. بنابراین، این آزمون‌ها تنها به مطالعه یک سطح پوشش انتخابی (مثلاً، ۵٪) محدود نیست. در این آزمون‌ها، توزیع بازده و یا توزیع سود و زیان به‌طور کامل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این آزمون‌ها در گروه رویکرد پیش‌بینی چگالی^۲ قرار می‌گیرند.

توجه داشته باشید که در پس آزمایی‌های مربوط به این دو رویکرد همیشه صحبت از دو سطح اطمینان است. یک سطح اطمینان به Var مربوط می‌شود و دیگری به آزمون‌های آماری برمی‌گردد. برای ایجاد تمایز بین این دو سطح اطمینان، برای ارزش در معرض ریسک به‌جای سطح اطمینان از سطح خطا استفاده می‌کنیم و باز هم برای کاهش تداخل، سطح پوشش را معادل سطح خطای ارزش در معرض ریسک در نظر می‌گیریم. مثلاً، Var در سطح پوشش ۵٪ به معنی ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪ است. بدین ترتیب، ممکن است بخواهیم یک مدل Var در سطح پوشش ۱٪ را در سطح اطمینان ۹۵٪ بر اساس یکی از رویکردهای پس آزمایی، آزمون نماییم.

گروه سوم رویکردهای پس آزمایی رویکرد مقایسه‌ای است^۳ که به مقایسه و رتبه‌بندی مدل‌های مختلف ارزش در معرض ریسک می‌پردازند.

بر اساس گروه‌بندی یادشده، رویکردهای پس آزمایی عبارت است از:

- رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد
- رویکرد پیش‌بینی چگالی
- رویکرد مقایسه‌ای

1. event probability forecast approach
2. density forecast approach
3. comparing approach

در ادامه فصل، به تشریح هر کدام از این رویکردها می‌پردازیم.

رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد

مدل‌های موجود در این رویکرد بسیار متنوع‌اند. برخی از مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از: آزمون کوپیک، آزمون کریستوفرسن، آزمون اختلاف شرط‌بندی، آزمون انگل و منگانلی که در این‌جا به تشریح هر کدام می‌پردازیم.

آزمون کوپیک^۱

اولین راه منطقی برای ارزیابی توانایی پیش‌بینی مدل‌های Var شمارش دفعاتی است که مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده توسط Var بزرگ‌تر بوده است. چنانچه زیان واقعی از زیان برآوردشده توسط مدل بیشتر باشد، آنگاه این رویداد به‌عنوان یک شکست (تخطی) محسوب می‌شود و اگر زیان واقعی کوچک‌تر از زیان برآوردشده باشد، این رویداد به‌عنوان یک موفقیت (عدم‌تخطی) ثبت می‌شود. اگر رویداد دوره t در سطح پوشش α را با $I_t(\alpha)$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{if } r_t < -\%VaR_{t|t-1}(\alpha) \end{cases} \quad (3-11)$$

که r_t بازده تحقق‌یافته در دوره t و $\%VaR_{t|t-1}$ ارزش در معرض ریسک درصدی دوره t مشروط بر اطلاعات موجود تا دوره $t-1$ است.

چنانچه « VaR »‌های هر دوره مستقل فرض شود، آنگاه مقایسه نتایج سود و زیان تحقق‌یافته با ارزش در معرض ریسک محاسبه‌شده به یک توزیع دو جمله‌ای می‌انجامد. بنابراین، به‌منظور آزمون دقت مدل باید فرضیه صفر زیر را مورد آزمون قرار دهیم:

1. Kupiec test

$$\sum_{t=1}^T I_t(\alpha) = B(T, \alpha) \quad (4-11)$$

عبارت فوق گویای این است که مجموع تعداد تخطی‌ها از مقدار Var (تعداد شکست‌ها) دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای T و α است که T تعداد نمونه و α سطح پوشش است. بنابراین فرضیه آماری را می‌توان به صورت زیر نوشت:

H_0 : مجموع تخطی‌ها دارای توزیع دو جمله‌ای است.

H_1 : مجموع تخطی‌ها دارای توزیع دو جمله‌ای نیست.

یک معیار مهم برای آزمون این فرضیه توجه به نسبت تخطی^۱ یا نسبت شکست^۲ است که از طریق تعداد تخطی‌ها بر کل تعداد پیش‌بینی‌ها به دست می‌آید. به عبارت دیگر، برای آزمون فرضیه فوق می‌توان فرضیه برابری نسبت شکست و سطح پوشش را مورد آزمون قرار داد:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \hat{\alpha} = \alpha \\ H_1 : \hat{\alpha} \neq \alpha \end{array} \right. \quad (5-11)$$

که $\hat{\alpha}$ نسبت تعداد تخطی‌ها به کل پیش‌بینی‌ها یا همان نسبت شکست است. کوپیک به منظور بررسی فرضیه اخیر، آزمون نسبت احتمال شکست‌ها را پیشنهاد می‌کند. این نسبت احتمال دارای توزیع کای دو با یک درجه آزادی است و آماره آن به صورت زیر است:

$$LR_{PF} = 2Ln \left[\frac{\hat{\alpha}^{T_1} (1-\hat{\alpha})^{T-T_1}}{\alpha^{T_1} (1-\alpha)^{T-T_1}} \right] \quad (6-11)$$

LR_{PF} : نسبت احتمال شکست

T_1 : تعداد شکست‌ها

T : تعداد کل پیش‌بینی‌ها

$\hat{\alpha}$ و α : به ترتیب، نسبت شکست و سطح پوشش

1. violation ratio
2. failure ratio

در صورتی که نسبت احتمال شکست بزرگ‌تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد، فرضیه صفر رد می‌شود و نمی‌توان پذیرفت که مدل ارزش در معرض ریسک، ریسک را به درستی برآورد می‌کند. اگر فرضیه صفر رد شود و $\hat{\alpha} > \alpha$ ، مدل Var ریسک را دست بالا برآورد می‌کند و اگر فرضیه صفر رد شود و $\hat{\alpha} < \alpha$ ، مدل Var ریسک را دست پایین برآورد می‌کند.

آزمون کریستوفرسن

با توجه به وجود خوشه‌های تلاطم در سری بازده مالی، انتظار می‌رود که مدل‌های ارزش در معرض ریسک با مدل سازی پویایی‌های تلاطم و شناسایی خوشه‌ها، در صورت ایجاد تخطی از مقدار ارزش در معرض ریسک از تخطی‌های متوالی، بعدی جلوگیری کند. به همین دلیل آزمون مدل از حیث دقت مشروط بر استقلال تخطی‌های متوالی حائز اهمیت است. در این راستا نسبت احتمال پوشش شرطی^۱ (LR_{CC}) از جانب کریستوفرسن به عنوان آزمونی برای سطح پوشش شرطی^۲ پیشنهاد شد. ^۳ دلیل اصلی معرفی چنین آزمونی این بود که نسبت احتمال شکست (LR_{PF}) وجود وابستگی‌های زمانی را نادیده می‌گرفت. آزمون نسبت احتمال پوشش شرطی، ترکیبی از آزمون سطح پوشش غیر شرطی^۴ و استقلال زنجیره‌ای^۵ است.

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{ind}^{(7-11)}$$

در این جا ابتدا آزمون پوشش غیر شرطی را مورد بررسی قرار داده و سپس در مورد آزمون استقلال به بحث می‌پردازیم و در نهایت آزمون پوشش شرطی را از نظر می‌گذرانیم. برای آزمون پوشش شرطی فرضیه آماری به این صورت بیان می‌گردد:

$$I_t(\alpha) \sim^{iid} Bernoulli(\alpha) \quad (8-11)$$

1. conditional coverage likelihood ratio
2. conditional coverage level
3. Christoffersen (1998).
4. unconditional coverage level
5. serial independence

مطابق این فرضیه، هر تخطی دارای توزیع برنولی با احتمال شکست α است. هم‌چنین این توزیع‌ها مستقل از هم است. بنابراین آزمون این فرضیه دارای دو قسمت می‌باشد. یک قسمت به آزمون پوشش غیر شرطی مربوط می‌شود که مطابقت تخطی‌های مشاهده‌شده را با توزیع برنولی می‌سنجد و قسمت بعدی استقلال این توزیع‌ها را مورد آزمون قرار می‌دهد.

آزمون پوشش غیر شرطی

برای آزمون پوشش غیر شرطی فرضیه صفر را به این صورت بیان می‌کنیم که نسبت تعداد تخطی‌های مشاهده شده به کل تخطی‌ها ($\hat{\alpha}$) برابر با نسبت پیش‌بینی شده توسط مدل (α) یعنی سطح پوشش است. یعنی:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \hat{\alpha} = \alpha \\ \hat{\alpha} \end{array} \right. \quad (9-11)$$

ارزش احتمال^۱ تحت فرضیه صفر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Bernoulli(\alpha) = (1 - \alpha)^{(1-I_t)} \alpha^{I_t} \quad (10-11)$$

و برای تعداد T پیش‌بینی که در واقع T تکرار برنولی نیز می‌باشد، ارزش احتمال تحت فرضیه صفر برابر است با:

$$L(\alpha) = \prod_{t=1}^T (1 - \alpha)^{(1-I_t)} \alpha^{I_t} = (1 - \alpha)^{T_0} \alpha^{T_1} \quad (11-11)$$

که T تعداد کل پیش‌بینی‌ها، T_1 تعداد تخطی‌ها و T_0 تعداد موارد تخطی نشده است. T_0 و T_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T_1 = \sum_{t=1}^T I_t \quad (12-11)$$

1. likelihood value

$$T_0 = T - T_1 \quad (۱۳-۱۱)$$

ارزش احتمال مشاهده شده^۱ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L(\hat{\alpha}) = (1 - \hat{\alpha})^{T_0} \hat{\alpha}^{T_1} \quad (۱۴-۱۱)$$

بدین ترتیب پوشش غیرشرطی از طریق آماره نسبت احتمال زیر آزمون می‌گردد:

$$LR_{UC} = 2Ln \left[\frac{L(\hat{\alpha})}{L(\alpha_0)} \right] \sim \chi^2(1) \quad (۱۵-۱۱)$$

اگر عدد حاصل از این نسبت احتمال بزرگ‌تر از مقدار توزیع کای دو با درجه آزادی یک باشد، فرضیه صفر رد می‌شود. در این آزمون به طور ضمنی فرض استقلال تخطی‌ها در نظر گرفته می‌شود، درحالی که صحت این فرض زیر سؤال است.

مثال (۱-۱۱): پوشش غیرشرطی

فرض کنید که بر اساس یک مدل ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪، تعداد ۵۰۰ پیش‌بینی از ارزش در معرض ریسک هر دوره در اختیار داریم. اگر در این ۵۰۰ پیش‌بینی تعداد ۳۰ تخطی وجود داشته باشد با کاربرد آزمون پوشش غیرشرطی خواهیم داشت:

$$LR_{UC} = 2Ln \left[\frac{(1 - 0.06)^{570} 0.06^{30}}{(1 - 0.05)^{570} 0.05^{30}} \right] = 1.1243$$

مقدار توزیع کای دو با درجه آزادی ۱ در سطح بحرانی ۵٪ برابر با ۳/۸۴۱۵ است. بدین ترتیب فرضیه صفر رد نمی‌شود. یعنی تعداد تخطی‌های مدل به لحاظ آماری تفاوت قابل ملاحظه‌ای با تعداد تخطی‌های موردانتظار ندارد. بنابراین، مدل یادشده از آزمون پوشش غیرشرطی سربلند بیرون آمده است.

1. observed likelihood value

آزمون استقلال

کریستوفر سن (۱۹۹۸) نسبت آزمون استقلال را از طریق زنجیره مرتبه اول مارکوف^۱ ارایه کرد. برای انجام آزمون استقلال « I_t » ها، یک ماتریس گذار احتمال^۲ برای زنجیره مرتبه اول مارکوف تشکیل می‌گردد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{00} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} \quad (۱۶-۱۱)$$

که به صورت احتمال رخداد حالت j مشروط بر رخداد حالت i تعریف می‌شود.

$$\hat{\pi}_{ij} = \Pr[I_t = j | I_{t-1} = i], \quad i, j = 0, 1 \quad (۱۷-۱۱)$$

علامت « $\hat{\pi}$ » در بالای Π و π_{ij} بدین معناست که ماتریس گذار و اعضای آن بر اساس حالت‌های مشاهده شده سازمان یافته است. در آزمون استقلال تنها به دنبال بررسی استقلال مشاهدات از یکدیگر هستیم. در این جا آزمون برابری نسبت پوشش مورد انتظار (α) و مشاهده شده ($\hat{\alpha}$) هدف ما نیست. بنابراین ماتریس گذار را بر اساس حالت‌های مشاهده شده تشکیل می‌دهیم.

« π_{ij} » های مشاهده شده را با استفاده از روابط زیر محاسبه کرده و در ماتریس گذار قرار می‌دهیم.

$$\hat{\pi}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{01} + T_{00}} \quad \hat{\pi}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \quad (۱۸-۱۱)$$

که T_{ij} نشانگر تعداد مشاهداتی است که در آن‌ها حالت j بعد از حالت i روی داده است.

زمانی « I_t » های متوالی مستقل از هم است که ماتریس گذار مشاهده شده ($\hat{\Pi}$) به لحاظ آماری تفاوت قابل ملاحظه‌ای با ماتریسی که بر اساس استقلال مشاهدات تشکیل شده ($\Pi_{\hat{\alpha}}$) نداشته باشد. بنابراین فرضیه صفر را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

1. first order Markov-chain
2. probability transition matrix

$$H_0 : \hat{\Pi} = \Pi_{\hat{\alpha}} \quad (19-11)$$

برای ایجاد $\Pi_{\hat{\alpha}}$ کافی است که در ماتریس گذار به جای « $\hat{\pi}_{ij}$ » ها، احتمالات غیرشرطی جایگزین گردد:

$$\Pi_{\hat{\alpha}} = \begin{bmatrix} \pi_0 & \pi_1 \end{bmatrix} \quad (20-11)$$

که π برابر با احتمال رخداد حالت j می‌باشد.

$$\hat{\pi}_i = \Pr[I_t = j] \quad (21-11)$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$H_0 : \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{00} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \hat{\pi}_{01} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_0 & \pi_1 \end{bmatrix} \quad (22-11)$$

بدیهی است که $\pi_0 = 1 - \pi_1$ ، بنابراین می‌توان فرضیهٔ صفر را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H_0 = \begin{bmatrix} 1 - \hat{\pi}_{01} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \pi_1 & \pi_1 \end{bmatrix} \quad (23-11)$$

بدین ترتیب، فرضیهٔ صفر را می‌توان چنین خلاصه نمود:

$$H_0 : \hat{\pi}_{01} = \hat{\pi}_{11} = \pi_1 \quad (24-11)$$

طبق تعریف $\pi_1 = \hat{\alpha}$ ، بنابراین:

$$H_0 : \hat{\pi}_{01} = \hat{\pi}_{11} = \hat{\alpha} \quad (25-11)$$

ارزش احتمال تحت فرضیهٔ صفر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$L(\Pi_{\hat{\alpha}}) = (1 - \hat{\alpha})^{T_0} \hat{\alpha}^{T_1} \quad (26-11)$$

ارزش احتمال مشاهدات نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$L(\hat{\Pi}) = (1 - \hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{T_{10}} \hat{\pi}_{11}^{T_{11}} \quad (۲۷-۱۱)$$

بدین ترتیب آماره آزمون استقلال از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$LR_{ind} = 2Ln \left[\frac{L(\hat{\Pi})}{L(\hat{\Pi}_0)} \right] \sim \chi^2(1) \quad (۲۸-۱۱)$$

آماره آزمون استقلال همانند پوشش غیرشرطی از نوع نسبت احتمال می‌باشد و فرضیه صفر استقلال زنجیره‌ای را در برابر فرضیه وابستگی مرتبه اول مارکوف آزمون می‌کند.

مثال (۲-۱۱): آزمون استقلال

فرض کنید که بر اساس یک مدل ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪، تعداد ۵۰۰ پیش‌بینی از ارزش در معرض ریسک هر دوره در اختیار داریم. در این ۵۰۰ پیش‌بینی، تعداد ۳۰ تخطی وجود دارد. فرض کنید که رخداد تمامی این تخطی‌ها به صورت متوالی است. بر اساس آزمون استقلال خواهیم داشت:

$$LR_{ind} = 2 \ln \left[\frac{(1 - 0.0021)^{469} 0.0021 (1 - 0.9667) 0.9667^{29}}{(1 - 0.06)^{470} (0.06)^{30}} \right] = 203.89$$

از آنجا که مقدار $\chi^2(0.05, 1)$ برابر با ۳/۸۴۱۴ می‌باشد، فرضیه صفر در سطح اطمینان ۹۵ درصد رد می‌شود. به عبارتی دیگر تخطی‌های مشاهده شده مستقل از هم نیست. به بیانی دیگر مدل یادشده در آزمون استقلال نمره قبولی کسب نکرده است.

آزمون پوشش شرطی

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، آزمون پوشش شرطی شامل دو فرضیه پوشش غیرشرطی و استقلال می‌باشد. آماره این دو آزمون را می‌توان برای دستیابی به آماره آزمون پوشش شرطی ترکیب کرد. برای آزمون این فرضیه، کریستوفرسن فرض کرد که تخطی‌های هر دوره یعنی $I_t(\alpha)$ با یک زنجیره مارکوف مدل سازی می‌شود. این زنجیره به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{00} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} \quad (29-11)$$

این ماتریس، همان ماتریس گذار احتمالات مشاهده شده است. فرضیه صفر برای آزمون پوشش شرطی تخطی‌ها، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_0 : \hat{\Pi} = \Pi_\alpha = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \alpha & 1-\alpha \end{bmatrix} \quad (30-11)$$

Π_α ماتریس گذار موردانتظار بر اساس سطح پوشش α است. به طور ساده‌تر داریم:

$$H_0 : \hat{\pi}_{01} = \hat{\pi}_{11} = \alpha \quad (31-11)$$

ارزش احتمال تحت فرضیه صفر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L(\Pi_\alpha) = (1-\alpha)^{T_0} \alpha^{T_1} \quad (32-11)$$

ارزش احتمال مشاهدات نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L(\hat{\Pi}) = (1-\hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}} (1-\hat{\pi}_{11})^{T_{10}} \hat{\pi}_{11}^{T_{11}} \quad (33-11)$$

بدین ترتیب آماره آزمون پوشش شرطی را می‌توان با رابطه (34-11) محاسبه نمود:

$$LR_{CC} = 2Ln \left[\frac{L(\hat{\Pi})}{L(\Pi_\alpha)} \right] \sim \chi^2(2) \quad (34-11)$$

آزمون پوشش شرطی، شرط کافی برای بررسی دقت مدل‌های ارزش در معرض ریسک را لحاظ می‌کند. همچنین، استفاده از آن در جهت تعیین اعتبار مدل‌ها آسان است. در صورتی که مدل ارزش در معرض ریسک هر یک از شرایط پوشش غیر شرطی و استقلال را تأمین ننماید، جزء مدل‌های غیر معتبر طبقه‌بندی می‌شود. آزمون پوشش شرطی نسبت به پوشش غیر شرطی و استقلال قوی‌تر است، چراکه شامل هر دو می‌شود. همچنین، آزمون

پوشش شرطی نسبت به کاربرد هر دو آزمون پوشش غیر شرطی و استقلال نیز از ارجحیت برخوردار است، چراکه با ادغام هر دو آزمون، سطح خطای آماری را کاهش می‌دهد.

مثال (۳-۱۱): آزمون پوشش شرطی

این مثال بر اساس داده‌های مثال (۲-۱۱) می‌باشد. نسبت احتمال پوشش شرطی برای این داده‌ها به ترتیب زیر می‌باشد.

$$LR_{ind} = 2 \ln \left[\frac{(1 - 0.0021)^{469} 0.0021 (1 - 0.9667) 0.9667^{29}}{(1 - 0.05)^{470} (0.05)^{30}} \right] = 204.88$$

از آنجا که ارزش بحرانی توزیع کای دو در سطح خطای ۵٪ و با ۲ درجه آزادی برابر ۵/۹۹۱۵ است، فرضیه صفر رد می‌شود. یعنی ماتریس گذار مشاهدات به لحاظ آماری تفاوت قابل ملاحظه‌ای با ماتریس گذار مورد انتظار پوشش شرطی دارد. به عبارتی دیگر، مدل یادشده از آزمون پوشش شرطی سر بلند بیرون نیامده است.

آزمون اختلاف شرط بندی^۱

آزمون اختلاف شرط بندی توسط برکویتز و همکارانش پیشنهاد شد.^۲ وی در جستجوی طراحی روشی یکپارچه برای ارزیابی مدل‌های ارزش در معرض ریسک بود. بینش اساسی او در این آزمون این است که فرضیات پوشش غیر شرطی و استقلال، چیزی غیر از پیامدهای فرضیه اختلاف شرط بندی برای فرآیند $I_{t+1}(\alpha) - (\alpha)$ نیست. بنابراین فرضیه پوشش شرطی یک سری از تخطی‌ها را می‌توان بر اساس بررسی رفتار شرط بندی^۳ سری $\{I_{(t+1)}(\alpha)\}_0^T$ آزمود. فرضیه شرط بندی سابقه بلند مدت و قابل ملاحظه‌ای در نظریه‌های اقتصادی و مالی دارد و تعداد زیادی روش برای ارزیابی و آزمون آن توسعه یافته است. برکویتز آزمون خود را بر این اساس قرار داد که مشاهدات حاصل از کم کردن میانگین از تابع معرف $(I_{t+1}(\alpha) - (\alpha))$ تشکیل یک توالی اختلاف شرط بندی می‌دهد. طبق تعریف داریم:

1. martingale difference
2. Berkowitz et al, (2005).
3. martingale behavior

$$E[I_{t+1}(\alpha) - (\alpha) | \Omega_t] = 0 \quad (35-11)$$

که Ω_t مجموعه اطلاعات تا زمان t است. اگر فرضیه اختلاف شرط بندی برای حاصل اختلاف سری تخطی‌ها از میانگین درست باشد، توالی تخطی‌های ارزش در معرض ریسک نسبت به تمامی متغیرهای پیرو و پیشرو^۱ ناهمبسته خواهد بود. بررسی ویژگی شرط بندی از طریق آزمون پورتمانتو^۲ صورت می‌گیرد که به باکس-جانگ-پیرس^۳ هم معروف است. این آزمون از طریق محاسبه خودهمبستگی‌های نمونه، به اجرا درمی‌آید. فرضیه صفر خودهمبستگی‌ها را می‌توان به این صورت نوشت:

$$E[(I_{t-1}(\alpha) - \alpha)(I_{t-k}(\alpha) - \alpha)] = 0 \quad \forall k \geq 0 \quad (36-11)$$

که تعمیمی از ویژگی تشریح شده در آزمون نسبت احتمال پوشش شرطی است. برکویتز فرضیه صفر را به صورت زیر خلاصه می‌کند:

$$(I_{t+1}(\alpha) - \alpha) \stackrel{iid}{\sim} N(0, \alpha(1 - \alpha)) \quad (37-11)$$

معنی عبارت فوق این است که اختلاف توالی تخطی‌ها از میانگین، نوفه سفید^۴ می‌باشد. در حالت استاندارد، فرضیه صفر فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\left\{ H_0 : \gamma_k = 0 \quad k > 0 \right. \quad (38-11)$$

که γ_k ، خودهمبستگی با تأخیر « k »ام در توالی تخطی‌هاست. آماره آزمون پورتمانتو یا باکس-جانگ-پیرس از طریق m تعداد از اولین خودهمبستگی‌های توالی $I_{t+1}(\alpha) - (\alpha)$ طبق معادله زیر به دست می‌آید:

-
1. lags and leads variables
 2. Portmanteau test
 3. Box-Pierce-Ljung
 4. white noise

$$Q_m = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\gamma_k^2}{T-K} \quad (39-11)$$

این نسبت مجاناً دارای توزیع کای دو با درجه آزادی m است.

آزمون انگل و منگانلی

انگل و منگانلی جهت آزمون فرضیه کارایی شرطی^۱، یک مدل رگرسیون خطی را پیشنهاد می کنند که تخطی های کنونی را به تخطی های گذشته مربوط می سازد.^۲ برای انجام این آزمون متغیر Hit به صورت زیر تعریف می شود:

$$Hit_t(\alpha) = I_t(\alpha) - \alpha \quad \text{and} \quad (40-11)$$

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{If } r_t < -\%VaR_{t|t-1}(\alpha) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

حالا مدل رگرسیون خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$Hit_t(\alpha) = \delta + \sum_{k=1}^K \beta_k Hit_{t-k}(\alpha) + \sum_{k=1}^K \gamma_k g[Hit_{t-k}(\alpha), Hit_{t-k-1}(\alpha), \dots, z_{t-k}, z_{t-k-1}, \dots] + \varepsilon_t \quad (41-11)$$

که ε_t متغیر اخلال بوده و جملات آن به صورت یکسان و مستقل از هم توزیع شده اند. $g(\cdot)$ تابعی از تخطی های گذشته و نیز تابعی از متغیرهای z_{t-k} (که از مجموعه اطلاعات تا زمان $t-1$ یعنی Ω_{t-1} حاصل می شود) است. به عنوان مثال، می توانیم بازده های گذشته (r_{t-k}) ، مجذور بازده های گذشته (r_{t-k}^2) ، مقادیر پیش بینی شده ارزش در معرض ریسک گذشته $(VaR_{t-k}(\alpha))$ و یا داده های تلاطم ضمنی را به عنوان متغیرهای این تابع در

1. conditional efficiency
2. Engle and Manganelli (2004).

نظر بگیریم. به هر حال آزمون فرضیه صفر کارایی شرطی مستلزم بررسی پوچ بودن توأمان^۱ β_i و γ_i و عدد ثابت δ است. بر این اساس، فرضیه صفر را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$H_0 : \delta = \beta_k = \gamma_k = 0 \quad (42-11)$$

به راحتی می‌توان از یک آماره نسبت احتمال یا آماره والد^۲ برای آزمون پوچ بودن توأمان این ضرایب استفاده کرد. اگر بردار پارامترها را با $\Psi = (\delta \beta_1 \dots \beta_k \gamma_1 \dots \gamma_k)'$ و ماتریس متغیرهای توضیحی^۳ رابطه فوق را با Z نشان دهیم، آماره والد برای آزمون فرضیه کارایی شرطی (DQ_{cc}) با نسبت احتمال زیر بیان می‌شود:

$$DQ_{cc} = \frac{\hat{\Psi}' Z' Z \hat{\Psi}}{\alpha(1-\alpha)} \quad (43-11)$$

این نسبت در صورتی که تعداد کل پیش‌بینی‌ها به اندازه کافی بزرگ باشد، دارای توزیع کای‌دو با درجه آزادی $2K + 1$ است که برابر با تعداد پارامترهای مدل می‌باشد. آزمون انگل و منگانی به آزمون صدک پویا^۴ نیز معروف است.

رویکرد پیش‌بینی چگالی

آزمون‌هایی که در بخش قبلی معرفی کردیم، کارایی غیرشرطی و شرطی سنجه ریسک را برای یک سطح پوشش معین مورد بررسی قرار می‌دهد. اما، این آزمون‌ها برای ارزیابی عمومی مدل کفایت نمی‌کند. به عنوان مثال، اگر یک مدل Var در سطح پوشش ۱٪ تخطی‌های مستقلی ارائه دهد، اما در سطح پوشش ۵٪ به تشکیل خوشه‌های تخطی منجر گردد، به عنوان یک مدل معتبر عمومی شناخته نمی‌شود. این استدلال ما را بر آن می‌دارد که در آزمون‌های خود محدودیت‌های بیشتری اعمال کنیم. برای این منظور، کارایی

-
1. joint nullity
 2. Wald statistic
 3. explanatory variables
 4. dynamic quantile test (DQ test)

شرطی را برای تمامی نرخ‌های پوشش موجود در بازه صفر تا یک می‌آزماییم. رویکرد پیش‌بینی چگالی شامل آزمون‌های مبتنی بر تبدیل روزن‌بلات و آزمون‌های مبتنی بر تبدیل برکویتز است.

آزمون‌های مبتنی بر تبدیل روزن‌بلات^۱

برای اجرای این آزمون ابتدا داده‌ها را بر اساس روش روزن‌بلات تبدیل می‌کنیم. فرض کنید r_t بازده مشاهده‌شده دارایی یا سبد دارایی در زمان t و $F_t(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی موردانتظار برای دوره t باشد. توجه داشته باشید که این تابع مقدار $\%VaR_t$ را در سطح اطمینان $1 - \alpha$ بر اساس رابطه زیر تعیین می‌کند:

$$\%VaR_t = -F_t^{-1}(\alpha) \quad (۴۴-۱۱)$$

بر اساس روش روزن‌بلات، بازده هر دوره را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم:

$$p_t = F_t(r_t) \quad (۴۵-۱۱)$$

که p_t احتمال تجمعی رخداد بازده مشاهده‌شده r_t بر اساس تابع توزیع تجمعی موردانتظار $F_t(\cdot)$ است. این تبدیل داده‌ها به تبدیل انتگرال احتمال^۲ نیز معروف است. به‌عنوان مثال، اگر مدل ریسک ما بر اساس توزیع نرمال با میانگین ۵٪ و واریانس ۱٪ باشد، احتمال تجمعی بازده ۰/۱۵ درصد، برابر ۳۱٪ است. این تبدیل واحد، داده‌ها را بر اساس یک معیار یعنی توابع توزیع تجمعی موردانتظار، استاندارد می‌کند و این استانداردسازی قابلیت مقایسه داده‌ها را فراهم می‌آورد.

در جدول زیر، تعدادی بازده و مقادیر مبدل آن‌ها ارایه شده است. فرض کنید که r_t دارای توزیع نرمال است. ستون اول این جدول به تاریخ مشاهدات و پارامترهای پیش‌بینی شده مربوط می‌شود. ستون دوم شامل بازده‌های واقعی و دو ستون بعدی شامل پیش‌بینی‌های میانگین و انحراف معیار بازده است که در واقع پارامترهای تخمینی مدل می‌باشند. در نهایت، ستون پنجم شامل مقادیر تابع توزیع تجمعی بازده‌های واقعی است که

1. tests based on Rosenblatt transformation
2. probability integral transformation

بر اساس پارامترهای تخمینی مربوطه به دست آمده است. این مقادیر در واقع همان داده‌های مبدل روزن بلات می‌باشد.

تاریخ مشاهدات	بازده واقعی	میانگین پیش‌بینی شده	انحراف معیار پیش‌بینی شده	مقدار تابع توزیع تجمعی نرمال
۱	۱۲٪/۶۰۹	۰/۱	۰/۲	۵۵٪/۲
۲	۱۵٪/۰۴۱	۰/۰۹	۰/۲۱	۶۱٪/۳
۳	-۱۴٪/۲۲۲	۰/۱۱	۰/۲۲	۱۲٪/۶
۴	۳۶٪/۳۹۱	۰/۰۹	۰/۲۳	۸۸٪/۳
۵	۹٪/۱۷۲	۰/۱	۰/۲۲	۴۸٪/۵

جدول (۱۱-۱): مثالی از تبدیل روزن بلات

به‌عنوان مثال، اولین مشاهده شامل بازده واقعی ۱۲/۶۰۹٪ است که میانگین و انحراف معیار پیش‌بینی شده آن به ترتیب ۰/۱ و ۰/۲ است و احتمال تجمعی این بازده ۵۵/۲٪ است. اگر مدل پیش‌بینی ما بر اساس فرض توزیع نرمال نباشد، می‌توانیم تابع توزیع تجمعی نرمال را با تابعی که متناسب مدل ماست جایگزین کنیم. به‌عنوان مثال می‌توانیم از تابع توزیع تجمعی t و یا در صورت ناپارامتریک بودن مدل، از توابع توزیع تجمعی تجربی استفاده نماییم.

استفاده از تبدیل روزن بلات کاربرد آزمون‌های برابری توزیع^۱ را جهت ارزیابی دقت مدل ریسک ممکن می‌سازد. به‌طور خاص می‌توان گفت که تحت فرضیه صفر، انتظار داریم که ۱۰٪ از پایین‌ترین مشاهدات در ناحیه‌ای بین صفر تا ۰/۱ قرار گیرد و ۱۰٪ بعدی بین ۰/۱ و ۰/۲ قرار گیرد و به همین ترتیب ادامه پیدا کند. بنابراین تحت فرضیه صفر که از آن دقت مدل استنباط می‌شود، انتظار داریم که داده‌های مبدل روزن بلات دارای توزیع یکنواخت استاندارد^۲ باشد:

$$p_t = F_t(r_t) \sim i.i.d. U(0,1) \quad (۱۱-۴۶)$$

1. distribution-equality tests
2. standard uniform distribution

بنابراین آزمون اعتبار مدل VaR مستلزم آزمون فرضیه فوق است. برکویتز در نوشته‌های خود اذعان می‌نماید:

بدین ترتیب اگر بانک‌ها ملزم شوند که به‌طور مرتب توزیع‌های پیش‌بینی شده یعنی $\hat{F}(\cdot)$ را ارایه دهند، ناظران می‌توانند از تبدیل انتگرال احتمال استفاده کنند و سپس از آن در جهت آزمون استقلال تخطی‌ها و یا یکنواختی بهره‌گیرند. این نتیجه صرف‌نظر از توزیع زیربنایی بازده سبد دارایی (r_t) و یا حتی تغییرپذیری مدل پیش‌بینی در طی زمان، حاصل می‌شود.^۱

بر اساس این اصل عمومی، روش‌های مختلفی را می‌توان جهت آزمون استقلال و یا یکنواختی به کار گرفت. کرنکویک و دراچمن استفاده از آماره‌های کوپر^۲ را جهت آزمون یکنواختی پیشنهاد می‌کنند.^۳ دیبولد، گانزر و تای جهت آزمون اهمیت فاصله میان سری مبدل و توزیع نظری $U(0,1)$ ، استفاده از آزمون‌های ناپارامتریک مانند کولموگروف-اسمرینوف^۴ و کرامر-ون-میسز^۵ را پیشنهاد می‌کنند.^۶ مشکل اصلی این آزمون‌های ناپارامتریک این است که جهت دستیابی به یک سطح منطقی از دقت، نیازمند ملاحظات زیادی است.

توجه داشته‌باشید که اگر به‌جای مطالعه بر روی توزیع کامل بازده به بازده‌های دنباله توزیع علاقه‌مند باشیم، باز هم می‌توانیم از فرضیه صفر یادشده استفاده کنیم. تصور کنید که تمامی بازده‌های واقعی را بر اساس روش روزن‌بلات تبدیل نموده‌ایم. بر اساس فرضیه صفر، پیش‌بینی می‌شود که این بازده‌های مبدل دارای توزیع یکنواخت در فاصله صفر و یک باشند. حال تمامی مشاهدات (غیر از آن‌هایی که مربوط به زیان‌هایی فراتر از VaR است) را حذف می‌کنیم. اگر مدل ریسک ما مدل دقیقی باشد، مقادیر مبدل باقیمانده باید در فاصله $(0, \alpha)$ به توزیع یکنواخت نزدیک باشد. بدین ترتیب می‌توان مقادیر مبدل مشاهدات دنباله را به‌گونه‌ای به دست آورد که توزیع دنباله حاصل، تحت فرضیه صفر در فاصله $(0,1)$

1. Berkowitz (2001), p. 7.
2. Kuiper statistics
3. Crnkovic and Drachman (1997).
4. Kolmogorov-Smirnov
5. Cramer-Von-Mises
6. Diebold, Gunther and Tay (1998).

دارای توزیع یکنواخت باشد. برای این کار کافی است که مقادیر مبدل را به حد بالای دنباله یعنی α تقسیم کنیم. به‌عنوان مثال تصور کنید که $1 - \alpha = 95\%$ و اولین تخطی دارای بازده 28% است. فرض کنید که تابع احتمال موردانتظار، تابعی نرمال با میانگین $0/1$ و انحراف معیار $0/2$ می‌باشد. بنابراین این بازده دارای احتمال تجمعی $2/87\%$ می‌باشد. بدیهی است که مقدار $2/87\%$ در توزیع بازده اولیه، برابر با $57/4\%$ در توزیع دنباله بازده می‌باشد. به‌طور خلاصه، می‌توان بر روی توزیع کامل بازده و یا توزیع دنباله بازده کار کرد و در هر دو صورت می‌توان نتیجه گرفت که تحت فرضیه صفر، سری مبدل روزن‌بلات دارای توزیع استاندارد یکنواخت است. در نهایت می‌توان این فرضیه را بر اساس روش‌های یادشده آزمون نمود.

آزمون‌های مبتنی بر تبدیل برکویتز^۱

به‌دلیل مشکلاتی که خصوصاً در مسیر آماره‌های ناپارامتریک وجود دارد، برکویتز آزمون پارامتریکی را پیشنهاد نمود که بر اساس تبدیل مجدد متغیر p_t قرار دارد. در این جا به جای این که آزمون یکنواختی توزیع داده‌های مبدل را در نظر بگیریم، متغیر p_t را به‌گونه‌ای تبدیل می‌کنیم که تحت فرضیه صفر دارای توزیع نرمال استاندارد باشد. برای انجام این کار از تبدیل معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استفاده می‌کنیم. با توجه به این که p_t در بازه صفر و یک دارای توزیع یکنواخت است، به این نتیجه می‌رسیم که متغیر z_t دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک و یا به‌عبارتی دارای توزیع نرمال استاندارد است:

$$z_t = \Phi^{-1}(p_t) = \Phi^{-1}[(F_t(r_t))] \sim i.i.d. N(0,1) \quad (47-11)$$

که $\Phi^{-1}(\cdot)$ معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. تبدیل برکویتز، سری یکنواخت را به سری نرمال استاندارد تبدیل می‌کند و در نتیجه ارزیابی دقت مدل را از طریق آزمون‌های نرمال بودن^۲، ممکن می‌سازد. یکی از جذابیت‌های داده‌های مبدل برکویتز نسبت به داده‌های یکنواخت این است که می‌توان مستقیماً ابزارهای

-
1. tests based on Berkowitz transformation
 2. normality tests

آماری قدرت‌مندتری را به کار گرفت. در واقع با این تبدیل این امکان فراهم می‌شود که با استفاده از مجموعه‌ای از آزمون‌های قدرت‌مند، منابع نقصان مدل را با وضوح بیشتری درک کرد. هم‌چنین این تبدیل، ما را در جهت آزمون استقلال پیش‌بینی‌ها توانمندتر می‌سازد. برکویتز پیشنهاد کرد که این آزمون را به آزمون فرضیه‌ای محدود کنیم که z_t در آن دارای میانگین صفر و واریانس یک است. این امکان برایمان وجود دارد که نرمال بودن z_t را نیز آزمون کنیم. اما، آزمون نرمال بودن در صورت کم‌بودن تعداد مشاهدات، قدرت‌مند نخواهد بود. به هر حال اگر ویژگی نرمال بودن را آزمون نکنیم، اطلاعات زیادی از دست نخواهیم داد.

راه ساده و قدرت‌مند آزمون هم‌زمان دو فرضیه میانگین صفر و واریانس یک، آزمون نسبت احتمال است. به وسیله آزمون نسبت احتمال آزمون می‌کنیم که آیا تحمیل محدودیت (در این جا z_t دارای میانگین صفر و واریانس یک) به نقصان قابل ملاحظه‌ای در احتمال منجر می‌شود. آماره آزمون بر اساس تابع احتمال سری مبدل z_t است. از آن جا که z_t تحت فرضیه صفر (که طبق آن مدل صحیح است)، دارای توزیع نرمال می‌باشد، تابع احتمال را از طریق چگالی نرمال به دست می‌آوریم:

$$L = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{(z_t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (48-11)$$

یعنی اگر T مشاهده داشته باشیم، احتمالات مشاهدات انفرادی z_t را جهت دستیابی به احتمال مشاهده این مجموعه T مشاهده‌ای، در هم ضرب کنیم. کار کردن با لگاریتم احتمال آسان‌تر است. بنابراین می‌توانیم رابطه (48-11) را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\ln L = -\frac{T}{\sigma} \ln 2\pi - \frac{T}{\sigma^2} \ln \sigma^2 - \sum_{t=1}^T \frac{(z_t - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (49-11)$$

جهت ارزیابی لگاریتم احتمال از برآوردکننده‌های حداکثر درست‌نمایی برای میانگین و واریانس متغیر مبدل z_t استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\mu}_{ML} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t \quad (50-11)$$

$$\hat{\sigma}_{ML} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (z_t - \hat{\mu}_{ML})^2 \quad (51-11)$$

نسبت احتمال جهت آزمون توأم دو فرضیه ($\mu = 0$ و $\sigma^2 = 1$) به صورت زیر است:

$$LR = 2(\ln L(\mu = \hat{\mu}_{ML}, \sigma^2 = \hat{\sigma}_{ML}^2) - \ln L(\mu = 0, \sigma^2 = 1)) \quad (52-11)$$

اگر تحمیل فرضیات $\mu = 0$ و $\sigma^2 = 1$ منجر به کاهش احتمال شود، LR بزرگ خواهد شد و در این صورت شواهد کافی مبنی بر این است که z_t دارای میانگین صفر و واریانس یک نیست. LR مجاناً دارای توزیع کای دو با دو درجه آزادی است.

رویکرد مقایسه‌ای

از طریق رویکردهایی که در بخش‌های قبلی تشریح شد، دقت مدل‌های Var به لحاظ آماری مورد آزمون قرار می‌گیرد. اگر دقت یک مدل به لحاظ آماری رد نشود، مدلی قابل قبول خواهد بود. اما، در بسیاری از موارد چندین مدل در اختیار داریم و پس آزمایش‌ها دقت برخی از آن‌ها را مورد تأیید قرار می‌دهد. بدیهی است که در این هنگام انتخاب از میان مدل‌های تأیید شده به عنوان مسأله‌ای پیش روی مدیریت ریسک قرار می‌گیرد. این مسأله ما را به سوی روش‌هایی راهنمایی می‌کند که هدف‌شان مقایسه مدل‌های مختلف ریسک است. این روش‌ها بر اساس یک تابع رتبه‌بندی^۱، نمره‌هایی را به هر کدام از مدل‌ها اختصاص می‌دهد و بر اساس این نمرات، رتبه‌بندی^۲ مدل‌ها امکان‌پذیر می‌شود. هرچه نمره^۱ یک مدل کمتر باشد، مدل بهتری خواهد بود و در سطوح بالاتر رتبه‌بندی جای می‌گیرد. این رویکردها جهت آزمون آماری کفایت مدل توسعه نیافته است و در عوض هدف آن رتبه‌بندی مدل‌هاست. در واقع این رویکردها شامل آزمون‌های آماری نیست و در نتیجه فاقد نقطه ضعف‌های چنین آزمون‌هایی است. این ویژگی موجب جذابیت رویکردهای مقایسه‌ای شده است، چراکه با مجموعه‌های کوچکی از داده‌ها قابل اجراست. به علاوه رویکردهای مقایسه‌ای این امکان را فراهم می‌آورد که جهت احتساب موارد خاص، توابع رتبه‌بندی را ایجاد

-
1. loss function
 2. ranking

نماییم. به‌عنوان مثال ممکن است زیان‌های بزرگ نسبت به زیان‌های کوچک اهمیت بیشتری داشته باشد و بر این اساس می‌توان به زیان‌های بزرگ‌تر وزن بیشتری در تابع زیان اختصاص داد.

فرآیند رتبه‌بندی چهار جزء کلیدی و یک خروجی دارد، که در واقع رتبه نهایی هر مدل است.

جزء اول، مجموعه‌ای از n زوج مشاهده است. هر کدام از این زوج‌ها شامل زیان هر دوره و ارزش در معرض ریسک پیش‌بینی شده همان دوره است.

جزء دوم، یک تابع زیان است که بسته به چگونگی مقایسه بین زیان (سود) مشاهده شده با ارزش در معرض ریسک پیش‌بینی شده، نمره‌ای را به هر مشاهده اختصاص می‌دهد. بنابراین اگر L_t زیان مشاهده‌شده در دوره t و VaR_t ارزش در معرض ریسک پیش‌بینی شده برای همان دوره باشد، تابع زیان، ارزش زیر را به مشاهده دوره t اختصاص می‌دهد:

$$C_t = \begin{cases} f(L_t, VaR_t) & \text{if } L_t > VaR_t \\ g(L_t, VaR_t) & \text{if } L_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (53-11)$$

در این رابطه، شرط $f(L_t, VaR_t) \geq g(L_t, VaR_t)$ همواره برقرار است. بدین معنی که زیان‌های دنباله هرگز ارزشی پایین‌تر از دیگر مشاهدات نمی‌گیرد.

جزء سوم، یک معیار مقایسه^۱ است که بیانگر نمره موردانتظار ما از یک مدل مطلوب می‌باشد. معیار مقایسه را با p نشان می‌دهیم.

جزء چهارم، یک تابع نمره^۲ است که تابع زیان و معیار مقایسه به‌عنوان ورودی آن می‌باشد. اگر فرض کنیم که در مدل ایده‌آل، معیار مقایسه مساوی ارزش موردانتظار تابع زیان باشد، لویز پیدشنهاد می‌کند که از یک تابع نمره احتمال درجه دوم^۳ به‌عنوان تابع نمره استفاده کنیم^۴:

-
1. benchmark
 2. score function
 3. quadratic probability score (QPS) function
 4. Lopez (1998).

$$QPS = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (C_i - p)^2 \quad (54-11)$$

خروجی این تابع در بازه $[0, 2]$ است و هرچه مقدار QPS به صفر نزدیک‌تر باشد مدل ریسک نمرهٔ بهتری خواهد داشت. بدین ترتیب می‌توانیم از QPS (با دیگر توابع نمره) برای رتبه‌بندی مدل‌ها استفاده کنیم.

برای اجرای فرآیند رتبه‌بندی مدل‌ها باید تابع زیان را مشخص کنیم و این در حالی است که شماری از توابع زیان مختلف پیشنهاد شده‌اند. شاید ساده‌ترین تابع، تابع زیان دوتایی^۱ باشد که از جانب لوپز پیشنهاد گردید. در صورتی که مشاهده ما در دنبالهٔ زیان واقع گردد این تابع مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر به خود می‌گیرد. رابطهٔ این تابع عبارت است از:

$$C_t = \begin{cases} 1 & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (55-11)$$

این تابع به اولین تابع زیان لوپز^۲ معروف است و برای کاربرانی مناسب است که به فراوانی زیان‌های دنباله علاقه‌مندند. معیار مقایسهٔ این تابع p است که برابر با ارزش موردانتظار C_t یعنی $E(C_t)$ می‌باشد.

مثال (۴-۱۱): اولین پس‌آزمایی لوپز^۳

فرض کنید که بر اساس یک مدل ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۵٪ تعداد ۵۰۰ پیش‌بینی از ارزش در معرض ریسک هر دوره در اختیار داریم. اگر در این ۵۰۰ پیش‌بینی تعداد ۳۰ تخطی وجود داشته باشد، با کاربرد اولین پس‌آزمایی لوپز، رتبه این مدل برابر است با:

$$QPS = \frac{2}{500} \times (30 \times (1 - 0.05)^2 + 470 \times (0 - 0.05)^2) = 0.1130$$

-
1. binary loss function
 2. Lopez I loss function
 3. Lopez I backtest

بر اساس این تابع، بهترین مدل ریسک مدلی است که تعداد تخطی‌های آن برابر با تعداد تخطی‌های موردانتظار باشد. تعداد تخطی‌های موردانتظار برابر است:

$$x = np = 500 \times 0.05 = 25$$

اکنون مقدار QPS را بر اساس تعداد تخطی‌های موردانتظار محاسبه می‌کنیم:

$$QPS = \frac{2}{500} \times (25 \times (1 - 0.05)^2 + 475 \times (0 - 0.05)^2) = 0.095$$

بنابراین، اولین پس‌آزمایی لوپز می‌گوید که مدل ما عملکردی پایین‌تر از مدلی دارد که تعداد تخطی‌های آن برابر تخطی‌های موردانتظار است. بر اساس این مثال، هر مدلی که نمره آن به $0/0.95$ نزدیک‌تر باشد، عملکرد بهتری خواهد داشت. به هر حال این تابع در مورد این که آیا اختلاف بین مدل ما و مدل موردانتظار به لحاظ آماری قابل ملاحظه است یا خیر، چیزی نمی‌گوید.

بر اساس این روش، مدلی که تخطی ایجاد نکند، بالاترین رتبه را به خود اختصاص می‌دهد در حالی که این نتیجه گمراه‌کننده است. بنابراین برای رتبه‌بندی مدل‌ها باید از نمره (QPS) مدلی استفاده کنیم که تعداد تخطی‌های آن برابر تخطی‌های موردانتظار است. دوری و نزدیکی نمره دیگر مدل‌ها نسبت به نمره این مدل مبنای اعطای رتبه‌های پایین‌تر و بالاتر است. ایراد دیگر اولین پس‌آزمایی لوپز این است که از اندازه زیان‌های دنباله صرف‌نظر می‌کند و تنها تعداد آن‌ها را مورد ملاحظه قرار می‌دهد. لوپز برای بهبود این مدل، تابع زیان دیگری را پیشنهاد می‌کند که به دومین تابع زیان لوپز معروف است. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} 1 + (L_t - VaR_t)^2 & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } L_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (56-11)$$

این رابطه امکان احتساب اندازه زیان‌های موجود در دنباله را فراهم می‌کند. بدین ترتیب، این تابع زیان به مدلی که زیان‌های دنباله آن بالاتر باشد، مقدار بیشتری می‌دهد. توجه داشته باشید که بر اساس این رابطه دیگر نمی‌توان معیار مقایسه را به سادگی روش

1. Lopez II loss function

قبل برآورد نمود. بنابراین، برای تخمین معیار مقایسه باید از دیگر ابزارها مانند شبیه سازی مونت کارلو استفاده کرد. به علاوه این تابع زیان تعدیل شده به گونه‌ای است که درک شهودی ما را دچار ابهام می‌سازد، چراکه هیچ تعبیر اقتصادی خاصی برای مجذور زیان‌های فراتر از Var وجود ندارد.

برای رفع این مشکل بلانکو و ایهل تابع زیان زیر را پیشنهاد کردند:^۱

$$C_t = \begin{cases} (L_t - VaR_t) / VaR_t & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (57-11)$$

این تابع زیان به هر مشاهده موجود در دنباله، وزنی برابر با زیان دنباله^۲ تقسیم بر Var اختصاص می‌دهد. درک شهودی این تابع آسان است و ما را مطمئن می‌سازد که تابع زیان یعنی C_t ، به زیان‌های بزرگ‌تر دنباله، مقادیر بزرگ‌تری می‌دهد. استخراج معیار مقایسه این رویه ارزیابی، آسان است و معادل اختلاف بین ES و Var تقسیم بر Var می‌باشد:

$$p_t = \frac{ES_t - VaR_t}{Var_t} \quad (58-11)$$

تابع زیان بلانکو و ایهل نیز دارای مشکلاتی است. اگر مخرج رابطه یعنی Var ، صفر باشد، رابطه تعریف نشده می‌گردد و اگر مقدار Var ، منفی و یا به صفر نزدیک شود، پاسخ‌های گمراه‌کننده‌ای ایجاد می‌نماید. بنابراین تنها در صورتی می‌توان به آن اتکا کرد که مطمئن باشیم Var مثبت و به اندازه کافی بزرگ است. بنابراین باید به دنبال تابع زبانی باشیم که اولاً مبتنی بر اندازه زیان باشد و ثانیاً مشکلات دومین تابع لوپز و تابع بلانکو و ایهل را نیز نداشته باشد. یک گزینه مناسب، تعریف تابع زیان بر اساس زیان دنباله است:

$$C_t = \begin{cases} L_t & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (59-11)$$

1. Blanco and Ihle (1998).
2. tail-loss

بدیهی است که ارزش مورد انتظار دنباله برابر با ES است. بنابراین می‌توانیم ES را به‌عنوان معیار مقایسه در نظر بگیریم و از یک تابع نمره‌درجه دو به‌قرار زیر استفاده کنیم:

$$QS = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (C_i - ES_i)^2 \quad (60-11)$$

این تابع، انحرافات زیان‌های دنباله از مقادیر مورد انتظارشان را مشمول جریمه می‌نماید که با درک شهودی ما نیز هم‌خوانی دارد. اما، از آن‌جا که یک تابع درجه دو است، به زیان‌های بسیار بزرگ دنباله نسبت به زیان‌های عادی‌تر دنباله، اوزان بسیار بزرگ‌تری را اختصاص می‌دهد و بدین ترتیب در مورد زیان‌های بزرگ، سخت‌گیری بیش از حد روا می‌دارد.

پس‌آزمایی با موقعیت‌ها و داده‌های جایگزین

برای حصول اطمینان بیشتر از کفایت مدل‌های ریسک می‌توان با جایگزینی داده‌های فعلی با دیگر داده‌ها به پس‌آزمایی مدل‌ها اقدام نمود. این داده‌های جایگزین می‌تواند شامل موقعیت‌هایی متفاوت از موقعیت‌های کنونی سبد و یا داده‌هایی متفاوت از داده‌های کنونی باشد. بدین ترتیب امکان پس‌آزمایی مجدد مدل‌های ریسک فراهم می‌شود.

پس‌آزمایی با موقعیت‌های جایگزین

برخی از این موقعیت‌ها شامل موارد زیر است:

- سبدهای تاریخی: سبدهایی که طی مدت زمان مشخصی در گذشته داشته‌ایم.
- موقعیت‌های گوناگون در سطح واحد تجاری و یا کل مؤسسه: می‌توان موقعیت‌های مؤسسه در سهام را جدا از موقعیت‌های با درآمد ثابت و نیز دیگر موقعیت‌ها مورد پس‌آزمایی قرار داد. هم‌چنین می‌توانیم مدل‌های ریسک را در هر سطحی از واحد تجاری، مانند معامله‌گران، مدیران دارایی و یا ابزارهای مالی پس‌آزمایی کنیم.

- موقعیت‌های معیار: مجموعه‌ای از موقعیت‌های مهم را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم و به پس‌آزمایی مدل خود بر اساس این موقعیت‌های انتخابی اقدام می‌نماییم. این موقعیت‌ها می‌تواند شامل یک موقعیت نوعی در بازار سهام، یک موقعیت نوعی در بازار اختیار معامله و غیره باشد. پس‌آزمایی بر اساس این موقعیت‌های معیار برای اهداف مقایسه‌ای بسیار مفید است.
- به‌عنوان گزینه‌ای دیگر می‌توانیم به صورت تصادفی تعداد زیادی سید دارایی انتخاب کرده و هر کدام را مورد پس‌آزمایی قرار دهیم. در ادامه، میانگین نتایج را استخراج می‌کنیم. تمرکز بر میانگین نتایج ما را از نتایج مربوط به برخی سبدهای خاص در امان می‌دارد.

پس‌آزمایی با داده‌های جایگزین

برخی از این داده‌ها شامل موارد زیر است:

- می‌توانیم دوره زمانی تاریخی مورد استفاده برای پس‌آزمایی را تغییر دهیم تا نتایج حاصل از پس‌آزمایی مدل‌های ریسک تنها مبتنی بر یک دوره زمانی خاص نباشد.
- می‌توانیم برای هر دوره زمانی خاص، عملیات بوت‌استرپ را بر روی داده‌ها پیاده کنیم و از داده‌های جدید برای پس‌آزمایی استفاده نماییم. بدین ترتیب مجموعه بزرگ‌تری از داده‌ها در اختیار خواهد بود.
- می‌توانیم از شبیه‌سازی مونت‌کارلو یا دیگر روش‌های شبیه‌سازی استفاده کنیم و بر اساس پارامترهای موجود در بازار و یا نظرات خود به تولید داده‌های جدید اقدام نماییم.

نتیجه‌گیری

قبل از این که از سنجش ارزش در معرض ریسک به‌عنوان ابزاری برای اندازه‌گیری ریسک بازار استفاده شود، لازم است توانمندی آن در اندازه‌گیری ریسک مورد بررسی قرار گیرد. مرحله سنجش اعتبار مدل‌های ارزش در معرض ریسک یا به‌طور عام مدل‌های ریسک، یکی از مراحل کلیدی در فرآیند مدیریت ریسک است.

در این فصل سه رویکرد پس‌آزمایی را از نظر گذرانندیم. هر کدام از این رویکردها نیز به‌نوبه خود شامل مدل‌های متنوعی است. کاربرد این مدل‌ها آسان است و اغلب آن‌ها ابزارهای قدرت‌مندی جهت ارزیابی عملکرد مدل‌های Var است. برای پس‌آزمایی ریزش موردانتظار نیز مدل‌های مشابهی وجود دارد که در این فصل از بررسی آن‌ها صرف‌نظر کردیم.

با وجود قدرت‌مند بودن روش‌های پس‌آزمایی، نباید تنها بر یک روش اتکا کرد. نتایج حاصل از هر مدل پس‌آزمایی را باید با به‌کارگیری دیگر روش‌ها مورد تأیید قرار داد، چراکه نتایج قابل‌اتکا، مستلزم شواهد کافی است. کاربرد مجموعه‌ای از مدل‌های پس‌آزمایی جهت شناسایی نقاط قوت و ضعف مدل‌های ریسک، روش مفیدی است. در نهایت این‌که هدف از پس‌آزمایی تنها ارزیابی مدل‌های ریسک نیست. فرآیند پس‌آزمایی با کمک به شناسایی نحوه عملکرد مدل‌ها و برجسته‌سازی محدودیت‌های آن‌ها ما را در جهت بهبود مدل‌های Var توانمند می‌سازد.



منابع

1. Basel II: *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework-Comprehensive Version*, (June 2006).
2. Basel, *Supervisory framework for the use of backtesting in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements*, (January 1996).
3. Benniga, S. (2001), *Financial modeling using Excel and VBA*, MIT press, Second Edition.
4. Berkowitz, J. (2001), "Testing density forecasts, with applications to risk management," *Journal of Business and Economic Statistics*, American Statistical Association, Vol. 19, pp. 465-474.
5. Berkowitz, J., Christoffersen, P. and Pelletier, D. (2005), "Evaluating value-at-risk models with desk-level data", *Fourth Joint Central Bank Research Conference*, 9 Nov 2005, European Central Bank.
6. Bixaulti, J. (2005), *Accurate Measures of Value At Risk Fitting Fat Tails* (Thesis), Department of Management and Finance, University of Murcia (Spain).
7. Blanco, C. and Soronow, D. (1998), "How good is your VaR? using backtesting to assess system performance" *Financial Engineering News* (August), pp. 1-2.
8. Christoffersen, P. (1998), "Evaluating interval forecasts," *International Economic Review*, Vol.39, pp. 841-862.
9. Christofferson, P. and Pelletier, D. (2004), " Backtesting value-at-risk: a duration-based approach," *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 2, No. 1, pp. 84-108.



10. Crnkovic, C. and Drachman, J. (1997), *Quality control in VaR: Understanding and applying value-at-risk*, Risk Publications, ISBN 189933226X.
11. Diebold, F. X., Gunther, T. A. and Tay, A. S. (1998), "Evaluating density forecasts," *International Economic Review*, Vol. 39, pp. 863-883.
12. Dowd, K. (2005), *Measuring market risk*, John Wiley & Sons Ltd. Second Edition.
13. Engle, R. F. and Manganelli, S. (2004) "CAViaR: conditional autoregressive value-at-risk by regression quantiles," *Journal of Business and Economic Statistics*," Vol. 22, pp. 367-381.
14. Hartz, C., Mittink, S. and Paollela, S. (2006), "Accurate value at risk forecasting based on the normal-GARCH model," *National center of competence in research financial valuation and risk management*, Working paper No. 333.
15. Hurlin, C. Tokpavi, S. (2006), *Backtesting VaR Accuracy: A new simple test* (Thesis), University of Orleans.
16. Lehtonen, K. (2007), *Development of Systematic Backtesting Processes of Value at Risk* (Thesis), Helsinki University of Technology.
17. Lopez, J. A. (1998), "Regulatory evaluation of value-at-risk models" Federal Reserve Bank of New York, *Economic Policy*, pp. 119-124.
18. Timotheos, A. and Stavros, D. (2005), "Modeling risk for long and short trading positions," *The Journal of Risk Finance*, pp. 226-238.





نمایه

ارزش در معرض ریسک اعتباری، ۵۱
 ارزش در معرض ریسک افزایشی، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵
 ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۵۰
 ارزش در معرض ریسک انفرادی، ۳۵۶
 ارزش در معرض ریسک بازار، ۵۸، ۵۹، ۱۰۶
 ارزش در معرض ریسک بدون تنوع بخشی، ۳۵۶
 ارزش در معرض ریسک بیضوی، ۲۱۰
 ارزش در معرض ریسک عملیاتی، ۵۱، ۷۱
 ارزش در معرض ریسک لاگ-نرمال، ۹۳، ۹۴، ۲۰۴
 ۲۰۶، ۲۰۷
 ارزش در معرض ریسک نرمال، ۹۴، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۱۹۸، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸
 ۲۱۳، ۲۱۵، ۲۱۸، ۳۳۰
 ارزش در معرض ریسک نهایی، ۳۴۶، ۳۵۲، ۳۵۳
 ارزش فرین شرطی، ۲۶۲، ۲۶۳
 استاندارد اند پورز، ۵۰۰، ۱۶۳
 استقلال زنجیره‌ای، ۳۷۰، ۳۷۵
 اسکتر، ۳۲۰
 الکساندر، ۱۸۹
 انتظار مشروط بر دنباله، ۱۱۵، ۱۱۷
 انتگرال گیری عددی، ۶۷، ۱۲۷، ۲۸۷

۱

ابریلین، ۲۰۹
 ابزار حساس به نرخ بهره، ۳۱
 ابزار نمونه‌گیری گیبس، ۲۱۲
 ایپانجینکوف، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۳۱۳
 اثر اهرم، ۱۷۳، ۱۷۴
 اثرات تعطیلات، ۱۵۱
 اثرات سایه، ۲۹۷
 اثرات شبیح، ۱۵۴، ۱۵۷، ۱۸۲، ۱۸۶، ۲۸۰، ۲۹۷
 ۲۹۸
 اثرات فصلی، ۱۵۱
 احتمال نکول، ۷۰
 اختیار معامله دامنک، ۱۸۴
 اخطار تأدیة وثیقه، ۳۳، ۳۴
 ارزش احتمال، ۳۷۱، ۳۷۵، ۳۷۶
 ارزش احتمال مشاهده شده، ۳۷۲
 ارزش در معرض ریسک t، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۱۷، ۲۱۸
 ارزش در معرض ریسک اجزاء، ۳۴۳، ۳۵۱، ۳۵۲
 ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷



تحدب، ۳۶، ۴۲، ۱۰۲، ۱۲۳
 تحرکات فرین، ۲۳۲
 تخطی‌ها، ۹۵، ۲۴۹، ۲۵۲، ۲۵۵، ۲۶۴، ۳۶۵، ۳۶۹، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۸۳
 تخمین چگالی ناپارامتریک، ۲۷۴، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۵، ۲۹۰، ۳۰۲، ۳۱۱
 تخمین دست‌پایین، ۲۰۱
 تقریب سری تیلور، ۳۴۶
 تقریب کورنیش-فیشر، ۲۰۹، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸
 تلاطم ضمنی، ۶۶، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۴
 ۱۹۰، ۳۸۰، ۴۱۱
 تلاطم مطلوب، ۱۰۰، ۴۱۱
 تلاطم نامطلوب، ۱۰۰، ۴۱۱
 تله، ۳۲۷
 تلسر، ۴۷
 توزیع احتمال شرطی، ۶۱، ۱۳۶
 توزیع بتا، ۲۳۶
 توزیع بیضوی، ۱۱۴، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۶۵
 توزیع پرتو، ۲۳۵
 توزیع تعمیم‌یافته t ، ۲۰۳، ۲۰۴
 توزیع تعمیم‌یافته پرتو، ۲۴۸، ۲۵۰، ۲۵۲، ۲۵۴، ۲۵۸، ۲۵۹
 توزیع چندمتغیره لاگ‌نرمال، ۷۶
 توزیع چندمتغیره نرمال، ۷۶، ۷۷، ۱۸۱، ۲۱۹، ۲۲۰
 ۲۲۱، ۲۲۳، ۲۵۶
 توزیع چوله- t ، ۲۱۶
 توزیع خطای تعمیم‌یافته، ۱۵۰، ۱۷۴، ۱۹۶، ۲۰۹، ۲۱۵
 توزیع زیان، ۷۱، ۸۶، ۸۷، ۱۱۵، ۱۲۳، ۲۴۴
 توزیع شرطی، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۷، ۷۰، ۱۳۴، ۱۴۵، ۱۶۸، ۲۶۵، ۳۱۱
 توزیع غیرشرطی، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۶، ۲۶۵
 توزیع فرجت، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۴۴، ۲۴۶، ۲۴۷
 توزیع کوچی، ۲۳۵
 توزیع گاما، ۲۳۶
 توزیع گامبل، ۲۳۵، ۲۳۷، ۲۴۴، ۲۴۶، ۲۴۷

پیکانددس، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۹

ت

تابع اپانچنیکوف انطباق‌پذیر، ۳۲۰
 تابع احتمال، ۱۴۶، ۱۵۰، ۱۶۹، ۱۷۰، ۲۱۵، ۲۳۷
 ۲۵۲، ۲۵۷، ۲۸۴، ۳۸۵
 تابع توزیع تجمعی، ۵۷، ۶۸، ۸۰، ۸۱، ۸۴، ۸۸، ۸۹، ۹۲، ۲۰۳، ۲۲۱، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۴۰، ۲۴۵، ۲۸۳
 ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۹، ۳۱۷، ۳۱۷، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۸۲، ۳۸۵
 تابع چگالی احتمال، ۶۷، ۹۹، ۱۲۰، ۱۴۶، ۱۶۹
 ۱۹۸، ۲۰۱، ۲۲۱، ۲۳۳، ۲۳۷، ۲۵۷، ۲۸۱، ۲۸۳، ۲۸۶
 ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۹۰، ۲۹۳، ۳۱۱، ۳۱۵، ۳۳۱
 تابع ریسک‌گریزی، ۱۲۴
 تابع ریسک‌گریزی نمایی، ۱۲۶
 تابع زیان، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۹۰، ۳۹۱
 تابع شعاعی، ۳۲۱
 تابع طیف ریسک، ۱۲۴
 تابع لگاریتم احتمال، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۶۹، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۵۷
 تابع معرف، ۱۱۸، ۱۷۳، ۲۵۴، ۲۸۳، ۲۹۰، ۳۱۰، ۳۷۸
 تابع میانگین فزونی، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶
 تابع نرمال انطباق‌پذیر، ۳۲۰
 تابع نگاشت، ۶۲، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۷۰، ۷۳، ۷۵، ۸۲، ۸۳، ۳۲۸، ۳۲۹
 تابع نمره، ۳۸۸
 تابع نمره احتمال درجه دوم، ۳۸۸
 تابع وزن‌دهی، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۷، ۲۹۰، ۲۹۲
 تاخت نرخ بهره، ۳۱
 تایی، ۳۸۳
 تبدیل انتگرال احتمال، ۳۸۱، ۳۸۳
 تبدیل باکس-کاکس، ۲۱۴
 تبدیل معکوس باکس-کاکس، ۲۱۵
 تجزیه چولسکی، ۳۰۶، ۳۰۸
 تجزیه ریسک، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۵۳، ۳۵۵، ۳۵۸

توزیع لاندای تعمیم‌یافته، ۲۱۶

توزیع لوی، ۲۳۵

توزیع مادر، ۲۳۳، ۲۴۵، ۲۴۷

توزیع مشترک، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۷، ۷۴، ۲۶۶

توزیع ویبول، ۲۳۶، ۲۳۷

توزیع هذلولی، ۲۰۹

توزیع هذلولی تعمیم‌یافته، ۲۱۰

توزیع یکنواخت، ۲۳۶، ۳۳۱، ۳۸۴

توزیع‌های چندمتغیره بیضوی، ۲۲۰، ۲۲۱

توزیع‌های خانواده پیرسون، ۲۱۶

توزیع‌های خانواده جانسون، ۲۰۹، ۲۱۶

توزیع‌های مرکب، ۲۳۵

تیبیت، ۲۳۴

ح

حداقل سرمایه کل الزامی، ۳۶۴

حداکثر درست‌نمایی، ۱۴۳، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۵۰، ۱۶۸

۱۶۹، ۲۱۰، ۲۱۲، ۲۲۱، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۳

۲۵۲، ۲۵۶، ۲۵۷، ۳۸۶

حداکثر درست‌نمایی گوسی-بیزی، ۲۱۲

حداکثرهای بلوک، ۲۶۴

حدود ریسک، ۹۵

حرکت برآونی هندسی، ۱۷۷، ۱۷۸، ۲۰۵، ۲۰۶، ۳۳۵

خ

خطای ردگیری، ۳۱

خودرگرسیون میانگین متحرک، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۱

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

تعمیم‌یافته در میانگین، ۱۷۰، ۱۷۲

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

تعمیم‌یافته ترکیبی، ۱۷۰، ۱۷۵

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

تعمیم‌یافته جامع، ۱۷۰

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

تعمیم‌یافته عاملی، ۱۷۰، ۱۷۱

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

تعمیم‌یافته نامتقارن، ۱۷۰، ۳۰۹

خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

چندمتغیره، ۱۸۷

خوشه، ۱۳۴، ۱۶۱، ۲۶۴، ۲۷۸

خوشه‌بندی تلاطم، ۱۶۱، ۴۱۳

خوشه تلاطم، ۱۵۳، ۴۱۳

د

داده‌های زبان /سود، ۸۲، ۸۵، ۸۶

داده‌های سود/زبان، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۱۱۹، ۱۲۱

دارای توزیع یکسان و مستقل از هم، ۱۴۶، ۱۶۹

ج

جاناناتان، ۱۷۳

جزر میانگین مجذورات خطا، ۱۵۷، ۱۵۸

جرج- لوئیس لکرس، ۳۳۰

جریان نقدی در معرض ریسک، ۵۱

جزء تصادفی، ۱۳۹، ۱۵۰، ۱۵۱

جزء قطعی، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۶۹، ۱۷۲

جعبه، ۲۹۲

جنکینسون، ۲۳۴

جی. پی. مورگان، ۳۷، ۴۷، ۱۵۸

چ

چارچوب مدل‌های داخلی، ۵۰

چاله‌های بلک- شولز، ۱۷۸

چگالی احتمال مشترک، ۱۴۶، ۱۶۹

چولسکی، ۳۰۶، ۳۰۷

چولگی، ۴۴، ۹۹، ۲۰۹، ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۶

۲۱۷، ۲۱۸، ۲۲۲، ۲۲۵، ۲۳۶، ۲۹۵

چولگی‌های تلاطم، ۱۷۸، ۴۱۲

چیومبا، ۱۸۹

رویکرد هال-وایت جهت انتقال به نرمال بودن، ۲۲۰
 ۲۲۱
 رویکردهای تاریخ محور، ۱۹۰
 رویکردهای مبتنی بر تلاطم ضمنی، ۱۹۰
 رویکردهای واریانس-کوواریانس غیرنرمال، ۲۱۹،
 ۲۲۰
 ری، ۴۳، ۴۴، ۴۷
 ریچارد هوپ، ۱۰۳
 ریچاردسون، ۲۷۸
 ریزش موردانتظار، ۳۹، ۴۶، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸،
 ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۸، ۱۲۸، ۱۹۶، ۱۹۸،
 ۲۰۰، ۲۲۰، ۲۶۱، ۲۹۶، ۳۲۰، ۳۹۳
 ریزش موردانتظار اجزاء، ۳۵۸
 ریزش موردانتظار نهایی، ۳۵۸
 ریسک اجرا، ۱۰۴
 ریسک ارزش، ۴۷
 ریسک اعتباری، ۸، ۲۷، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۴، ۵۰،
 ۳۶۴، ۷۰
 ریسک بازار، ۳، ۴، ۷، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲،
 ۳۶، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۶، ۵۸، ۶۱، ۷۱، ۸۳، ۱۹۷،
 ۲۳۲، ۳۵۷، ۳۶۲، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۹۳
 ریسک تسویه، ۳۲
 ریسک جریان نقدی، ۳۳، ۳۴
 ریسک حاکمیت، ۲۹، ۳۲
 ریسک خارج ترازنامه، ۲۹
 ریسک درآمد، ۴۷
 ریسک کالا، ۳۱
 ریسک مدل، ۳۴، ۱۰۴، ۲۴۷، ۲۶۷
 ریسک مطلق، ۳۱
 ریسک ناتوانی در پرداخت، ۲۹
 ریسک نامطلوب، ۳۷، ۳۸، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۵۲،
 ۱۰۰
 ریسک نرخ ارز، ۲۹، ۲۹۶
 ریسک نرخ بهره، ۲۹
 ریسک نسبی، ۳۱
 ریسک نقدشوندگی دارایی‌ها، ۳۳

دارایی تعهدشده، ۶۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۳۳۵
 دامنۀ جذب، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۴۷، ۲۴۸
 دامنۀ میان چارکی، ۳۱۴
 در معرض بودن، ۶۹، ۷۰، ۷۱
 درآچمن، ۳۸۳
 درآمد در معرض ریسک، ۵۱
 دلارهای در معرض ریسک، ۴۷
 دنباله‌های سبک، ۲۳۵
 دنباله‌های سنگین، ۲۱۳
 دنباله‌های ضخیم، ۱۰۱، ۲۹۵، ۳۲۹، ۳۳۸
 دنباله متراکم، ۲۰۲، ۲۱۴، ۲۲۲
 دونیم‌سازی، ۱۷۷
 دیولند، ۲۶۸، ۳۸۳
 دیرش، ۲۷، ۳۶، ۳۸، ۴۲، ۱۰۱، ۱۰۲
 دی‌هان، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۹

د

دام، ۴۳
 رجوع‌کننده به میانگین، ۱۶۶، ۴۱۳
 رفتار شرط‌بندی، ۳۷۷
 رفتار عقلایی، ۲۲
 روش عددی، ۲۳۹
 روش‌های تحلیلی، ۳۲۹، ۳۳۸
 رونکل، ۱۷۳
 رویدادهای اعتباری، ۳۰، ۷۰
 رویدادهای زبان‌بار، ۷۱
 رویدادهای عملیاتی، ۳۰
 رویدادهای فرین، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۶۶، ۲۶۸
 رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد، ۳۶۷، ۳۶۸
 رویکرد پیش‌بینی چگالی، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۸۰، ۳۸۱
 رویکرد صدک-رگرسیون، ۳۲۱
 رویکرد قبل و بعد، ۳۴۵
 رویکرد نرمال مرکب، ۳۲۱
 رویکرد واریانس-کوواریانس چندمتغیره نرمال، ۲۱۹

سنجه‌های منسجم ریسک، ۱۰۹، ۱۱۱، ۱۲۴، ۱۲۸،
 ۳۵۸، ۳۵۷
 سنجه‌های منسجم ریسک افزایشی، ۳۵۷
 سنجه طیفی-نمایی، ۱۲۷
 سوزن بوفن، ۳۳۰
 سیگل، ۴۳
 سیلورمن، ۳۱۴

ش

شاخص دنباله، ۲۳۵، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۷،
 ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۵
 شارپ، ۳۶، ۱۳۹، ۱۴۰
 شبکه عصبی، ۳۰۲، ۳۲۰، ۳۲۱
 شبکه یادگیرنده، ۳۲۰
 شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ، ۲۷۴، ۲۷۶
 شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده، ۲۷۸، ۲۹۶، ۳۰۲
 ۳۰۳، ۳۰۹، ۳۱۱
 شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۷،
 ۲۷۸، ۲۸۰، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۹
 شبیه‌سازی تاریخی موزون، ۲۷۷، ۳۰۲، ۳۰۳
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با تلاطم، ۲۷۸، ۴۱۶
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان، ۲۷۴، ۲۷۸،
 ۲۷۹، ۲۸۰، ۳۰۳، ۳۰۵
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با همبستگی، ۲۷۸،
 ۳۰۳، ۳۰۵، ۳۰۸
 شولز، ۱۷۶، ۱۷۸، ۳۳۰، ۳۳۵، ۳۳۶

ض

ضریب هموارسازی، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۸۶، ۲۷۹

ط

طبقات دارایی، ۳۵۱، ۳۵۷
 طرف قرارداد، ۲۹، ۳۱، ۳۲

ریسک نقدینگی، ۲۹، ۳۳، ۳۴، ۵۱
 ریسک نقدینگی بازار-محصول، ۳۳
 ریسک نقدینگی تأمین وجوه، ۳۳
 ریسک نکول، ۱۰۱
 ریسک‌گریزی، ۱۰۱، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸
 ریسک‌متریکس، ۲۷، ۱۵۷
 ریسک‌های اجزاء، ۱۰۲، ۳۴۳، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۸
 ریسک‌های افزایشی، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۵۸
 ریسک‌های تجاری، ۲۷، ۲۸
 ریشه دوم ماتریس، ۳۰۶

ز

زاکویان، ۱۷۳
 زنگاری، ۲۱۲
 زیان دنباله، ۳۹۰، ۳۹۱
 زیان مشروط بر نکول، ۷۰
 زیان موردانتظار دنباله، ۱۱۵
 زیرجمع‌پذیری، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۶، ۱۱۷،
 ۱۲۳

س

سامیتومو، ۵۲
 سرمایه در معرض ریسک، ۴۷
 سطح پوشش، ۳۶۵، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱،
 ۳۷۶، ۳۸۰
 سطوح ارزش در معرض ریسک، ۹۸
 سنجه‌های تلاطم، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۳، ۴۱۵
 سنجه‌های حساسیت، ۳۸، ۴۲، ۵۲
 سنجه‌های ریسک طیفی، ۳۹، ۴۶، ۱۱۵، ۱۲۳، ۱۲۵،
 ۱۲۸
 سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک، ۳۹، ۴۵، ۴۶،
 ۵۲، ۱۱۰
 سنجه‌های ریسک نامطلوب، ۳۸، ۴۳، ۴۵، ۵۲
 سنجه‌های ریسک یونانی، ۱۰۲

ق

قاعده جذر زمان, ۹۷, ۱۲۲, ۱۹۷
 قضیه‌های ارزش فرین, ۲۳۱
 قضیه اولر, ۳۵۱, ۳۵۳, ۳۵۷
 قضیه حد مرکزی, ۲۰۱, ۲۳۱, ۲۶۵, ۲۶۷
 قواعد انسجام, ۱۱۰, ۱۱۱

ک

کاپلان, ۴۳
 کاپیتان او. سی. فکس, ۳۳۲
 کارایی شرطی, ۳۸۰, ۳۸۱
 کرامر-ون - میسر, ۳۸۳
 کردیت متریکس, ۲۷
 کرفت, ۱۸۷
 کرنکویک, ۳۸۳
 کرونر, ۱۸۷
 کریستوفرسن, ۳۶۶, ۳۶۸, ۳۷۰, ۳۷۳, ۳۷۶
 کشیدگی, ۹۹, ۲۰۱, ۲۰۲, ۲۰۳, ۲۰۹, ۲۱۱, ۲۱۳
 ۲۱۴, ۲۱۵, ۲۱۶, ۲۱۷, ۲۱۸, ۲۲۲, ۲۲۵
 کمیته بال, ۳۳, ۳۴, ۵۰, ۵۱, ۱۰۶, ۳۶۳, ۳۶۴, ۳۶۶
 کوآرتیک, ۲۹۲
 کولموگروف-اسمرینوف, ۳۸۳
 کوپرک, ۴۶

گ

گارمن, ۳۴۶, ۳۴۷, ۳۴۸, ۳۵۰
 گامبل, ۲۳۳, ۲۳۶, ۲۳۹, ۲۴۴, ۲۴۶, ۲۴۷
 گانزر, ۳۸۳
 گروه سی, ۴۷
 گشت تصادفی لاک‌نرمال, ۲۰۵
 گشتاورهای تجربی, ۲۱۶
 گلوستن, ۱۷۳
 گولدیمان, ۴۷

ع

عبارت ARCH, ۱۶۵, ۱۶۷
 عبارت GARCH, ۱۶۵, ۱۶۷
 عدم تغییر انتقالی, ۱۱۲
 عرض بند, ۲۶۵, ۲۸۶, ۲۸۸, ۲۸۹, ۲۹۰, ۲۹۳
 ۳۱۲, ۳۱۳, ۳۱۴, ۳۱۵, ۳۱۷, ۳۱۸, ۳۱۹
 عرض طبقه, ۲۸۲, ۲۸۳, ۲۸۴
 عوامل ریسک, ۶۰, ۶۱, ۶۴, ۶۵, ۶۷, ۶۹, ۷۱, ۷۲, ۸۲, ۱۰۲, ۱۳۲, ۱۳۷, ۱۳۸, ۱۴۱, ۱۸۸, ۱۹۱, ۱۹۷, ۱۹۹, ۳۲۲, ۳۵۷, ۳۵۶, ۳۳۸, ۲۲۵, ۲۱۲
 عوامل کلیدی, ۶۱, ۶۴, ۶۵, ۶۶, ۶۷, ۷۴, ۱۹۱, ۳۲۹

غ

غیرخطی بودن, ۲۶۷, ۳۲۹

ف

فاما, ۴۴
 فراتر از آستانه, ۲۴۷, ۲۴۸, ۲۴۹, ۲۵۰, ۲۵۱, ۲۵۴
 ۲۵۸, ۲۵۹, ۲۶۰, ۲۶۲
 فرآیند استنباط, ۶۲, ۶۴, ۶۵, ۷۰, ۷۱, ۷۴, ۱۳۲, ۱۹۷, ۳۲۹
 فرآیند انتقال, ۶۵, ۶۶, ۶۷, ۷۰, ۷۱, ۷۵, ۷۷, ۷۹, ۸۰, ۱۳۲, ۱۹۷
 فرآیند نگاشت, ۶۲, ۶۴, ۶۵, ۷۱, ۷۲, ۷۴
 فرآیندهای تصادفی, ۳۷, ۲۶۴, ۳۲۸, ۳۲۹, ۳۳۸
 فرگوسن, ۴۳
 فری, ۲۶۳, ۲۶۵
 فزایندهای ضعیف, ۱۲۵
 فنون کاهش واریانس, ۳۳۲
 فیشر, ۲۱۶, ۲۱۷, ۲۱۸, ۲۳۴
 فیلیپ جوربون, ۴۹

ل

لیخندهای تلاطم، ۱۷۸، ۴۱۸
لوپز، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۱

م

ماتریس گذار، ۲۰۸، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۶، ۳۷۷
ماتریس معین مثبت، ۱۸۵
ماتریس نیمه‌معین مثبت، ۱۸۵
مارکویتز، ۲۷، ۳۶، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۱۳۹
مانو، ۴۶
متروپولیس، ۳۲۸، ۳۳۰
متغیر جهش، ۲۱۳
متوسط واریانس بلندمدت، ۱۶۳
مثلت، ۲۹۱
مدل GARCH متعامد، ۱۸۸
مدل باکس-کاکس، ۲۱۴
مدل قیمت‌گذاری اختیاری معامله‌بلک-شولز، ۲۷، ۱۹۰
مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، ۲۷، ۳۷
مدل گشت تصادفی، ۱۳۷، ۱۳۹، ۱۵۱، ۱۵۳، ۱۵۶، ۱۶۹
مدل میانگین-واریانس، ۲۷، ۴۴
مدل‌های تغییر رژیم زنجیره مارکوف، ۲۰۸
مدل‌های تلاطم تصادفی، ۱۵۲، ۱۵۸، ۱۹۸، ۲۰۷، ۴۱۹
مدل‌های جهش-انتشار، ۲۱۳
مدل‌های چندعاملی، ۲۷
مدل‌های خودرگرسیون، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۸
مدل‌های خودرگرسیونی میانگین متحرک، ۱۳۷
مدل‌های خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس، ۱۵۹، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۵، ۱۷۰، ۱۷۲، ۱۸۲
مدل‌های مقایسه‌ای، ۳۶۷
مدل‌های میانگین شرطی، ۱۳۷
مدل‌های میانگین متحرک، ۱۴۱، ۱۶۳
مدل‌های نرمال مرکب، ۲۱۰، ۲۱۱

مدل‌های واریانس شرطی، ۱۵۲
مدیریت جامع ریسک بنگاه اقتصادی، ۲۷
مرتون، ۲۱۳
مسائل نمایندگی، ۱۰۵
مسیرهای شبیه‌سازی شده، ۳۲۹
مسیرهای نمونه، ۳۳۵
مشقتهای اعتباری، ۳۳۸
مفصل‌های ارزش فرین، ۲۶۶
مقام ناظر، ۲۵، ۲۹۶، ۳۶۳، ۳۶۴
مکالی، ۳۶
مکنیل، ۲۶۳، ۲۶۵
مندلیوت، ۴۴
مگانلی، ۳۶۸، ۳۷۹، ۳۸۰
منهتن، ۳۲۷
موناکو، ۳۲۷
مونت کارلو، ۲۰۴، ۲۱۴، ۲۲۳، ۳۲۵، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸
۳۳۹، ۳۹۰، ۳۹۳
مؤلفه‌های ریسک، ۶۹
میانگین زیان اضافی، ۱۱۵
میانگین متحرک با اوزان نمایی، ۱۵۲، ۱۵۵، ۱۶۲، ۱۷۱، ۱۸۲، ۱۸۶
میانگین متحرک ساده، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵
۱۶۲، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۲۰۸
میانگین مجذور خطای تجمیع یافته، ۳۱۳، ۳۱۴، ۴۱۹

ن

نات‌وست، ۵۲
ناهمسانی واریانس، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۲
نرخ فروپاشی نمایی، ۲۷۹
نرمال مرکب، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲
نسبت احتمال پوشش شرطی، ۳۷۰، ۳۷۷، ۳۷۸
نسبت تخطی، ۳۶۹
نسبت شکست، ۳۶۹، ۳۷۰

۹

وابستگی مسیر, ۳۳۸, ۳۲۹
 وایت, ۲۲۰, ۲۲۱, ۲۲۳, ۲۲۶, ۳۰۳, ۳۰۴, ۳۰۵, ۳۰۸, ۳۱۱
 وایت‌لو, ۲۷۸
 ونکاتارمن, ۲۱۲
 ویلیام شارپ, ۱۳۹

۵

هال, ۲۲۰, ۲۲۱, ۲۲۳, ۲۲۶, ۳۰۳, ۳۰۴, ۳۰۵, ۳۰۸, ۳۱۱
 همسانی‌واریانس, ۱۵۹
 همگنی مثبت, ۱۱۲
 هموارسازی بیش از حد, ۳۱۴, ۳۱۷, ۳۱۹
 هموارسازی نمایی-ریسک متریک, ۱۵۵
 هیستوگرام, ۲۸۱, ۲۸۲, ۲۸۳, ۲۸۴, ۲۸۵, ۲۸۸, ۲۹۰, ۳۱۱, ۳۱۸, ۳۲۰, ۳۳۴
 هیل, ۲۴۱, ۲۴۲, ۲۴۳, ۲۵۵

ی

یکتوایی, ۱۱۱
 یواس‌بی, ۵۲
 یولام, ۳۲۷

نسبت‌های پوشش یونانی, ۳۲۸

نسیم طالب, ۱۰۳

نظریه ارزش فرین, ۲۰۱, ۲۰۳, ۲۳۰, ۲۳۱, ۲۳۲, ۲۴۲, ۲۴۷, ۲۵۳, ۲۶۲, ۲۶۳, ۲۶۴, ۲۶۶, ۲۶۷, ۲۶۸

نظریه ارزش فرین تک‌متغیره, ۲۶۵

نظریه ارزش فرین چندمتغیره, ۲۶۳, ۲۶۵

نظریه تابع مطلوبیت, ۱۲۶

نظریه تخمین چگالی, ۳۱۹

نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین, ۲۳۳, ۲۴۹, ۲۶۲

نظریه مفصل‌ها, ۲۶۶

نقدینگی در معرض ریسک, ۵۱

نکول, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۸, ۴۹, ۱۱۳, ۲۳۲

نگاشت سید دارایی, ۶۲, ۶۳, ۶۴, ۶۵, ۷۴, ۷۵, ۷۹

۱۹۷, ۹۴

نلسون, ۱۷۴

نمودار صدک-صدک, ۲۵۳, ۲۵۶

نمودار هیل, ۲۴۲, ۲۵۵, ۲۵۶

نمونه‌برداری مجدد, ۲۷۶, ۲۷۷

نوفه سفید, ۳۷۸

نومن, ۳۲۷, ۳۲۸

نیم‌سنجه‌های ریسک, ۳۸, ۴۵

نیوتن-رافسون, ۱۷۷





abcBourse.ir



@abcBourse_ir

مرجع آموزش بورس 

بازنشر :

فهرست برابری واژگان - فارسی به انگلیسی

interest-sensitive instrument
Gibbs sampling tool
Epanechnikov
leverage effect
holiday effects
shadow effects
ghost effects
seasonal effects
principal components
ordinary and extraordinary components
probability of default (PD)
diff option
in the money option
spread option
out of money option
at the money option
margin call
likelihood value
observed likelihood value
value at risk (VaR)
component VaR (CVaR)

الف

ابزار حساس به نرخ بهره
ابزار نمونه‌گیری گیبس
اپانچنیکوف
اثر اهرم
اثرات تعطیلات
اثرات سایه
اثرات شبه
اثرات فصلی
اجزای اصلی
اجزای عادی و غیرعادی
احتمال نکول
اختیار معامله اختلاف قیمت
اختیار معامله بالای قیمت
اختیار معامله دامنک
اختیار معامله زیر قیمت
اختیار معامله سر به سر
اخطار تأدیة وثیقه
ارزش احتمال
ارزش احتمال مشاهده شده
ارزش در معرض ریسک
ارزش در معرض ریسک اجزاء



credit value at risk (CVaR)
 incremental VaR (IVaR)
 stand alone VaR
 market value at risk (MVaR)
 undiversified VaR
 elliptical VaR
 t-student VaR
 conditional value at risk (CVaR)
 operational value at risk (OVaR)
 lognormal VaR
 extreme value
 univariate extreme value theory
 conditional extreme value
 marginal VaRs
 bias
 serial independence
 creditors
 distortion
 applied econometrics
 tail conditional expectation (TCE)
 numerical integration
 standard deviation
 historical standard deviation
 rolling standard deviation
 curvature
 risk measurement
 mortgage-backed securities (MBS)
 Lopez I backtest
 Lopez I loss function
 VaR-defined risk targets

martingale difference test
 Portmanteau test
 dynamic quantile test (DQ test)
 stress testing
 Cramer-Von-Mises test
 Kupiec test

ارزش در معرض ریسک اعتباری
 ارزش در معرض ریسک افزایشی
 ارزش در معرض ریسک انفرادی
 ارزش در معرض ریسک بازار
 ارزش در معرض ریسک بدون تنوع بخشی
 ارزش در معرض ریسک بیضوی
 ارزش در معرض ریسک تی-استودنت
 ارزش در معرض ریسک شرطی
 ارزش در معرض ریسک عملیاتی
 ارزش در معرض ریسک لاگ نرمال
 ارزش فرین
 ارزش فرین تک متغیره
 ارزش فرین شرطی
 ارزش های در معرض ریسک نهایی
 اریب (تورش)
 استقلال زنجیره ای
 اعتبار دهندگان
 اعوجاج
 اقتصادسنجی کاربردی
 انتظار مشروط بر دنباله
 انتگرال گیری عددی
 انحراف معیار
 انحراف معیار تاریخی
 انحراف معیار غلتان
 انحنا
 اندازه گیری ریسک
 اوراق بهادار با پشتوانه وام های رهنی
 اولین پس آزمایی لویز
 اولین تابع زبان لویز
 اهداف ریسک مبتنی بر ارزش
 در معرض ریسک

آ

آزمون اختلاف شرط بندی
 آزمون پورتمانتو
 آزمون صدک پویا
 آزمون فشار
 آزمون کرامر-ون-میسز
 آزمون کوپیک



Kolmogorov-Smirnov test
 distribution-equality tests
 tests based on Berkowitz transformation
 tests based on Rosenblatt transformation
 normality tests
 central tendency statistics
 Kuiper statistics
 likelihood ratio statistics
 order statistic (OS)
 Wald statistic

arithmetic return
 simple return
 logarithmic return
 continuous compound return
 geometric return
 recursive
 standardized residual
 market crises
 adaptive estimators
 maximum likelihood estimators (MLEs)
 variable kernel estimators
 naive estimator
 kernel estimator
 normal kernel estimator
 Hill estimator
 asset vector
 risk vector
 key vector
 exogenous
 Taylor's series expansion
 natural catastrophes
 best hedge
 risk- neutral

scale parameter
 location parameter

آزمون کولموگوروف-اسمیرنوف
 آزمون‌های برابری توزیع
 آزمون‌های مبتنی بر تبدیل برکویتز
 آزمون‌های مبتنی بر تبدیل روزن‌بلات
 آزمون‌های نرمال بودن
 آمار گرایش مرکزی
 آماره‌های کویپر
 آماره‌های نسبت احتمال
 آماره ترتیبی
 آماره والد

ب

بازده حسابی
 بازده ساده
 بازده لگاریتمی
 بازده مرکب مستمر
 بازده هندسی
 بازگشتی
 باقیمانده استاندارد شده
 بحران‌های بازار
 برآوردکننده‌های انطباق‌پذیر
 برآوردکننده‌های حداکثر درست‌نمایی
 برآوردکننده‌های کرنل متغیر
 برآوردکننده ساده
 برآوردکننده کرنل
 برآوردکننده کرنل نرمال
 برآوردکننده هیل
 بردار دارایی
 بردار ریسک
 بردار کلیدی
 برون‌زا
 بسط سری تیلور
 بلاپای طبیعی
 بهترین پوشش
 بی‌تفاوت نسبت به ریسک (ریسک خنثی)

پ

پارامتر معیار
 پارامتر موقعیت

VaR backtesting
 rolling window
 dynamic hedgers
 natural hedges

adaptive Epanechnikov function
 likelihood function
 cumulative distribution function (CDF)
 probability density function (PDF)
 risk-aversion function
 exponential risk-aversion function
 loss function
 binary loss function
 radial basis function
 risk spectrum function
 log-likelihood function
 characteristic function
 indicator function
 mean excess function (MEF)
 mapping function
 score function
 quadratic probability score (QPS) function
 weighting function
 interest rate swap
 probability integral transformation
 Box-Cox transformation
 reverse Box-Cox transformation
 Choleski decomposition
 risk decomposition
 pooling
 convexity
 upward movements
 downward movements
 extreme movements
 price movements
 preestimation data analysis
 modern investment analysis
 violations

پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک
 پنجره غلتان
 پوشش‌دهندگان فعال
 پوشش‌های طبیعی

ت

تابع اپانتچنیکوف انطباق‌پذیر
 تابع احتمال
 تابع توزیع تجمعی
 تابع چگالی احتمال
 تابع ریسک‌گریزی
 تابع ریسک‌گریزی نمایی
 تابع زیان
 تابع زیان دوتایی
 تابع شعاعی
 تابع طیف ریسک
 تابع لگاریتم احتمال
 تابع مشخصات
 تابع معرف
 تابع میانگین فزونی
 تابع نگاشت
 تابع نمره
 تابع نمره احتمال درجه دوم
 تابع وزن‌دهی
 تاخت نرخ بهره
 تبدیل انتگرال احتمال
 تبدیل باکس-کاکس
 تبدیل معکوس باکس-کاکس
 تجزیه چولسکی
 تجزیه ریسک
 تجمیع
 تحدب
 تحرکات روبه بالا
 تحرکات روبه پایین
 تحرکات فرین
 تحرکات قیمت
 تحلیل داده‌ها پیش از برآورد
 تحلیل مدرن سرمایه‌گذاری
 تخطی‌ها



overestimation
 nonparametric density estimation
 underestimation
 nonparametric estimation
 Taylor series approximation
 Cornish-Fisher approximation
 volatility
 time varying long run volatility
 implied volatility
 upside volatility
 downside volatility
 conditional probability distribution
 beta distribution
 elliptical distribution
 Pareto distribution
 generalized t-distribution
 generalized Pareto distribution (GPD)
 generalized lambda distribution
 generalized hyperbolic distribution
 multivariate lognormal distribution
 multivariate normal distribution
 skew-t distribution
 generalized error distribution (GDE)
 loss distribution
 conditional distribution
 unconditional distribution
 Frechet distribution
 Cauchy distribution
 gamma distribution
 Gumbel distribution
 normal inverse Gaussian distribution
 Levy distribution
 parent distribution
 joint distribution
 Weibull distribution
 hyperbolic distribution
 uniform distribution
 standard uniform distribution

تخمین دست بالا
 تخمین چگالی ناپارامتریک
 تخمین دست پایین
 تخمین ناپارامتریک
 تقریب سری تیلور
 تقریب کورنیش-فیشر
 تلاطم
 تلاطم بلندمدت متغیر با زمان
 تلاطم ضمنی
 تلاطم مطلوب
 تلاطم نامطلوب
 توزیع احتمال شرطی
 توزیع بتا
 توزیع بیضوی
 توزیع پرتو
 توزیع تعمیم یافته t
 توزیع تعمیم یافته پرتو
 توزیع تعمیم یافته لاندا
 توزیع تعمیم یافته هذلولی
 توزیع چندمتغیره لاگ-نرمال
 توزیع چندمتغیره نرمال
 توزیع چوله- t
 توزیع خطای تعمیم یافته
 توزیع زیان
 توزیع شرطی
 توزیع غیرشرطی
 توزیع فرچت
 توزیع کوچی
 توزیع گاما
 توزیع گامبل
 توزیع گوسی معکوس نرمال
 توزیع لوی
 توزیع مادر
 توزیع مشترک
 توزیع ویبول
 توزیع هذلولی
 توزیع یکنواخت
 توزیع یکنواخت استاندارد

multivariate t-distributions
 multivariate elliptical distributions
 Pearson family distributions
 Johnson family distributions
 location-scale family distribution distributions
 mixture distributions

root of mean squares error (RMSE)
 cash flow at risk (CFaR)
 permanent component
 random component
 deterministic component
 transitory component
 box

internal models framework
 holes in Black-Scholes
 joint probability density
 skewness
 volatility skews

minimum total capital requirement (MTCR)
 credit risk capital requirement (CCR)
 market risk capital requirement (MCR)
 operational risk capital requirement (OCR)
 minima
 maximum likelihood
 Guasi-Bayesian maximum likelihood
 maxima
 block maxima
 risk limits

characteristic line
 tracking error
 pth-order autoregressive
 first-order autoregressive
 second-order autoregressive

توزیع‌های چندمتغیره t
 توزیع‌های چندمتغیره بیضوی
 توزیع‌های خانواده پیرسون
 توزیع‌های خانواده جانسون
 توزیع‌های خانواده موقعیت-معیار
 توزیع‌های مرکب

ج

جزر میانگین مجذور خطا
 جریان نقدی در معرض ریسک
 جزء پایدار
 جزء تصادفی
 جزء قطعی
 جزء ناپایدار
 جعبه

چ

چارچوب مدل‌های داخلی
 چاله‌های بلک-شولز
 چگالی احتمال مشترک
 چولگی
 چولگی‌های تلاطم

ح

حداقل سرمایه کل الزامی
 سرمایه لازم برای پوشش ریسک اعتبای
 سرمایه لازم برای پوشش ریسک بازار
 سرمایه لازم برای پوشش ریسک عملیاتی
 حداقل‌ها
 حداکثر درست‌نمایی
 حداکثر درست‌نمایی گوسی-بیزی
 حداکثرها
 حداکثرهای بلوک
 حدود ریسک

خ

خط مشخصات
 خطای ردگیری
 خودرگرسیون مرتبه «p»
 خودرگرسیون مرتبه اول
 خودرگرسیون مرتبه دوم

cluster	خوشه
volatility clustering	خوشه‌بندی تلاطم
volatility cluster	خوشه تلاطم
د	
identically and independent distributed (IID)	دارای توزیع یکسان و مستقل
underlying asset	دارایی تعهدشده
risk-adjusted returns	بازده‌های تعدیل‌شده با ریسک
risk-weighted assets	دارایی‌های ریسک موزون
bid-ask spreads	دامنک پیشنهادی خرید و فروش
domain of attraction	دامنه جذب
interquartile range	دامنه میان چارکی
exposure	در معرض بودن
income at risk (IaR)	درآمد در معرض ریسک
quartic	درجه چهار
endogenous	درون‌زا
dollars at risk	دلارهای در معرض ریسک
light tails	دنباله‌های سبک
heavy tails	دنباله‌های سنگین
fat tails	دنباله‌های ضخیم
thick tail	دنباله متراکم
Lopez II loss function	دومین تابع زیان لوپز
duration	دیرش
bond duration	دیرش ورق قرضه
ر	
ranking	رتبه‌بندی
mean-reverting	رجوع‌کننده به میانگین
martingale behavior	رفتار شرط‌بندی
rational behavior	رفتار عقلایی
ordinary least squares regression	رگرسیون حداقل مجزورات معمولی
numerical method	روش عددی
Monte Carlo method	روش مونت‌کارلو
Newton-Raphson method	روش نیوتون-رافسون
analytical methods	روش‌های تحلیلی
bisection methods	روش‌های دونیم‌سازی
credit events	رویدادهای اعتباری
loss events	رویدادهای زیان‌بار
operational events	رویدادهای عملیاتی

extreme events	رویدادهای فرین
closed-form integration approach	رویکرد انتگرال‌گیری بسته
event probability forecast approach	رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد
density forecasting approach	رویکرد پیش‌بینی چگالی
analytical approach	رویکرد تحلیلی
quantile-regression approach	رویکرد صدک-رگرسیون
before and after approach	رویکرد قبل و بعد
normal mixture approach	رویکرد نرمال مرکب
multivariate normal variance-covariance approach	رویکرد واریانس-کوواریانس چندمتغیرهٔ نرمال
Hull-White Transformation-into-normality approach	رویکرد هال-وایت جهت انتقال به نرمال بودن
parametric approaches	رویکردهای پارامتریک
historical based approaches	رویکردهای تاریخ محور
implied volatility based approaches	رویکردهای مبتنی بر تلاطم ضمنی
nonparametric approaches	رویکردهای ناپارامتریک
semiparametric approaches	رویکردهای نیمه‌پارامتریک
expected shortfall	ریزش موردانتظار
component expected shortfall (CES)	ریزش موردانتظار اجزاء
marginal expected shortfall	ریزش موردانتظار نهایی
implementation risk	ریسک اجرا
value risk	ریسک ارزش
credit risk	ریسک اعتباری
market risk	ریسک بازار
settlement risk	ریسک تسویه
nondiversifiable risk	ریسک تنوع ناپذیر
diversifiable risk	ریسک تنوع‌پذیر
cash flow risk	ریسک جریان نقدی
sovereign risk	ریسک حاکمیت
off-balance-sheet risk	ریسک خارج از ترازنامه
earning risk	ریسک درآمد
risk loving	ریسک‌دوست
systematic risk	ریسک سیستماتیک
nonsystematic risk	ریسک غیرسیستماتیک
unavoidable risk	ریسک غیرقابل اجتناب
avoidable risk	ریسک قابل اجتناب

commodity risk
 model risk
 absolute risk
 insolvency risk
 downside risk
 foreign exchange risk
 interest rate risk
 relative risk
 assets liquidity risk
 liquidity risk
 market-product liquidity risk
 funding liquidity risk
 default risk
 component risks
 incremental risks
 business risks
 combined risks
 nonbusiness risks
 financial risks

first order Markov-chain
 tail-loss
 loss given default (LGD)
 expected tail loss
 subadditivity

consistent
 portfolio
 capital at risk
 financial return series
 disaster level (critical level)
 coverage level
 conditional coverage level
 unconditional coverage level
 VaR surfaces
 volatility measures
 sensitivity measures

ریسک کالا
 ریسک مدل
 ریسک مطلق
 ریسک ناتوانی در پرداخت
 ریسک نامطلوب
 ریسک نرخ ارز
 ریسک نرخ بهره
 ریسک نسبی
 ریسک نقدشوندگی دارایی‌ها
 ریسک نقدینگی
 ریسک نقدینگی بازار-محصول
 ریسک نقدینگی تأمین وجوه
 ریسک نکول
 ریسک‌های اجزاء
 ریسک‌های افزایشی
 ریسک‌های تجاری
 ریسک‌های ترکیب‌شده
 ریسک‌های غیرتجاری
 ریسک‌های مالی

ز

زنجیره مرتبه اول مارکوف
 زیان دنباله
 زیان مشروط بر نکول
 زیان موردانتظار دنباله
 زیرجمع‌پذیری

س

سازگار
 سبد دارایی
 سرمایه در معرض ریسک
 سری بازده مالی
 سطح بحرانی
 سطح پوشش
 سطح پوشش شرطی
 سطح پوشش غیرشرطی
 سطوح ارزش در معرض ریسک
 سنجه‌های تلاطم
 سنجه‌های حساسیت

spectral risk measures
 quantile-based risk measures
 downside risk measures
 Greek risk measures
 coherent risk measures
 incremental coherent risk measures
 risk measure
 spectral-exponential risk measure
 Buffon needle

tail index
 neural network
 learning network
 bootstrapped historical simulation
 filtered historical simulation (FHS)
 basic historical simulation
 weighted historical simulation (WHS)
 volatility-weighted historical simulation
 age-weighted historical simulation
 correlation-weighted historical simulation
 Monte Carlo Simulation (MCS)
 severity
 conditionality

α -quantile

smoothing coefficient

asset classes
 counterparty

adjustment factor
 uncertainty
 translational invariance
 market illiquidity
 bandwidth

سنجه‌های ریسک طیفی
 سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک
 سنجه‌های ریسک نامطلوب
 سنجه‌های ریسک یونانی
 سنجه‌های منسجم ریسک
 سنجه‌های منسجم ریسک افزایشی
 سنجه ریسک
 سنجه ریسک طیفی-نمایی
 سوزن بوفن

ش

شاخص دنباله
 شبکه عصبی
 شبکه یادگیرنده
 شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ
 شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده
 شبیه‌سازی تاریخی مقدماتی
 شبیه‌سازی تاریخی موزون
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با تلاطم
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با زمان
 شبیه‌سازی تاریخی موزون شده با همبستگی
 شبیه‌سازی مونت کارلو
 شدت
 شرطی بودن

ص

صدک آلفا

ض

ضریب هموارسازی

ط

طبقه‌های دارایی
 طرف قرارداد

ع

عامل تعدیل
 عدم اطمینان
 عدم تغییر انتقالی
 عدم نقدینگی بازار
 عرض بند

bin width	عرض طبقه
risk factors	عوامل ریسک
multiple risk factors	عوامل ریسک چندگانه
key factors	عوامل کلیدی
غ	
non-stationarity	غیرایستابودن
non-linearity	غیرخطی بودن
ف	
peak over threshold (POT)	فرا تر از آستانه
frequency	فراوانی
uncorrelated noise process	فرآیند اخلاص ناهمبسته
inference process	فرآیند استنباط
transformation process	فرآیند انتقال
geometric Brownian motion process (GBMP)	فرآیند حرکت براونی هندسی
random walk process	فرآیند گشت تصادفی
mapping process	فرآیند نگاشت
stochastic processes	فرآیندهای تصادفی
correlation processes	فرآیندهای همبستگی
short sale	فروش استقراسی
weakly increasing	فزایندهگی ضعیف
diversification techniques	فنون تنوع بخشی
variance reduction techniques	فنون کاهش واریانس
ق	
the rule of square root of time	قاعده ریشه دوم زمان
swap contract	قرارداد تاخت
extreme value theorems	قضیه های ارزش فرین
Euler theorem	قضیه اولر
central limit theorem (CLT)	قضیه حد مرکزی
Fisher and Tippett theorem	قضیه فیشر و تیپت
coherent axioms	قواعد انسجام
ک	
conditional efficiency	کارایی شرطی
leptokurtosis	کشیدگی
excess kurtosis	کشیدگی اضافی
گ	
lognormal random walk	گشت تصادفی لاگ نرمال

empirical moments

volatility smiles

matrix square root

transition matrix

probability transition matrix

positive-definite matrix

positive semi-definite matrix

binary random variable

jump variable

transformed variable

lags and leads variables

explanatory variables

mean absolute deviation

mean squared deviation

long-run average variance

triangle

asymptotically

simple moving average (SMA) model

Box-Cox model

single index model

single-factor model

least squares model

autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH) model

generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH) model

the Sharpe index model

Black-Scholes option pricing model

capital asset pricing model (CAPM)

random walk model

exponentially weighted moving average (EWMA) model

گشاورهای تجربی

ل

لبخندهای تلاطم

م

ماتریس ریشهٔ دوم

ماتریس گذار

ماتریس گذار احتمال

ماتریس معین مثبت

ماتریس نیمه‌معین مثبت

متغیر تصادفی دوتایی

متغیر جهش

متغیر میدل

متغیرهای پیرو و پیش‌رو

متغیرهای توضیحی

متوسط قدرمطلق انحرافات

متوسط مجذور انحرافات

متوسط واریانس بلندمدت

مثلث

مجانباً

مدل میانگین متحرک ساده

مدل باکس-کاکس

مدل تک‌شاخصی

مدل تک‌عاملی

مدل حداقل مجذورات

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس

مدل خودرگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته

مدل شاخصی شارپ

مدل قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ بلک-شولز

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای

مدل گشت تصادفی

مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی

Markowitz mean-variance model
 safety models
 regime-switching Markov chain models
 stochastic volatility models
 jump-diffusion models
 multi-factor models
 multifactor models
 autoregressive models

 autoregressive moving average (ARMA)
 models
 factor models
 comparing models
 conditional mean models
 moving average models
 normal mixture models
 conditional variance models
 risk management
 enterprise wide risk management (EWRM)
 agency problems
 simulated paths
 sample paths
 credit derivatives
 expected-gain confidence limit criterion
 extreme value copulas
 regulator
 portfolio holdings
 long position
 risk position
 short position
 subpositions
 uniform random number generator
 risk components
 mean excess loss
 qth-order moving average
 first-order moving average
 mean integrated square error (MISE)

مدل میانگین-واریانس مارکویتز
 مدل‌های ایمنی
 مدل‌های تغییر رژیم زنجیره مارکوف
 مدل‌های تلاطم تصادفی
 مدل‌های جهش-انتشار
 مدل‌های چندشاخصی
 مدل‌های چندعاملی
 مدل‌های خودرگرسیون

 مدل‌های خودرگرسیونی میانگین متحرک

 مدل‌های عاملی
 مدل‌های مقایسه‌ای
 مدل‌های میانگین شرطی
 مدل‌های میانگین متحرک
 مدل‌های نرمال مرکب
 مدل‌های واریانس شرطی
 مدیریت ریسک
 مدیریت ریسک جامع بنگاه اقتصادی
 مسائل نمایندگی
 مسیرهای شبیه‌سازی شده
 مسیرهای نمونه
 مشتقه‌های اعتباری
 معیار حد اطمینان عایدی موردانتظار
 مفصل‌های ارزش فرین
 مقام ناظر
 موجودی‌های سبد دارایی
 موقعیت خرید
 موقعیت ریسک
 موقعیت فروش
 موقعیت‌های فرعی
 مولد یکتواخت اعداد تصادفی
 مؤلفه‌های ریسک
 میانگین زیان اضافی
 میانگین متحرک مرتبه «q»ام
 میانگین متحرک مرتبه اول
 میانگین مجذور خطای تجمیع‌یافته

ن

unbiased
 market imperfections
 asymmetric
 non-negativity
 heteroskedasticity
 exponential rate of decay
 normalization
 conditional coverage likelihood ratio
 violation ratio
 failure ratio
 Greek hedge ratios
 extreme value theory (EVT)
 multivariate extreme value theory (MEVT)
 utility-function theory
 density estimation theory
 generalized extreme value theory (GEVT)
 theory of coherent risk measures
 arbitrage pricing theory (APT)
 copulas theory
 liquidity at risk (LaR)
 default
 portfolio mapping
 quantile-quantile plot (Q-Q plot)
 Hill plot
 resampling
 fluctuation
 white noise
 semi risk measures
 mean return semivariance
 target return semivariance
 below-mean semivariance
 below-target semivariance

cross-dependence
 path dependency
 variance

نا اریب (بدون تورش)

نارسایی‌های بازار

نامتقارن

نامنفی بودن

ناهمسانی واریانس

نرخ فروپاشی نمایی

نرمال سازی

نسبت احتمال پوشش شرطی

نسبت تخطی

نسبت شکست

نسبت‌های پوشش یونانی

نظریه ارزش فرین

نظریه ارزش فرین چندمتغیره

نظریه تابع مطلوبیت

نظریه تخمین چگالی

نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین

نظریه سنجه‌های منسجم ریسک

نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ

نظریه مفصل‌ها

نقدینگی در معرض ریسک

نکول

نگاشت سبد دارایی

نمودار صدک-صدک

نمودار هیل

نمونه‌برداری مجدد

نوسان

نوفه سفید

نیم‌سنجه‌های ریسک

نیم‌واریانس بازده میانگین

نیم‌واریانس بازده هدف

نیم‌واریانس زیرمیانگین

نیم‌واریانس زیرهدف

و

وابستگی متقابل

وابستگی مسیر

واریانس

small-sample properties

transaction costs

homoskedasticity

convergence-in-estimation

positive homogeneity

over smoothing

exponential smoothing-RiskMetric

histogram

monotonicity

ویژگی‌های نمونه کوچک

۵

هزینه‌های معامله

همسانی واریانس

همگرایی در برآورد

همگنی مثبت

هموارسازی بیش از حد

هموارسازی نمایی-ریسک‌متریک

هیستوگرام

۷

یکنوایی

